

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ
PADS ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ
ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΣΤΙΣ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ**

Νικολέττα Πέτρου

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2014

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Επέκταση της Άλγεβρας Διεργασιών PADS με την Έννοια της Χρονικής Διάρκειας
στις Ενέργειες**

Νικολέττα Πέτρου

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια
Άννα Φιλίππου

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των
απαιτήσεων απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του
Πανεπιστημίου Κύπρου

Μάιος 2014

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την καθηγήτρια μου κυρία Άννα Φιλίππου κυρίως για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα. Την ευχαριστώ επίσης για την υπομονή που έκανε κατά την διάρκεια της υλοποίησης της διπλωματικής μου εργασίας, για την καθοδήγηση της, καθώς και για την ανεκτίμητη βοήθεια της στη μελέτη και στην ανάπτυξη του συστήματός μου.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς μου οι οποίοι στήριξαν τις σπουδές μου με διάφορους τρόπους, φροντίζοντας για την καλύτερη δυνατή μόρφωση μου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την ανάπτυξη ενός προτύπου άλγεβρας διεργασιών, το οποίο αναλύει και μοντελοποιεί συστήματα παροχής ενέργειας. Η άλγεβρα διεργασιών που προτείνουμε ονομάζεται SAWD (System Analysis of Demand and Supply With Durations), και αποτελεί μια χρονική άλγεβρα διεργασιών που περιλαμβάνει εργασίες που αιτούνται ενέργεια και προμήθειες που προσφέρουν ενέργεια.

Η άλγεβρα διεργασιών SAWD βασίζεται στην άλγεβρα διεργασιών PADS. Η PADS συνδυάζει την παροχή πόρων και την ελεγχόμενη πρόσβαση σε αυτούς, μέσω της έννοιας της προτεραιότητας. Το στοιχείο που ξεχωρίζει την SAWD από την PADS είναι ότι στο πρότυπο υπάρχει και η χρονική διάρκεια ζήτησης και παροχής των πόρων.

Στη διπλωματική εργασία αυτή: 1) Επεκτείναμε το βασικό πρότυπο της SAWD, ορίζοντας τη σύνταξη και τη σημασιολογία με τέτοιο τρόπο ώστε να υποστηρίζεται η έννοια της χρονικής διάρκειας. 2) Ορίσαμε την έννοια του χρονοπρογραμματισμού, που εκφράζει πότε ένα σύνολο από εργασίες ικανοποιούνται από ένα σύνολο παροχής ενέργειας. 3) Επίσης ορίσαμε την έννοια της υπολειπόμενης ενέργειας $\text{remainder}(S,T)$, που υπολογίζει την ενέργεια που δεν χρησιμοποιήθηκε. 4) Τέλος, αποδείξαμε ότι αν μια προμήθεια S μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_1 και η υπολειπόμενη τους ενέργεια μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_2 , τότε η προμήθεια S μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί. Αυτή η απόδειξη μας δίνει την δυνατότητα να δούμε αν θα ικανοποιήσουμε μια νέα εργασία η οποία εισέρχεται στο σύστημα.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
	1.1 Κίνητρο και Στόχοι	1
	1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	2
	1.3 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	3
Κεφάλαιο 2	Άλγεβρες Διεργασιών και Προηγούμενες Εργασίες.....	4
	2.1 Άλγεβρα Διεργασιών	4
	2.2 Άλγεβρα Διεργασιών ACSR	5
	2.2.1 Σύνταξη	6
	2.2.2 Σημασιολογία	7
	2.3 Άλγεβρα Διεργασιών PADS	8
	2.3.1 Σύνταξη	8
	2.3.2 Σημασιολογία	9
	2.4 Άλγεβρα Διεργασιών AESC	10
	2.4.1 Σύνταξη	10
	2.4.2 Σημασιολογία	11
	2.5 Άλγεβρα Διεργασιών EDAUS	12
	2.5.1 Σύνταξη	13
	2.5.2 Σημασιολογία	14
	2.6 Συμπεράσματα	15
Κεφάλαιο 3	Άλγεβρα Διεργασιών SAWD.....	16
	3.1 Γλώσσα της SAWD	17
	3.1.1 Δράσεις στο σύστημα	20
	3.2 Σύνταξη	21
	3.3 Σημασιολογία	22
	3.4 Παραδείγματα	26

Κεφάλαιο 4	Χρονοπρογραμματισμός.....	38
	4.1 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού	38
	4.2 Υπολειπόμενη Ενέργεια	41
	4.3 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών	45
Κεφάλαιο 5	Συμπεράσματα.....	50
	5.1 Συμπεράσματα	50
	5.2 Μελλοντικές Εργασίες	51
Βιβλιογραφία		52

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο και Στόχοι.....	1
1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	2
1.3 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	3

1.1 Κίνητρο και Στόχοι

Το βασικό κίνητρο για την δημιουργία και τη μελέτη αυτής της διπλωματικής εργασίας η οποία έχει εισάγει την έννοια της χρονικής διάρκειας στις ενέργειες, είναι η ορθή και η πιο αποδοτική διαχείριση των πόρων.

Υπάρχουν αρκετά συστήματα διαχείρισης πόρων όπως για παράδειγμα το Grid Computing (υπολογιστικό νέφος). Στο Grid Computing οι πόροι είναι διατεθειμένοι να εξυπηρετήσουν πολλαπλές αιτήσεις και διαμοιράζονται σύμφωνα με τις ανάγκες του καταναλωτή. Η μεθοδολογία αυτή, δεν αποφέρει βέλτιστες λύσεις, καθώς η διαθεσιμότητα των πόρων και τα αιτήματα των χρηστών αλλάζουν συνεχώς.

Ένα άλλο εξίσου σημαντικό κίνητρο είναι ότι στην άλγεβρα διεργασιών PADS όλες οι ενέργειες απαιτούν μια μονάδα χρόνου για να ολοκληρωθούν. Αυτό επίσης δεν αποφέρει βέλτιστες λύσεις, καθώς τώρα για να έχει διάρκεια μια ενέργεια πρέπει να

επαναλαμβάνεται. Αυτό όμως δεν είναι ικανοποιητικό, αφού μπορεί μια ενέργεια να διακοπεί από άλλες και να μην ολοκληρωθεί.

Συνεπώς, ο κύριος στόχος είναι η εφαρμογή μεθόδων οι οποίοι μπορούν να διαχειριστούν τους χρονικούς περιορισμούς των αιτήσεων, τις προτεραιότητες καθώς και την προμηθευμένη ενέργεια με βέλτιστο τρόπο ούτως ώστε να ικανοποιούνται όσο το δυνατό περισσότερες αιτήσεις.

1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία είναι επέκταση της άλγεβρας διεργασιών PADS. Επίσης, στην άλγεβρα διεργασιών PADS βασίστηκαν οι άλγεβρες διεργασιών AESC (Algebra for Energy and Consumption) [3] και EDAUS (Energy Demand Analysis Using Storage) [4] που πραγματοποιήθηκαν από τις συμφοιτήτριες μου Φωτεινή Ιωάννου και Μαρίνα Μιχαήλ αντίστοιχα.

Η AESC βασίζεται στην άλγεβρα διεργασιών PADS και προσφέρει την δυνατότητα του καθορισμού της ποσότητας του πόρου που μπορεί να προσφερθεί, αλλά και τον ορισμό της ποσότητας που αιτείται από κάποια εργασία. Η άλγεβρα διεργασιών EDAUS βασίζεται στην άλγεβρα διεργασιών AESC, και προσφέρει την δυνατότητα αποθήκευσης της ενέργειας η οποία δεν χρησιμοποιείται, αλλά και την δυνατότητα να προμηθεύσει με ενέργεια το σύστημα όταν αυτό χρειάζεται.

Οι πιο πάνω άλγεβρες διεργασιών δεν έχουν την έννοια της χρονικής διάρκειας στις ενέργειες και για να εκφράσουμε μια ενέργεια με k χρονική διάρκεια θα πρέπει να δηλώσουμε αυτή την ενέργεια k φορές. Το βασικό μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι η ενέργεια μπορεί να διακοπεί από άλλες ενέργειες και να μην ολοκληρωθεί. Για αυτό το λόγο ο σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία και η μελέτη ενός προτύπου άλγεβρας διεργασιών για τη μοντελοποίηση της ζήτησης και της προμήθειας της ενέργειας σε πραγματικό χρόνο με χρονική διάρκεια.

Η άλγεβρα διεργασιών SAWD μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση συστημάτων παροχής και διαχείρισης ενέργειας, όμως μπορεί να υπάρξει και στο Grid Computing. Στο Grid Computing οι χρήστες μπορούν να ζητήσουν την χρήση ενός ή περισσότερων πόρων για κάποιο χρονικό διάστημα, και αν ο πόρος που τους δόθηκε δεν είναι σε θέση να τους καλύψει για ολόκληρο το διάστημα, τότε τους δίνεται μεγαλύτερη προτεραιότητα για να ολοκληρώσουν την εργασία τους. Έτσι η άλγεβρα διεργασιών SAWD η οποία εφαρμόζεται σε Grid Computing διαχειρίζεται τους διαθέσιμους πόρους με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιηθούν όσο το δυνατό περισσότερα αιτήματα.

1.3 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Η υπόλοιπη εργασία είναι δομημένη ως ακολούθως. Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι άλγεβρες διεργασιών ACSR και PADS, καθώς επίσης γίνεται αναφορά σε προηγούμενες διπλωματικές εργασίες. Στο Κεφάλαιο 3 δίνεται η σύνταξη και η σημασιολογία της νέας άλγεβρας διεργασιών SAWD. Στο Κεφάλαιο 4 ορίζεται η έννοια του χρονοπρογραμματισμού και της υπολειπόμενης ενέργειας. Τέλος στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα μας.

Κεφάλαιο 2

Άλγεβρες Διεργασιών και Προηγούμενες Εργασίες

2.1 Άλγεβρα Διεργασιών	4
2.2 Άλγεβρα Διεργασιών ACSR	5
2.2.1 Σύνταξη	6
2.2.2 Σημασιολογία	7
2.3 Άλγεβρα Διεργασιών PADS	8
2.3.1 Σύνταξη	8
2.3.2 Σημασιολογία	9
2.4 Άλγεβρα Διεργασιών AESC	10
2.4.1 Σύνταξη	10
2.4.2 Σημασιολογία	11
2.5 Άλγεβρα Διεργασιών EDAUS	12
2.5.1 Σύνταξη	13
2.5.2 Σημασιολογία	14
2.6 Συμπεράσματα	15

2.1 Άλγεβρα Διεργασιών

Οι άλγεβρες διεργασιών είναι ένα τυπικό πρότυπο για να εκφράσουμε και να μελετήσουμε την συμπεριφορά ενός συστήματος. Περιλαμβάνουν μια γλώσσα μοντελοποίησης συστημάτων η οποία αποτελείται από ένα σύνολο τελεστών, οι οποίοι

επιτρέπουν την επικοινωνία μεταξύ των διεργασιών, και τη σημασιολογία η οποία απεικονίζει τις δυνατές λειτουργίες και αλληλεπιδράσεις ενός συστήματος.

Μια από τις πρώτες άλγεβρες διεργασιών που έχουν προταθεί είναι η CCS (Calculus of Communicating Systems), η οποία δημιουργήθηκε από τον Robin Milner το 1973 με 1980. Η CCS βασίζεται στην έννοια της δυαδικής επικοινωνίας και ορίζει συστήματα τα οποία αποτελούνται από ένα σύνολο συντρέχουσες οντότητες οι οποίες επικοινωνούν μεταξύ τους.

Η άλγεβρα διεργασιών CCS αποτελείται από ένα σύνολο τελεστών για τη σύνθεση μικρών υποσυστημάτων σε μεγαλύτερα συστήματα, καθώς επίσης και τη σημασιολογία μέσω της οποίας δίνονται οι αλληλεπιδράσεις του συστήματος. Αποτελεί το σημείο εκκίνησης για πολλές άλλες προτάσεις άλγεβρων διεργασιών, όπως και για την ACSR της πρώτης άλγεβρας διεργασιών η οποία αναφέρεται σε πόρους και την οποία θα μελετήσουμε στη συνέχεια.

2.2 Άλγεβρα Διεργασιών ACSR

Η άλγεβρα διεργασιών ACSR (Algebra for Communicating Shared Resources) μπορεί να θεωρηθεί και μια επέκταση της CCS που χρησιμοποιεί ενέργειες που καταναλώνουν χρόνο. Περιγράφει και αναλύει συστήματα πραγματικού χρόνου τα οποία αποτελούνται από διεργασίες που τρέχουν παράλληλα και επικοινωνούν μεταξύ τους χρησιμοποιώντας κοινούς πόρους. Οι διεργασίες σε ένα σύστημα χρησιμοποιούν τους πόρους του συστήματος μέσω χρονικών ενεργειών (time actions) και συγχρονίζονται μεταξύ τους μέσω στιγμιαίων γεγονότων (instantaneous events). [6] Επίσης κάθε ενέργεια και κάθε στιγμιαίο γεγονός που μπορεί να εκτελέσει το σύστημα συνοδεύεται και από μια προτεραιότητα. Επιπλέον κάθε χρήση κάποιου πόρου έχει χρονική διάρκεια μια μονάδα χρόνου, και για να χρησιμοποιήσουμε ένα πόρο για k μονάδες χρόνου, θα πρέπει να δηλώσουμε μια ενέργεια k φορές.

2.2.1 Σύνταξη

Η σύνταξη των διεργασιών στην άλγεβρα ACSR φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

$$\begin{aligned} P := & \text{NIL} \mid A : P \mid (\alpha, n). P \mid P + Q \mid P \parallel Q \mid \\ & P \Delta_t^\alpha(Q, R, S) \mid P \setminus E \mid \text{rec } X.P \mid X \end{aligned}$$

Σχήμα 2.1: Σύνταξη άλγεβρας διεργασιών ACSR [6]

Μια διεργασία μπορεί να είναι:

- NIL , δηλαδή να μην εκτελεί καμιά ενέργεια,
- $A : P$, δηλαδή να εκτελεί μια ενέργεια A για μια χρονική στιγμή και μετά να μεταβαίνει στην διεργασία P ,
- $(\alpha, n). P$, δηλαδή να εκτελεί ένα στιγμιαίο γεγονός (α, n) χωρίς να περνάει χρόνος και ακολούθως να μεταβαίνει στην διεργασία P , όπου α είναι η ετικέτα του στιγμιαίου γεγονότος και n η προτεραιότητα,
- $P + Q$, δηλαδή να έχει την επιλογή μεταξύ δύο διεργασιών,
- $P \parallel Q$, δηλαδή να είναι μια παράλληλη σύνθεση δύο διεργασιών,
- $P \Delta_t^\alpha(Q, R, S)$, να δεσμεύεται από το πεδίο Δ_t^α για χρόνο t ως εξής: Συγκεκριμένα το t δηλώνει την μέγιστη ώρα που μπορεί να εκτελείται η διεργασία P και τα Q, R, S , αποτελούν χειριστήρια που χειρίζονται διάφορες περιπτώσεις που μπορεί να συμβούν κατά την εκτέλεση της P . Ο χρόνος t πρέπει να είναι διακριτός και μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή,
- $P \setminus E$, δηλαδή να μην επιτρέπει την χρήση των γεγονότων που βρίσκονται στο σύνολο E ,
- $\text{rec } X.P$, να δηλώνει αναδρομή,
- X , δηλαδή να δεσμεύει όλους τους πόρους $I \subseteq R$.

2.2.2 Σημασιολογία

Η σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών ACSR απεικονίζει όλες τις δυνατές λειτουργίες, τους κανόνες μετάβασης και τις αλληλεπιδράσεις του συστήματος. Διαχωρίζεται πρώτα στη σημασιολογία χωρίς την εισαγωγή της προτεραιότητας και ακολούθως στη σημασιολογία με προτεραιότητα η οποία αποκλείει την εκτέλεση ορισμένων ενεργειών. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται όλοι οι κανόνες αυτής της άλγεβρας χωρίς την ύπαρξη της προτεραιότητας.

(Act1) $e.P \xrightarrow{e} P$	(Act2) $A : P \xrightarrow{A} P$
(Sum1) $\frac{P_1 \xrightarrow{\alpha} P}{P_1 + P_2 \xrightarrow{\alpha} P}$	(Sum2) $\frac{P_2 \xrightarrow{\alpha} P}{P_1 + P_2 \xrightarrow{\alpha} P}$
(Par1) $\frac{P_1 \xrightarrow{e} P'_1}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{e} P'_1 \parallel P_2}$	(Par2) $\frac{P_2 \xrightarrow{e} P'_2}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{e} P_1 \parallel P'_2}$
(Par3) $\frac{P_1 \xrightarrow{(a?,a)} P'_1, P_2 \xrightarrow{(a!,a)} P'_2}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{(\tau, n+m)} P'_1 \parallel P'_2}$	
(Par4) $\frac{P_1 \xrightarrow{A_1} P'_1, P_2 \xrightarrow{A_2} P'_2, \rho(A_1) \cap \rho(A_2) = \emptyset}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{A_1 \cup A_2} P'_1 \parallel P'_2}$	
(Res1) $\frac{P \xrightarrow{e} P', l(e) \notin F}{P \setminus F \xrightarrow{e} P' \setminus F}$	(Res2) $\frac{P \xrightarrow{A} P'}{P \setminus F \xrightarrow{A} P' \setminus F}$
(CI1) $\frac{P \xrightarrow{A_1} P', A_2 = \{(r,0) \mid r \in I - \rho(A_1)\}}{[P]_I \xrightarrow{A_1 \cup A_2} [P']_I}$	(CI2) $\frac{P \xrightarrow{e} P'}{[P]_I \xrightarrow{e} [P']_I}$
(Hide1) $\frac{P \xrightarrow{A} P', A' = \{(r,n) \in A \mid r \notin I\}}{P \setminus I \xrightarrow{A'} P' \setminus I}$	(Hide2) $\frac{P \xrightarrow{e} P'}{P \setminus I \xrightarrow{e} P' \setminus I}$
(Sc1) $\frac{P \xrightarrow{e} P', l(e) \neq b!, t > 0}{P \Delta_t^b(Q, R, S) \xrightarrow{e} P' \Delta_t^b(Q, R, S)}$	(Sc2) $\frac{P \xrightarrow{(b!,n)} P', t > 0}{P \Delta_t^b(Q, R, S) \xrightarrow{(\tau,n)} Q}$
(Sc3) $\frac{P \xrightarrow{A} P', t > 0}{P \Delta_t^b(Q, R, S) \xrightarrow{A} P' \Delta_{t-1}^b(Q, R, S)}$	(Sc4) $\frac{R \xrightarrow{a} R', t = 0}{P \Delta_t^b(Q, R, S) \xrightarrow{a} R'}$
(Sc5) $\frac{S \xrightarrow{a} S', t > 0}{P \Delta_t^b(Q, R, S) \xrightarrow{a} S'}$	(Rec) $\frac{P \xrightarrow{a} P', C \stackrel{\text{def}}{=} P}{C \xrightarrow{a} P'}$

Σχήμα 2.2: Σημασιολογία ACSR χωρίς προτεραιότητα [6]

2.3 Άλγεβρα Διεργασιών PADS

Η άλγεβρα διεργασιών PADS (Process Algebra for Demand and Supply) είναι μια χρονική άλγεβρα διεργασιών η οποία είναι εμπνευσμένη από την ACSR [5]. Η κύρια διαφορά της από τις άλλες διεργασίες που δημιουργήθηκαν είναι ότι μοντελοποιεί τη ζήτηση και την προμήθεια πόρων σε συστήματα πραγματικού χρόνου. Στην άλγεβρα PADS, ο χρόνος είναι διακριτός και γίνεται η υπόθεση ότι όλες οι ενέργειες απαιτούν μια μονάδα χρόνου για να ολοκληρωθούν.

2.3.1 Σύνταξη

Η σύνταξη της άλγεβρας PADS παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3. Η γραμματική που χρησιμοποιείται καθορίζει ένα σύνολο από εργασίες T , ένα σύνολο από προμήθειες S και ένα σύνολο από συστήματα P .

$$\begin{aligned} T &::= \text{FIN} \mid \sum_{i \in I} \rho_i : T_i \mid C \\ S &::= \text{FIN} \mid \sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \mid D \\ P &::= \text{FIN} \mid T \mid S \mid P \parallel P \mid \sum_{j \in J} \alpha_j : P_j \end{aligned}$$

Σχήμα 2.3: Σύνταξη άλγεβρας διεργασιών PADS [5]

Το ρ ορίζει μια δράση η οποία ζητά πόρους και το γ μια δράση που προσφέρει πόρους. Το C και το D είναι το σύνολο από σταθερές που σχετίζονται με τις εργασίες και τις προμήθειες αντίστοιχα.

Μια εργασία T μπορεί να:

- ο είναι FIN, όπου το FIN αντιπροσωπεύει τον ομαλό τερματισμό της εργασίας,
- ο είναι μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου εργασιών T ,
- ο είναι μια σταθερά C .

Οι προμήθειες είναι ορισμένες με παρόμοιο τρόπο αφού κάθε μια από αυτές μπορεί να είναι είτε FIN, είτε μια σταθερά είτε μια μη ντετερμινιστική επιλογή από ένα σύνολο από προμήθειες.

Ένα σύστημα P θα μπορούσε να είναι είτε FIN, είτε μια εργασία, είτε μια προμήθεια είτε μια παράλληλη σύνθεση συστημάτων ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου από συστήματα.

2.3.2 Σημασιολογία

Στη σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών PADS αρχικά ορίζονται οι δυνατές λειτουργίες του συστήματος και η σχέση μεταβάσεων $\Rightarrow$. Ακολούθως ορίζεται η σχέση προτιμήσεων βάσει της οποίας η PADS επιτυγχάνει να κρατήσει στο σύστημα μεταβάσεις που υλοποιούν τις καλύτερες και επιθυμητές συμπεριφορές των εργασιών. Έτσι, η σχέση μεταβάσεων μετατρέπεται στη σχέση μεταβάσεων με προτίμηση $\rightarrow$. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται οι κανόνες μετάβασης της PADS.

(Idle)	$FIN \xrightarrow{\emptyset} FIN$	
(SumT)	$\Sigma_{i \in I} \rho_i : T_i \xrightarrow{\rho_i} T_i$	$I \neq \emptyset$
(SumS)	$\Sigma_{i \in I} \gamma_i : S_i \xrightarrow{\gamma_i} S_i$	$I \neq \emptyset$
(Const)	$\frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{C \xrightarrow{\alpha} P'} \quad C \stackrel{\text{def}}{=} P$	
(Par)	$\frac{P_1 \xrightarrow{\alpha_1} P'_1 \quad P_2 \xrightarrow{\alpha_2} P'_2}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{\alpha_1 \oplus \alpha_2} P'_1 \parallel P'_2}$	$\text{compatible}(\alpha_1, \alpha_2)$
(SumP)	$\Sigma_{j \in J} \alpha_j : P_j \xrightarrow{\alpha_j} P_j$	$J \neq \emptyset$

Σχήμα 2.4: Κανόνες μετάβασης PADS [5]

Το αξίωμα Idle δηλώνει ότι μια διεργασία FIN επιτρέπει στον χρόνο να περάσει χωρίς την εκτέλεση κάποιας δράσης. Στους κανόνες SumT, SumS και SumP γίνεται η εκτέλεση των δράσεων ρ_i , γ_i και α_j αντίστοιχα, και μεταβαίνουμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπουν οι διεργασίες. Ο κανόνας Const δηλώνει ότι μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως την διεργασία στην οποία είναι ορισμένη. Τέλος ο κανόνας Par δηλώνει τότε είναι επιτρεπτή η παράλληλη σύνθεση του συστήματος. Για να εκτελεστεί η παράλληλη σύνθεση πρέπει να ισχύει η μερική συνθήκη:

$$\text{compatible}(\alpha_1, \alpha_2) = \bigwedge_{r \in \text{res}(\alpha_1) \cap \text{res}(\alpha_2)} (r \in \alpha_1 \wedge \bar{r} \in \alpha_2) \vee (r \in \alpha_2 \wedge \bar{r} \in \alpha_1)$$

Η οποία δηλώνει ότι τα α_1 και α_2 είναι συμβατά αν η μια ενέργεια περιέχει τη ζήτηση κάποιου πόρου r και η άλλη την χορηγία του πόρου αυτού. [5]

2.4 Άλγεβρα Διεργασιών AESC

Η άλγεβρα διεργασιών AESC (Algebra for Energy Supply and Consumption) επεκτείνει την άλγεβρα διεργασιών PADS εντάσσοντας την έννοια της ποσότητας. Συγκεκριμένα, είναι μια χρονική άλγεβρα η οποία προσφέρει τη δυνατότητα καθορισμού της ποσότητας του πόρου που μπορεί να προσφερθεί αλλά και τον ορισμό της ποσότητας του πόρου που αιτείται από κάποια εργασία.

2.4.1 Σύνταξη

Στη σύνταξη της AESC καθορίζεται το σύνολο των εργασιών T , το σύνολο προμηθειών S , και το σύνολο των συστημάτων P .

$$\begin{aligned}
T &::= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} a_i : T_i \mid C \\
S &::= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} \beta_i : S_i \mid D \\
P &::= T \mid S \mid P \parallel P
\end{aligned}$$

Σχήμα 2.5: Σύνταξη άλγεβρας AESC [3]

Το σύμβολο C προέρχεται από ένα σύνολο σταθερών οι οποίες χρησιμοποιούνται για να ορίσουν δράσεις. Κάθε σταθερά C συνοδεύεται από ένα ορισμό της μορφής $C \stackrel{\text{def}}{=} T$, όπου η εργασία T μπορεί να περιέχει εμφανίσεις της C . Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται το σύμβολο D που είναι το αντίστοιχο για τις προμήθειες.

Το σύμβολο α αντιπροσωπεύει τις δράσεις που περιέχουν μόνο αιτήσεις ενέργειας, ενώ το σύμβολο β αντιπροσωπεύει τις δράσεις που περιέχουν μόνο προμήθειες ενέργειας.

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά ή μια επιλογή από ένα σύνολο εργασιών. Με παρόμοιο τρόπο ορίζονται και οι προμήθειες.

Τέλος, ένα σύστημα μπορεί να είναι είτε μια εργασία είτε μια προμήθεια είτε μια παράλληλη σύνθεση συστημάτων.

2.4.2 Σημασιολογία

Στη σημασιολογία της AESC αρχικά ορίζεται μια σχέση μετάβασης $\mapsto$ η οποία αντιπροσωπεύει όλες τις δυνατές μεταβάσεις. Στη συνέχεια ορίζεται η σχέση προτεραιότητας βάσει της οποίας η σχέση μεταβάσεων μετατρέπεται στην σχέση με προτεραιότητα $\rightarrow$.

Idle	$NIL \xrightarrow{\circ} NIL$
SumT	$\sum_{i \in I} a_i : T_i \xrightarrow{a_i} T_i \quad i \in I$
SumS	$\sum_{j \in J} \beta_j : S_j \xrightarrow{\beta_j} S_j \quad j \in J$
ConT	$\frac{T \xrightarrow{a} T'}{C \xrightarrow{a} T'} \quad C \stackrel{def}{=} T$
ConS	$\frac{S \xrightarrow{\beta} S'}{D \xrightarrow{\beta} S'} \quad D \stackrel{def}{=} S$
Par	$\frac{P_1 \xrightarrow{a_1} P_1', P_2 \xrightarrow{a_2} P_2'}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{a} P_1' \parallel P_2'} \quad a \in a_1 \circ a_2$

Σχήμα 2.6: Κανόνες μετάβασης AESC [3]

Στο πιο πάνω σχήμα φαίνονται οι κανόνες μετάβασης της άλγεβρας διεργασιών AESC. Η διεργασία NIL αποτελεί μια καλά καθορισμένη διεργασία η οποία επιτρέπει στον χρόνο να περνά (αξίωμα Idle). Στους κανόνες SumT και SumS γίνεται η εκτέλεση των δράσεων a_i και β_i αντίστοιχα, και μετά προχωράμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπουν οι κανόνες. Μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως η διεργασία στην οποία έχει οριστεί (κανόνες ConT και ConS). Τέλος ο κανόνας Par δηλώνει πως μια παράλληλη εκτέλεση διεργασιών μπορεί να πραγματοποιηθεί από τον συνδυασμό των δράσεων τους. Ορίζεται το $a_1 \circ a_2$ ως ένα σύνολο το οποίο περιέχει όλες τις δυνατές δράσεις που μπορεί να προκύψουν ως συνδυασμοί των a_1 και a_2 .

2.5 Άλγεβρα Διεργασιών EDAUS

Η άλγεβρα διεργασιών EDAUS (Energy Demand Analysis Using Storage) επεκτείνει την άλγεβρα διεργασιών AESC εντάσσοντας στο σύνολο των εργασιών και των προμηθειών την έννοια της αποθήκης. Μια αποθήκευση αποτελεί την φύλαξη κάποιας

ποσότητας ενέργειας η οποία δεν χρησιμοποιήθηκε στο σύστημα. Στόχος της άλγεβρας αυτής είναι να ικανοποιηθούν τα διάφορα αιτήματα μέσω των προμηθειών και των αποθηκεύσεων που υπάρχουν.

2.5.1 Σύνταξη

Η γραμματική της EDAUS αποτελείται από το σύνολο των εργασιών T , το σύνολο των προμηθειών S , των σύνολο των αποθηκεύσεων E καθώς και το σύνολο των συστημάτων P .

$$\begin{aligned} T &:= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} \rho_i : T_i \mid A \\ S &:= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \mid B \\ E &:= E(r, u, \text{max}) \\ P &:= T \mid S \mid E \mid (P \parallel P) \end{aligned}$$

Σχήμα 2.7: Σύνταξη EDAUS [4]

Τα σύμβολα A, B προέρχονται από ένα σύνολο σταθερών οι οποίες χρησιμοποιούνται για να ορίσουν εργασίες και προμήθειες αντίστοιχα. Το σύμβολο ρ αντιπροσωπεύει τις δράσεις που περιέχουν μόνο αιτήσεις ενέργειας, ενώ το σύμβολο γ αντιπροσωπεύει τις δράσεις που περιέχουν μόνο προμήθειες ενέργειας.

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας A , ή μια επιλογή ανάμεσα σε ένα σύνολο εργασιών. Μια προμήθεια είναι ορισμένη με παρόμοιο τρόπο αφού μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά B ή μια επιλογή ενός συνόλου προμηθειών.

Στην άλγεβρα διεργασιών EDAUS, αυτό που αποτελεί επέκταση είναι η έννοια της αποθήκης. Μια αποθήκη έχει τη μορφή $E(r, u, \text{max})$, όπου r είναι ο πόρος στον οποίο αντιστοιχεί η αποθήκη, u είναι η ποσότητα της ήδη αποθηκευμένης ενέργειας και max

είναι η μέγιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να αποθηκευτεί στην αποθήκη για τον συγκεκριμένο πόρο.

Ένα σύστημα P θα μπορούσε να είναι είτε μια εργασία είτε μια προμήθεια είτε μια αποθήκευση, είτε μια παράλληλη σύνθεση συνδυασμών των πιο πάνω.

2.5.2 Σημασιολογία

Στη σημασιολογία της EDAUS αρχικά ορίζεται η σχέση μεταβάσεων $\mapsto$. Στη συνέχεια μετατρέπεται η σχέση μεταβάσεων $\mapsto$, σε σχέση μεταβάσεων με προτίμηση $\rightarrow$ όπου η σχέση αυτή δίνει την καλύτερη δυνατή μετάβαση.

Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται οι κανόνες μεταβάσεων για τις εργασίες, τις προμήθειες, τις αποθήκες και τα συστήματα.

Ονομασία	Κανόνας
Idle :	$NIL \xrightarrow{\emptyset} NIL$
SumT:	$\sum_{i \in I} \rho_i : T_i \xrightarrow{\rho_i} T_i \quad i \in I$
SumS:	$\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \xrightarrow{\gamma_i} S_i \quad i \in I$
SumE ₁ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\emptyset} E(r, v, max)$
SumE ₂ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, u)\}} E'(r, v-u, max) \quad \forall \quad 0 < u \leq v$
SumE ₃ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, u)\}} E'(r, v+u, max) \quad \forall \quad 0 < u \leq max-v$
ConT :	$\frac{T \xrightarrow{\rho} T'}{A \xrightarrow{\rho} T'} \quad A \stackrel{def}{=} T$
ConS:	$\frac{S \xrightarrow{\gamma} S'}{B \xrightarrow{\gamma} S'} \quad B \stackrel{def}{=} S$
Par:	$\frac{P_1 \xrightarrow{a_1} P_1', P_2 \xrightarrow{a_2} P_2'}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{a} P_1' \parallel P_2'} \quad a \in a_1 \oplus a_2$

Σχήμα 2.8: Κανόνες μετάβασης EDAUS [4]

2.6 Συμπεράσματα

Δημιουργήθηκαν αρκετές άλγεβρες διεργασιών οι οποίες μοντελοποιούσαν ένα σύστημα εντάσσοντας διάφορες έννοιες, όπως για παράδειγμα την έννοια της ποσότητας και της αποθήκης που είδαμε προηγουμένως, αλλά καμιά μέχρι τώρα δεν εισήγαγε την έννοια της χρονικής διάρκειας. Η μοντελοποίηση ενός συστήματος με την έννοια του συνεχόμενου χρόνου θα έκανε το σύστημα ακόμη πιο ρεαλιστικό και πιο αποδοτικό αφού τώρα η κάθε δράση συνδέεται με μια μονάδα χρόνου και για να έχει διάρκεια μια δράση πρέπει να επαναλαμβάνεται. Στο επόμενο κεφάλαιο δίνεται η σύνταξη και η σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών SAWD η οποία έχει εισάγει στις ενέργειες της την έννοια της χρονικής διάρκειας.

Κεφάλαιο 3

Άλγεβρα Διεργασιών SAWD

3.1 Γλώσσα της SAWD	17
3.1.1 Δράσεις στο σύστημα	20
3.2 Σύνταξη	21
3.3 Σημασιολογία	22
3.4 Παραδείγματα	26

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η περιγραφή της άλγεβρας διεργασιών SAWD (System Analysis of demand and supply With Durations) η οποία είναι επέκταση της άλγεβρας διεργασιών PADS. Η SAWD αποτελεί μια γλώσσα για την μοντελοποίηση των αιτημάτων και της προμήθειας των πόρων. Τα συστήματα αυτά περιλαμβάνουν εργασίες που αιτούνται πόρους για κάποιο διάστημα χρόνου και προμήθειες που προσφέρουν πόρους για κάποιο διάστημα χρόνου. Στόχος είναι η μοντελοποίηση συστημάτων διανομής πόρων και ο έλεγχος κατά πόσο ένα σύστημα θα μπορεί να ικανοποιήσει τα διάφορα αιτήματα που υπάρχουν μέσω των διαθέσιμων προμηθειών.

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο στην άλγεβρα διεργασιών SAWD αποτελεί και η έννοια του χρόνου. Η χρονική συμπεριφορά ενός συστήματος πραγματικού χρόνου εξαρτάται τόσο από τις καθυστερήσεις που συμβαίνουν λόγω συγχρονισμού στις διεργασίες όσο και από την διαθεσιμότητα των πόρων. [5] Στην άλγεβρα SAWD ο χρόνος είναι διακριτός και οι ενέργειες μπορούν να έχουν διάρκεια η οποία δίνεται από ένα ακέραιο.

3.1 Γλώσσα της SAWD

Η άλγεβρα διεργασιών SAWD ασχολείται με την ανάλυση ενός συστήματος το οποίο αποτελείται από ένα σύνολο διεργασιών. Οι διεργασίες αυτές βασίζονται σε ένα σύνολο πόρων που συμβολίζεται με R . Οι πόροι αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν με τρεις τρόπους: ως αντικείμενο αίτησης, προσφοράς ή κατανάλωσης. Γράφουμε $r \in R$ για τους πόρους και χρησιμοποιούμε τους πιο κάτω συμβολισμούς:

r : ζήτηση ενέργειας του πόρου r

$\bar{r}$: προμήθεια ενέργειας του πόρου r

$\tilde{r}$: κατανάλωση ενέργειας από τον πόρο r

Επίσης γράφουμε rs για σύνολα της μορφής $\{(x_1, k_1), (x_2, k_2), (x_3, k_3), \dots, (x_n, k_n)\}$ όπου x_i αποτελεί αίτημα, προμήθεια ή κατανάλωση κάποιου πόρου από το σύνολο R και k_i αποτελεί ένδειξη αν ο αντίστοιχος πόρος είχε προϋπάρχουσα δέσμευση.

Στην άλγεβρα διεργασιών SAWD υπάρχουν τρία είδη δράσεων που βασίζονται στους τρόπους που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα σύνολο πόρων. Οι δράσεις είναι:

- **Αίτηση συνόλου πόρων**

Η αίτηση ενός συνόλου πόρων είναι η ζήτηση των πόρων $rs=(r_1, k_1), (r_2, k_2), \dots, (r_n, k_n)$ για t χρόνο. Μια αίτηση πόρων έχει την μορφή (rs, t) , όπου rs είναι το σύνολο των πόρων στο οποίο αναφέρεται το αίτημα όπου κάθε πόρος έχει την δική του τιμή k . Η παράμετρος k παίρνει τιμές 0 ή 1 όπου το k αντιπροσωπεύει κατά πόσο υπάρχει προϋπάρχουσα δέσμευση των πόρων, δηλαδή αν η παράμετρος k έχει τιμή 0 σημαίνει ότι το αίτημα είναι καινούριο, ενώ αν έχει την τιμή 1 σημαίνει ότι το αίτημα είναι ένα αίτημα το οποίο εκπληρώθηκε μόνο μερικώς και παραμένουν κάποιες επιπρόσθετες χρονικές ανάγκες έτσι ώστε να ολοκληρωθεί. Η παράμετρος t αντιπροσωπεύει το χρόνο για τον οποίο ζητείται το σύνολο των πόρων rs . Τα αιτήματα με προϋπάρχουσα δέσμευση έχουν μεγαλύτερη προτεραιότητα από τα αιτήματα χωρίς προϋπάρχουσα δέσμευση. Επίσης συμβολίζουμε τις αιτήσεις συνόλων πόρων ως ρ .

- **Παροχή συνόλου πόρων**

Η παροχή ενός συνόλου πόρων έχει την μορφή $(\vec{rs}, t)$ όπου $\vec{rs} = \{(\vec{r}_1, k_1), (\vec{r}_2, k_2), \dots, (\vec{r}_n, k_n)\}$, όπου $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ είναι το σύνολο των πόρων που προσφέρονται στο σύστημα, η παράμετρος k που αντιστοιχεί σε κάθε πόρο έχει την τιμή 0 και t είναι η συνολική διάρκεια της προσφοράς αυτής. Επίσης συμβολίζουμε τις δράσεις παροχής πόρων ως γ .

- **Κατανάλωση συνόλου πόρων**

Η κατανάλωση του συνόλου πόρων εμφανίζεται στο σύστημα όταν υπάρχει ταυτόχρονα προσφορά και ζήτηση των πόρων. Έχει τη μορφή $(\vec{rs}, t)$, όπου $\vec{rs} = \{(\vec{r}_1, k_1), (\vec{r}_2, k_2), \dots, (\vec{r}_n, k_n)\}$ και $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ είναι το σύνολο των πόρων που καταναλώνεται, και t η διάρκεια της κατανάλωσης.

Μια ενέργεια είναι ένα σύνολο από αιτήματα, προσφορές και καταναλώσεις πόρων όπου είναι δυνατόν να υπάρχουν περισσότεροι από ένας πόροι και στους οποίους η χρονική διάρκεια είναι κοινή. Έχει τη μορφή $(rs_1 \cup rs_2 \cup rs_3, t)$ όπου το rs_1 είναι ένα σύνολο αιτημάτων για τους πόρους, το rs_2 είναι ένα σύνολο παροχής των πόρων και το rs_3 είναι ένα σύνολο κατανάλωσης των πόρων, η παράμετρος t αντιπροσωπεύει την χρονική διάρκεια.

Βοηθητικοί συμβολισμοί/συναρτήσεις:

- $resource(a) = rs$, όπου $a = (rs, t)$ – η συνάρτηση αυτή επιστρέφει το σύνολο των πόρων που έχει η ενέργεια a .
- $time(a) = t$, όπου $a = (rs, t)$ – η συνάρτηση αυτή επιστρέφει τη χρονική διάρκεια της ενέργειας a .
- $res(rs) = \{r \in R \mid (r, k) \in rs_1 \text{ ή } (\vec{r}, k) \in rs_2 \text{ ή } (\vec{r}, k) \in rs_3\}$ – η συνάρτηση αυτή επιστρέφει τους πόρους από το σύνολο αιτημάτων rs_1 ή από το σύνολο προμηθειών rs_2 ή από το σύνολο κατανάλωσης rs_3 .
- $urs(rs) = \{r \mid (r, k) \in rs_1\} \cup \{\vec{r} \mid (\vec{r}, k) \in rs_2\} \cup \{\vec{r} \mid (\vec{r}, k) \in rs_3\}$ – η συνάρτηση αυτή επιστρέφει του πόρους που χρησιμοποιήθηκαν, δηλαδή τους πόρους που ανήκουν στο σύνολο rs_1 ή στο σύνολο rs_2 ή στο σύνολο rs_3 .

Σε κάθε ενέργεια $\alpha=(rs_1 \cup rs_2 \cup rs_3, t)$ υπάρχει ο περιορισμός ότι $r \in \text{urs}(rs_1) \Leftrightarrow \bar{r} \notin \text{urs}(rs_2)$ αφού ο πόρος r δεν μπορεί να προσφέρεται και να ζητείται ταυτόχρονα.

Παραδείγματα ενεργειών:

- ($\{(r,0)\}, 3$)

Στην πιο πάνω ενέργεια υπάρχει μια αίτηση από τον πόρο r για 3 μονάδες χρόνου χωρίς προϋπάρχουσα δέσμευση.

- ($\{(r,1)\}, 5$)

Στην πιο πάνω ενέργεια υπάρχει μια αίτηση με προϋπάρχουσα δέσμευση από τον πόρο r για ακόμα 5 μονάδες χρόνου. Θεωρούμε ότι αυτή η ενέργεια έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα για κατανάλωση από την ενέργεια στο πρώτο παράδειγμα.

- ($\{(r_1,0),(\bar{r}_2,0),(\bar{r}_3,0),(\vec{r}_4,0)\}, 4$)

Στην πιο πάνω ενέργεια γίνεται αίτημα για τη χρήση του πόρου r_1 και υπάρχει η χορηγία των πόρων r_2 , και r_3 καθώς επίσης και η κατανάλωση του πόρου r_4 για 4 μονάδες χρόνου και η πιο πάνω ενέργεια δεν έχει κάποια προηγούμενη δέσμευση.

- ($\{(\vec{r}_1,0),(\vec{r}_2,0)\}, 2$)

Στην πιο πάνω ενέργεια υπάρχει η κατανάλωση των πόρων r_1 και r_2 για δύο μονάδες χρόνου καθώς επίσης η ενέργεια αυτή είναι χωρίς προϋπάρχουσα δέσμευση.

- ($\{(r_1,0),(\bar{r}_2,0)\}, 3$)

Στην πιο πάνω ενέργεια υπάρχει ένα καινούριο αίτημα για ζήτηση του πόρου r_1 για 3 μονάδες χρόνου, και επίσης υπάρχει μια προσφορά του πόρου r_2 για 3 μονάδες χρόνου.

- ($\{(\bar{r}_1,0),(\bar{r}_3,0),(\vec{r}_7,1)\}, 1$)

Στην πιο πάνω ενέργεια υπάρχουν η χορηγία 1 μονάδας χρόνου από τους πόρους r_1 και r_3 , καθώς επίσης υπάρχει και μια κατανάλωση 1 μονάδας χρόνου από τον πόρο r_7 ο οποίος έχει προϋπάρχουσα δέσμευση.

- $(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0), (\bar{r}_3, 0), (\bar{r}_4, 0)\}, 4)$

Η πιο πάνω ενέργεια περιέχει μια προσφορά 4 μονάδων χρόνου από τους πόρους r_1, r_2, r_3, r_4 . Η ενέργεια αυτή ανήκει στο σύνολο παροχής πόρων.

3.1.1 Δράσεις στο σύστημα

Οι διεργασίες στην άλγεβρα διεργασιών SAWD χωρίζονται στις εργασίες που πρέπει να εκτελέσει το σύστημα και οι οποίες επιζητούν να δεσμεύσουν πόρους του συστήματος για κάποια διάρκεια και στις προμήθειες οι οποίες προσφέρουν πόρους.

- **Εργασίες**

Οι εργασίες είναι οι μονάδες που ζητούν πόρους από το σύστημα. Συμβολίζονται με T_i , όπου $i \in \mathbb{N}$ και έχουν την δυνατότητα να εκτελούν δράσεις από το σύνολο αιτημάτων πόρων.

- **Προμήθειες**

Οι προμήθειες είναι οι μονάδες που προσφέρουν πόρους στο σύστημα. Συμβολίζονται με S_i όπου $i \in \mathbb{N}$, και έχουν την δυνατότητα να εκτελούν δράσεις από το σύνολο παροχών ενέργειας.

3.2 Σύνταξη

Η σύνταξη της άλγεβρας SAWD παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.1. Στην γραμματική της καθορίζουμε το σύνολο εργασιών T , το σύνολο προμηθειών S και το σύνολο συστημάτων P .

$$\begin{aligned} T &:= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} \rho_i : T_i \mid A \\ S &:= \text{NIL} \mid \sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \mid B \\ P &:= T \mid S \mid (P \parallel P) \end{aligned}$$

Πίνακας 3.1: Σύνταξη άλγεβρας διεργασιών SAWD

Το I είναι ένα σύνολο από δείκτες το οποίο υποθέτουμε ότι δεν είναι κενό. Το A προέρχεται από ένα σύνολο σταθερών οι οποίες χρησιμοποιούνται για να ορίσουν εργασίες. Κάθε σταθερά A , συνοδεύεται από ένα ορισμό της μορφής $A \stackrel{\text{def}}{=} T$, όπου η εργασία T μπορεί να περιέχει εμφανίσεις της A . Παρόμοια ορίζεται το B για τις προμήθειες.

Τα ρ_i περιέχουν δράσεις αίτησης πόρων και τα γ_i περιέχουν δράσεις παροχής πόρων. Η διεργασία NIL αντιστοιχεί σε μια διεργασία η οποία έχει τερματίσει την εκτέλεση της.

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας A , είτε μια μη ντετερμινιστική επιλογή ανάμεσα σε ένα σύνολο εργασιών. Στη μη ντετερμινιστική επιλογή $\sum_{i \in I} \rho_i : T_i$ χρησιμοποιείται και ο τελεστής '+'. Για παράδειγμα το $\sum_{i \in \{1,2,3\}} \rho_i : T_i$ μπορεί να γραφτεί και ως $\rho_1 : T_1 + \rho_2 : T_2 + \rho_3 : T_3$. Διαισθητικά, ο τελεστής εκφράζει ότι μπορεί να επιλεγθεί μη ντετερμινιστικά μια από τις δράσεις ρ_i και αφού εκτελεστεί, στη συνέχεια μεταφέρεται στην κατάσταση T_i .

Το ίδιο ισχύει και για το σύνολο των προμηθειών χρησιμοποιώντας τους αντίστοιχους τελεστές, αφού μια προμήθεια μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά του συνόλου B , είτε μια μη ντετερμινιστική επιλογή.

Ένα σύστημα P στην άλγεβρα διεργασιών SAWD μπορεί να είναι είτε εργασία T , είτε προμήθεια S , είτε ένας οποιοσδήποτε παράλληλος συνδυασμός από εργασίες και προμήθειες. Στον παράλληλο συνδυασμό τα συστήματα τρέχουν παράλληλα και συγχρονίζονται κατά την εκτέλεση δράσεων. Επίσης μπορούμε να έχουμε την σύνδεση περισσότερων από δύο διεργασιών. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να έχουμε την παράλληλη σύνδεση του συστήματος $[(T_1 \parallel S_1) \parallel S_2]$ όπου έχουμε την εργασία T_1 η οποία τρέχει παράλληλα με τις προμήθειες S_1 και S_2 .

3.3 Σημασιολογία

Στην άλγεβρα διεργασιών SAWD η σημασιολογία απεικονίζει όλες τις δυνατές συμπεριφορές και αλληλεπιδράσεις του συστήματος. Περιγράφει δηλαδή τη λειτουργία μιας διεργασίας μέσω ενός συστήματος μεταβάσεων. Όλες οι πιθανές μεταβάσεις είναι της μορφής $P \xrightarrow{a} Q$ και αυτό σημαίνει πως η διεργασία P μπορεί να εκτελέσει την ενέργεια a και να μεταβεί στην διεργασία Q .

Η σχέση μεταβάσεων $\mapsto$ ορίζεται ως ένα σύνολο από κανόνες της μορφής:

Συνθήκες μεταβάσεων Συμπέρασμα	Επιμέρους συνθήκη
---	-------------------

Οι κανόνες δηλώνουν πως αν ισχύουν οι συνθήκες μεταβάσεων και η επιμέρους συνθήκη τότε ισχύει και το συμπέρασμα. Αν ένας κανόνας δεν περιέχει συνθήκες μεταβάσεων τότε θεωρείται αξίωμα. [2]

Στον Πίνακα 3.2 παρουσιάζονται οι κανόνες μεταβάσεων για τις εργασίες, τις προμήθειες και τα συστήματα και αποτελούν τη σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών SAWD.

Όνομα κανόνα	Κανόνας
Idle	$NIL \xrightarrow{\emptyset} NIL$
SumS ₁	$\sum_{i \in I} (rs_i, t_i): S_i \xrightarrow{(rs_i, t')} (rs_i, t_i - t'): S_i, \text{ όπου } 0 < t' < t_i \text{ και } \text{urs}(rs) \subseteq \bar{R}$
SumS ₂	$\sum_{i \in I} (rs_i, t_i): S_i \xrightarrow{(rs_i, t_i)} S_i, \text{ όπου } \text{urs}(rs) \subseteq \bar{R}$
SumT ₁	$\sum_{i \in I} (rs_i, t_i): T_i \xrightarrow{(rs_i, t')} (rs_i', t_i - t'): T_i, \text{ όπου } 0 < t' < t_i, \text{ } \text{urs}(rs) \subseteq R \text{ και αν } rs_i = \{(r_1, k_1) \dots (r_n, k_n)\} \text{ τότε } rs_i' = \{(r_1, 1) \dots (r_n, 1)\}$
SumT ₂	$\sum_{i \in I} (rs_i, t_i): T_i \xrightarrow{(rs_i, t_i)} T_i, \text{ όπου } \text{urs}(rs) \subseteq R$
ConS	$\frac{S \xrightarrow{\gamma} S'}{B \xrightarrow{\gamma} S'}, \quad B \stackrel{\text{def}}{=} S'$
ConT	$\frac{T \xrightarrow{\rho} T'}{A \xrightarrow{\rho} T'}, \quad A \stackrel{\text{def}}{=} T'$
Par	$\frac{P_1 \xrightarrow{\alpha_1} P_1' \quad P_2 \xrightarrow{\alpha_2} P_2'}{P_1 P_2 \xrightarrow{\alpha_1 \oplus \alpha_2} P_1' P_2'}, \quad \text{Compatible}(\alpha_1, \alpha_2)$

Πίνακας 3.2: Κανόνες μετάβασης

Σημείωση: Γράφουμε rs για σύνολα της μορφής $\{(r_1, k_1), (r_2, k_2), (r_3, k_3), \dots, (r_n, k_n)\}$ από το σύνολο R ή $\bar{R}$ και k_i αποτελεί ένδειξη αν ο αντίστοιχος πόρος είχε προϋπάρχουσα δέσμευση ή όχι .

- Ο κανόνας Idle αναφέρεται στη διεργασία NIL και διατυπώνει ότι η συγκεκριμένη διεργασία μπορεί να εκτελέσει την ενέργεια αδράνειας $\emptyset$.

- Οι κανόνες Sum προσδιορίζουν την επιλογή ανάμεσα σε ένα σύνολο από διεργασίες.
 - Στον κανόνα SumS₁ παρατηρούμε ότι έχουμε ένα σύνολο από πόρους όπου ο χρόνος χορηγίας τους είναι ο ίδιος. Όταν εκτελείται μια δράση της μορφής (rs_i, t') όπου 0 < t' < t, αφού ο χρόνος της δράσης δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο που προσφέρεται το σύνολο των πόρων, και $urs(rs) \subseteq \bar{R}$, αυτό συνεπάγεται ότι στο επόμενο βήμα η διεργασία θα προσφέρει την υπολειπόμενη διάρκεια χορηγίας των πόρων rs_i που έμεινε ανεκπλήρωτη, δηλαδή (rs_i, t-t').
 - Στον κανόνα SumS₂ παρατηρούμε την παροχή ολόκληρης της προσφοράς αφού ο χρόνος που χορηγείται για το σύνολο των πόρων rs_i είναι ο ίδιος με τον χρόνο που εκτελείται στη δράση. Έτσι μεταβαίνουμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπει ο κανόνας, δηλαδή την S_i.
 - Ο κανόνας SumT₁ παρουσιάζει ένα σύνολο από αιτήματα για το σύνολο rs_i για t μονάδες χρόνου. Όταν εκτελεστεί μια δράση της μορφής (rs_i, t') όπου 0 < t' < t_i, αφού ο χρόνος της δράσης δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο που αιτείται το σύνολο των πόρων, στο επόμενο βήμα η εργασία εκτός του ότι θα ζητήσει την υπολειπόμενη διάρκεια ενέργειας που χρειάζεται για να ικανοποιηθεί πλήρως, η τιμή της παραμέτρου k (η οποία βρίσκεται εσωτερικά του rs) θα πάρει την τιμή 1 που δηλώνει ότι η διεργασία αυτή έχει προϋπάρχουσα δέσμευση και αυτό συμβαίνει γιατί δεν κατάφερε να ολοκληρωθεί πλήρως.
 - Στον κανόνα SumT₂ παρατηρούμε ότι το σύνολο με τα αιτήματα για το σύνολο rs_i ικανοποιείται πλήρως, αφού ο χρόνος που ζητείται είναι ο ίδιος με το χρόνο που εκτελείται στη δράση. Έτσι μεταβαίνουμε στην κατάσταση T_i που προβλέπει ο κανόνας
- Οι κανόνες ConS και ConT δηλώνουν ότι μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως τη διεργασία στην οποία είναι ορισμένη.

- Η παράλληλη σύνθεση ερμηνεύεται στον κανόνα Par, στον οποίο παρατηρούμε ότι μπορούν να εκτελούνται παράλληλα οι δράσεις δύο συστημάτων. Το $\alpha_1 \oplus \alpha_2$ είναι η ενέργεια που προκύπτει από την παράλληλη σύνθεση των δύο επιμέρους ενεργειών και ορίζεται όπως φαίνεται στον Ορισμό 3.1.

Ένας περιορισμός ο οποίος υπάρχει στην παράλληλη σύνθεση είναι ότι δεν μπορούν και οι δύο δράσεις να είναι αιτήματα για ζήτηση ενέργειας. Γι' αυτό χρησιμοποιούμε την έννοια της συμβατότητας (compatible). Συγκεκριμένα λέμε ότι δύο δράσεις α_1 και α_2 είναι συμβατές όταν το r συμβαίνει και στις δύο δράσεις και η μια δράση είναι ενέργεια και η άλλη προμήθεια. Επίσης πρέπει οι δύο δράσεις να έχουν τον ίδιο χρόνο.

Compatible(α_1, α_2)=

$$\bigwedge_{r \in \text{res}(\alpha_1) \cap \text{res}(\alpha_2)} [((r \in \alpha_1 \wedge \bar{r} \in \alpha_2) \vee (\bar{r} \in \alpha_1 \wedge r \in \alpha_2)) \wedge \text{time}(\alpha_1) = \text{time}(\alpha_2)] ,$$

όπου $\text{res}(\alpha) = \{ r \in R \mid (rs, t) \in \alpha \text{ ή } (\bar{r}, t) \in \alpha \text{ ή } (\vec{r}, t) \in \alpha \}$

Ορισμός 3.1

Έστω οι ενέργειες α_1 και α_2 , όπου $\alpha_1 = (rs_1, t)$ και $\alpha_2 = (rs_2, t)$, τότε η ενέργεια $\alpha_1 \oplus \alpha_2$, ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \oplus \alpha_2 = & (\{ (r, k) \in rs_i \mid (\bar{r}, 0) \notin rs_{3-i}, i \in \{1, 2\}, k \in \{0, 1\} \} \\ & \cup \{ (\bar{r}, 0) \in rs_i \mid (r, k) \notin rs_{3-i}, i \in \{1, 2\}, k \in \{0, 1\} \} \\ & \cup \{ (\vec{r}, k) \mid (r, k) \in rs_i, (\bar{r}, 0) \in rs_{3-i}, i \in \{1, 2\}, k \in \{0, 1\} \} \\ & \cup \{ (\vec{r}, k) \mid (\vec{r}, k) \in rs_1 \text{ ή } rs_2, k \in \{0, 1\} \}, t) \end{aligned}$$

Στην παράλληλη σύνθεση δύο ενεργειών όπου η μια ενέργεια είναι αίτημα και η άλλη προμήθεια, η παράμετρος k ισούται με την τιμή k του αιτήματος. Για παράδειγμα στη περίπτωση όπου έχουμε αίτημα $(\{(r,1)\}, 2)$ δηλαδή αιτείται ο πόρος r για 2 μονάδες χρόνου με την παράμετρο k να ισούται με 1, και έχουμε μια προσφορά του πόρου r για 4 μονάδες χρόνου με την παράμετρο k να ισούται με 0, $(\{(\bar{r},0)\}, 4)$, θα προκύψει η κατανάλωση του πόρου r για 2 μονάδες χρόνου με το k να παίρνει την τιμή 1 δηλαδή $(\{(\bar{r},1)\}, 2)$.

Επίσης αν σε ένα σύστημα έχουμε την παράλληλη σύνθεση μιας εργασίας και μιας προμήθειας, τότε για να εκτελεστεί αυτή η παράλληλη σύνθεση παίρνουμε το $\min(t_1, t_2, \dots, t_n)$ δηλαδή των ελάχιστο χρόνο t μεταξύ της εργασίας και της προμήθειας. Επιπλέον θεωρούμε ότι καταναλώνεται πρώτα η ενέργεια της οποίας οι δράσεις της έχουν την παράμετρο k να ισούται με 1.

Στην περίπτωση που έχουμε την παράλληλη σύνθεση ενός αιτήματος για ένα πόρο χωρίς κάποια προμήθεια του πόρου, τότε το αίτημα για ζήτηση ενέργειας παραμένει. Το ίδιο συμβαίνει και όταν έχουμε την παράλληλη σύνθεση μιας προμήθειας ενός πόρου χωρίς κανένα αίτημα για τον πόρο αυτό.

3.4 Παραδείγματα

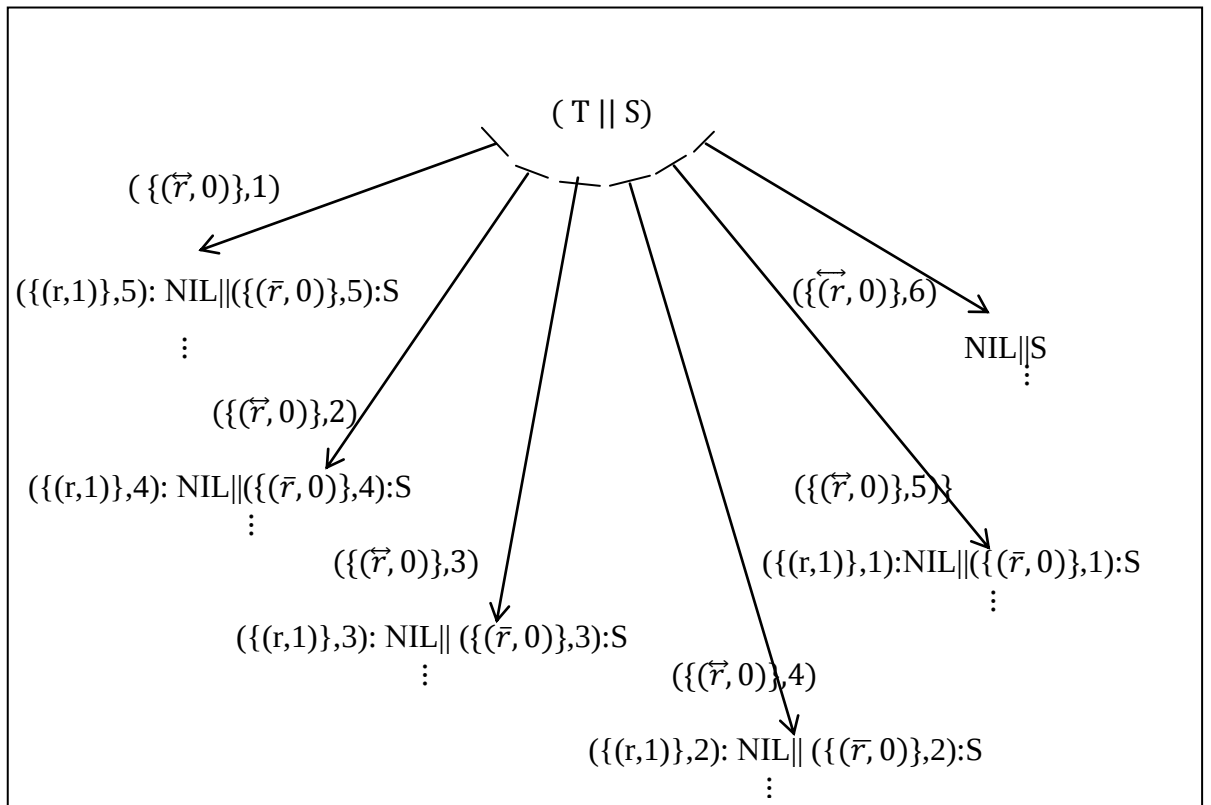
Παράδειγμα 3.4.1

Έστω ότι υπάρχει μια προμήθεια S και μια εργασία T :

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}, 0)\}, 6)$: S , η προμήθεια S προσφέρει τον πόρο r για 6 μονάδες χρόνου και μετά επιστρέφει στην κατάσταση S .
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r, 0)\}, 6)$: T , η εργασία T ζητά τον πόρο r για 6 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.

Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται όλες οι πιθανές ενέργειες που μπορούν να πραγματοποιηθούν κατά την διάρκεια της παράλληλης σύνθεσης $(T \parallel S)$, δηλαδή μπορούν να καταναλωθούν είτε μια μονάδα χρόνου, είτε δύο, είτε τρεις κ.τ.λ.

Υποθέτουμε για παράδειγμα ότι αρχικά καταναλώνονται δύο μονάδες χρόνου, παρατηρούμε ότι το αίτημα της εργασίας T δεν ικανοποιείται πλήρως και για αυτόν το λόγο στη συνέχεια γίνεται αίτημα με την υπολειπόμενη διάρκεια και την παράμετρο k από 0 να παίρνει την τιμή 1 δηλ. $(\{(r,1)\},4)$, καθώς επίσης υπάρχει και η υπόλοιπη προμήθεια που ισούται με $(\{(\bar{r},1)\},4)$.



Σχήμα 3.1: Σύστημα μεταβάσεων $(T \parallel S)$

Παράδειγμα 3.4.2

Έστω ότι υπάρχει μια εργασία T και μια προμήθεια S όπου:

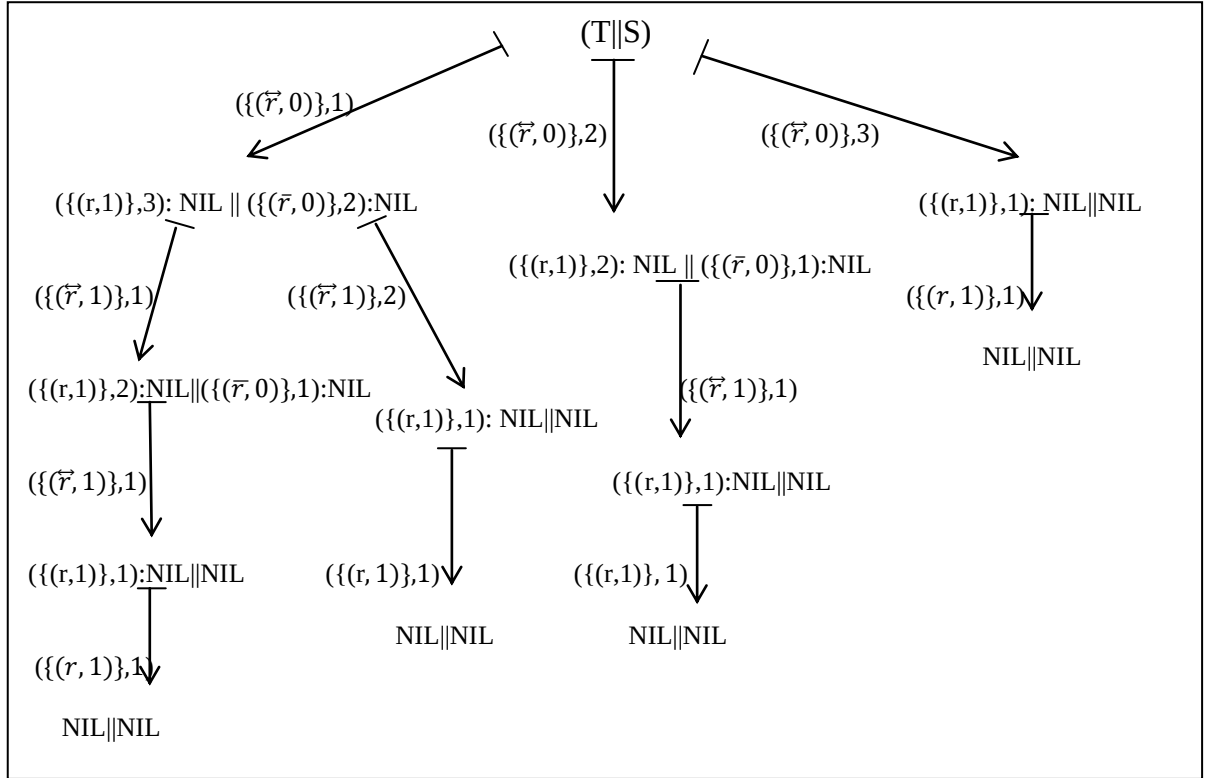
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r,0)\}, 4): \text{NIL}$, η εργασία T αιτείται τον πόρο r για 4 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}, 0)\}, 3): \text{NIL}$, η προμήθεια S προσφέρει τον πόρο r για 3 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.

Στο Σχήμα 3.2 βλέπουμε το σύστημα μεταβάσεων της παράλληλης σύνθεσης $(T||S)$ όπου αρχικά παρατηρούμε ότι μπορεί να υπάρξουν τρεις πιθανές μεταβάσεις για κατανάλωση του πόρου r .

Στη πρώτη πιθανή μετάβαση $(T||S) \xrightarrow{(\{(\bar{r},0)\},1)} (\{(r,1)\},3): \text{NIL} || (\{(\bar{r}, 0)\},2): \text{NIL}$, έχουμε κατανάλωση μόνο μιας μονάδας χρόνου με αποτέλεσμα να μην ικανοποιείται ολόκληρο το αίτημα της εργασίας T . Σ' αυτή την περίπτωση παρατηρούμε ότι γίνεται αίτημα για την υπολειπόμενη διάρκεια χρήσης του πόρου, καθώς επίσης γίνεται προσφορά της υπολειπόμενης προμήθειας.

Στη δεύτερη πιθανή μετάβαση $(T||S) \xrightarrow{(\{(\bar{r},0)\},2)} (\{(r,1)\},2): \text{NIL} || (\{(\bar{r}, 0)\},1): \text{NIL}$, έχουμε κατανάλωση δύο μονάδων χρόνου με αποτέλεσμα και σε αυτή την περίπτωση να μην ικανοποιείται πλήρως το αίτημα.

Στη τρίτη πιθανή μετάβαση $(T||S) \xrightarrow{(\{(\bar{r},0)\},3)} (\{(r,1)\},1): \text{NIL} || \text{NIL}$, έχουμε κατανάλωση τριών μονάδων χρόνου και έτσι παρατηρούμε ότι και στη τρίτη περίπτωση το αίτημα δεν ικανοποιείται. Επίσης γίνεται αίτημα για ακόμα 1 μονάδα χρόνου χωρίς καμιά προμήθεια με αποτέλεσμα το αίτημα να παραμένει στο σύστημα.



Σχήμα 3.2: Σύστημα μεταβάσεων (T||S)

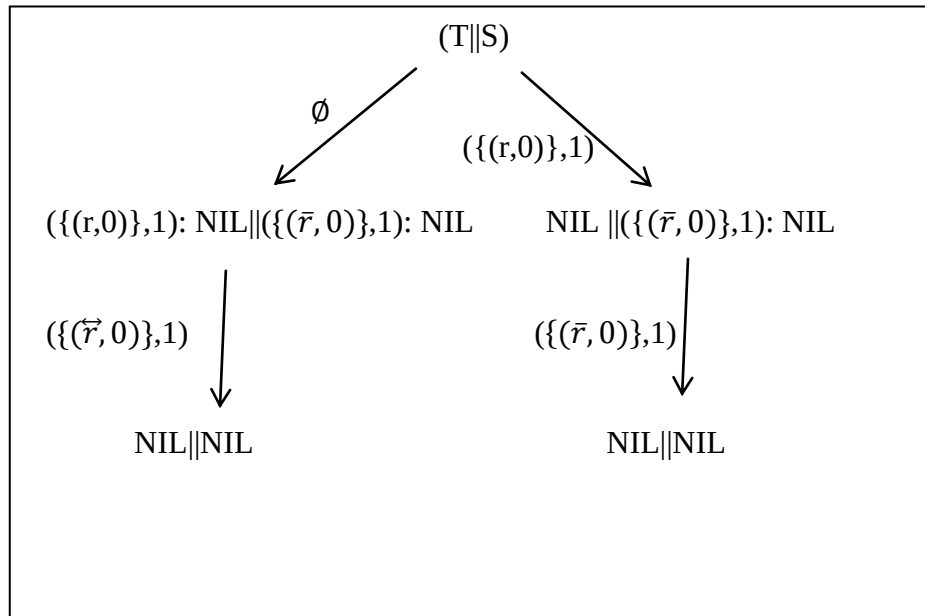
Παράδειγμα 3.4.3

Έστω ότι υπάρχει μια εργασία T και μια προμήθεια S όπου:

- $T \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset:({(r,0)},1): \text{NIL} + ({(r,0)},1): \text{NIL}$, η εργασία T είτε αρχικά είναι αδρανής για μια μονάδα χρόνου και στη συνέχεια αιτείται τον πόρο r για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει, είτε αιτείται τον πόρο r για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset:({(\bar{r},0)},1): \text{NIL}$, η προμήθεια S αρχικά είναι αδρανής, μετά προσφέρει τον πόρο r για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.

Παρατηρούμε ότι στο πιο πάνω παράδειγμα υπάρχουν δύο πιθανές μεταβάσεις οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.3. Στη πρώτη πιθανή μετάβαση αρχικά δεν εκτελείται κάποια ενέργεια για μια μονάδα χρόνου, ενώ στη δεύτερη πιθανή μετάβαση

παρατηρούμε ότι το αίτημα παραμένει στο σύστημα αφού η προμήθεια S είναι αδρανής την πρώτη μονάδα χρόνου.



Σχήμα 3.3: Σύστημα μεταβάσεων $(T||S)$

Στα πιο πάνω παραδείγματα παρατηρούμε ότι μπορούν να πραγματοποιηθούν περισσότερες από μια πιθανές μεταβάσεις για όλες τις δυνατές διάρκειες και για αυτό τον λόγο ορίζουμε την σχέση προτιμήσεων. Σκοπός του ορισμού αυτού είναι να επιτρέψουμε την εκτέλεση της κατανάλωσης με την μέγιστη διάρκεια και να πετύχουμε πρώτα την ικανοποίηση των αιτημάτων που έχουν διακοπεί .

Ορισμός 3.2

Αρχικά ας υποθέσουμε ότι το α και β είναι δύο ενέργειες (rs_1, t_1) και (rs_2, t_2) αντίστοιχα. Ορίζουμε τη σχέση προτιμήσεων $<$ ώστε να ισχύει ότι $\alpha < \beta$ δηλαδή $(rs_1, t_1) < (rs_2, t_2)$ όπου η ενέργεια β προτιμάται σε σχέση με την ενέργεια α , αν ικανοποιείται μια από τις πιο κάτω παραδοχές:

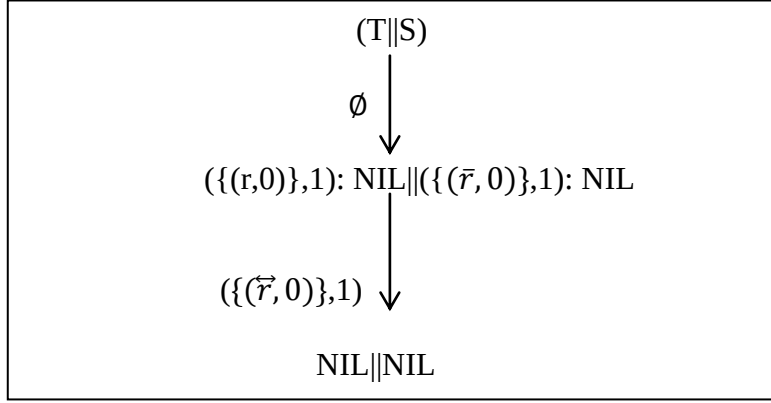
- $\alpha = (rs, t_1)$, $\beta = (rs, t_2)$ και $t_2 > t_1$
Οι δύο ενέργειες α και β αποτελούνται από τις ίδιες καταναλώσεις και προσφορές πόρων. Όμως, η ενέργεια β καταναλώνει για περισσότερη χρονική διάρκεια τους πόρους από την α .
- Οι ενέργειες α και β καταναλώνουν και προσφέρουν τους ίδιους πόρους.
Επίσης, η ενέργεια α περιέχει επιπλέον αιτήσεις οι οποίες δεν ικανοποιούνται.
- Οι ενέργειες $\alpha = \{(\{r_1, k_1\}, \dots, \{r_n, k_n\}), t\}$ και $\beta = \{(\{r_1, m_1\}, \dots, \{r_n, m_n\}), t\}$ περιέχουν ακριβώς του ίδιους πόρους και επιπρόσθετα αν $k_i < m_i$ για κάθε i , $1 \leq i \leq n$, και υπάρχει j τέτοιο ώστε $k_j < m_j$.

Η σχέση μετάβασης προτεραιότητας ορίζεται από τον εξής κανόνα:

$$\boxed{\frac{P \xrightarrow{\alpha} Q}{P \xrightarrow{\alpha} Q} \quad \text{αν δεν υπάρχει } P \xrightarrow{\beta} \text{ , } \alpha < \beta}$$

Δηλαδή, η σχέση $P \xrightarrow{\alpha} Q$ προκύπτει αν υπάρχει η μετάβαση $P \xrightarrow{\alpha} Q$ χωρίς προτίμηση και δεν υπάρχει άλλη μετάβαση $P \xrightarrow{\beta}$ τέτοια ώστε $\alpha < \beta$.

Εφαρμόζοντας το δεύτερο σημείο του Ορισμού 3.2 στο Παράδειγμα 3.4.3, παρατηρούμε ότι το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει σύμφωνα με την σχέση μεταβάσεων με προτίμηση είναι όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.4.



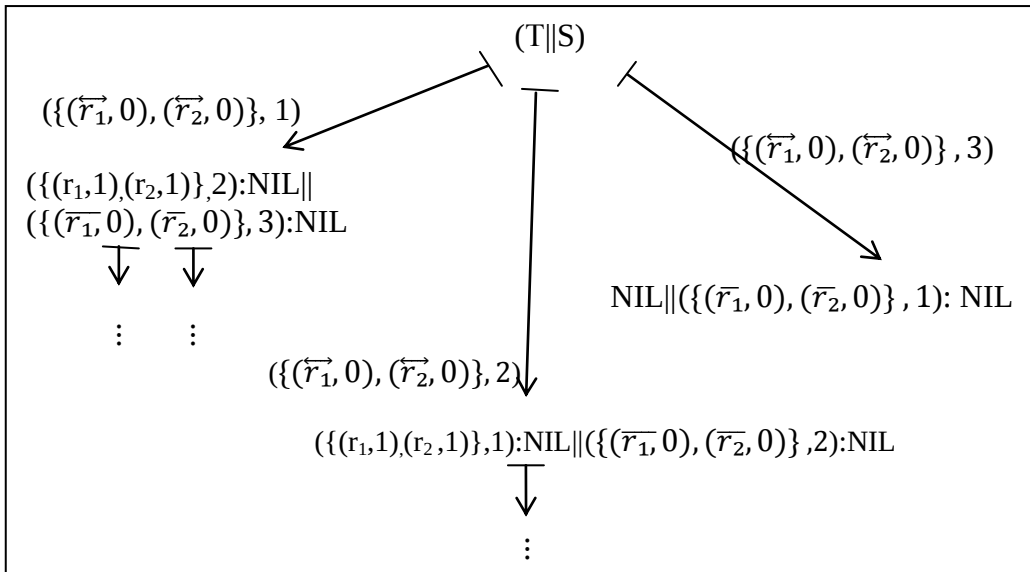
Σχήμα 3.4: Σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση $(T||S)$

Παράδειγμα 3.4.4

Έστω ότι υπάρχουν μια εργασία T και μια προμήθεια S όπου:

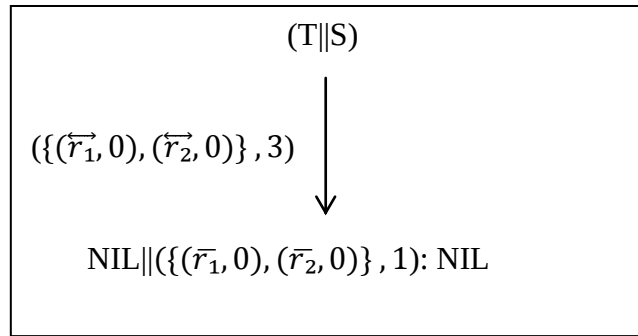
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1,0),(r_2,0)\}, 3):NIL$, η εργασία T αιτείται τους πόρους r_1 και r_2 για 3 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1,0),(\bar{r}_2,0)\}, 4):NIL$, η προμήθεια S χορηγεί τους πόρους r_1 και r_2 για 4 μονάδες χρόνου.

Το σύστημα όλων των πιθανών μεταβάσεων που προκύπτει σε αυτό το παράδειγμα φαίνεται στο Σχήμα 3.5, όπου παρατηρούμε τρεις δυνατές μεταβάσεις.



Σχήμα 3.5: Σύστημα μεταβάσεων $T||S$

Από το πρώτο σημείο του Ορισμού 3.2 παρατηρούμε ότι η ενέργεια $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 3)$ καταναλώνει για περισσότερη χρονική διάρκεια τους πόρους r_1 και r_2 σε σχέση με τις άλλες δύο πιθανές μεταβάσεις δηλαδή, $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 1) < (\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 2)$ και $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 2) < (\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 3)$. Καθώς επίσης οι ενέργειες $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 1)$ και $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 2)$ δεν ικανοποιούν πλήρως το αίτημα της εργασίας T . Επομένως η ενέργεια που επιλέγεται στο σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση είναι η $(\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 3)$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6: Σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση

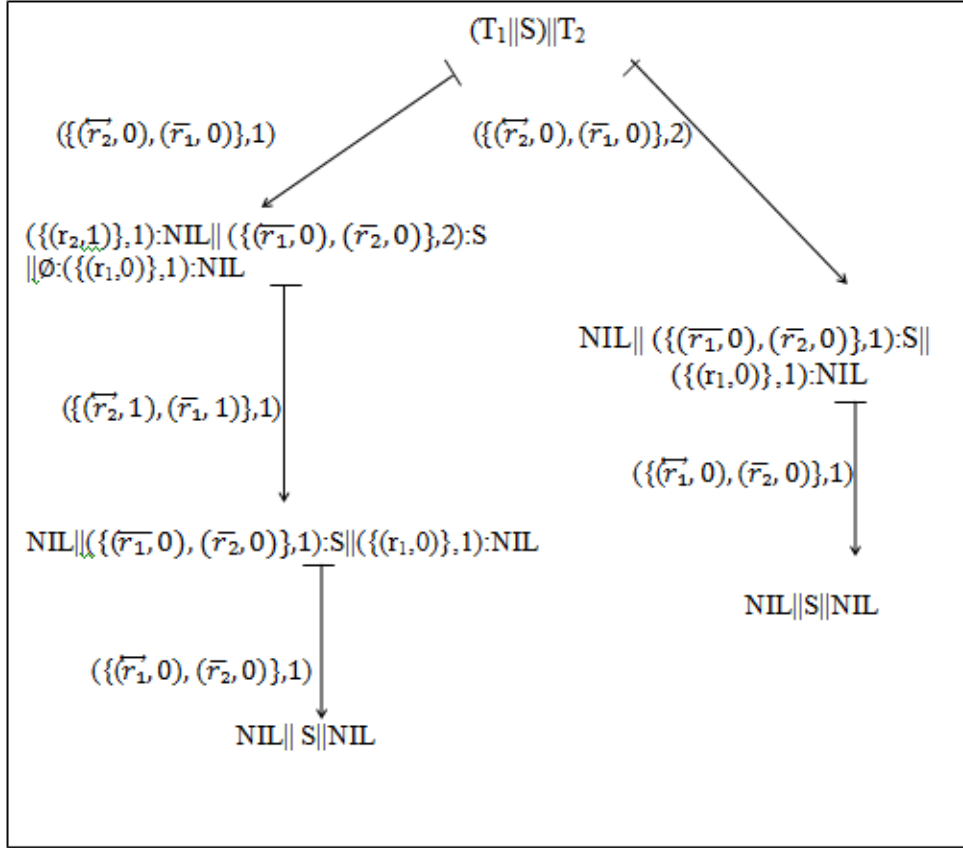
Παράδειγμα 3.4.5

Έστω ότι έχω δύο εργασίες T_1 και T_2 και μια προμήθεια S όπου:

- $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} (\{r_2, 0\}, 2): NIL$, η εργασία T_1 αιτείται τον πόρο r_2 για 2 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.
- $T_2 \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset^2 : (\{r_1, 0\}, 1): NIL$, η εργασία T_2 αρχικά είναι αδρανής για 2 μονάδες χρόνου, μετά αιτείται τον πόρο r_1 για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 3): S$, η προμήθεια χορηγεί τον πόρο r_1 και τον πόρο r_2 για 3 μονάδες χρόνου μετά επιστρέφει στην κατάσταση S .

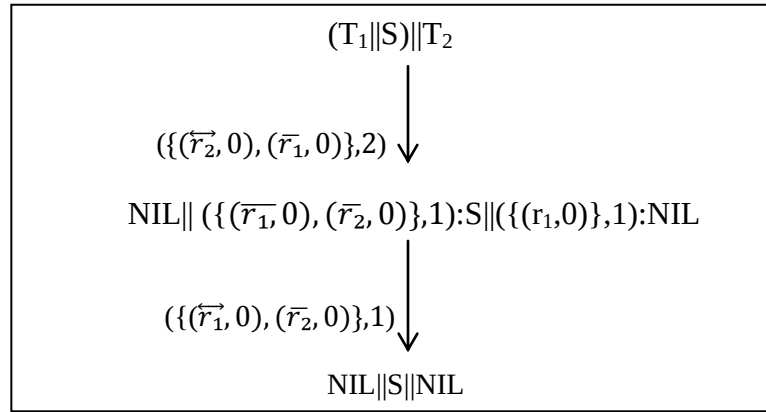
Όταν εκτελέσουμε την παράλληλη σύνθεση $(T_1 || S) || T_2$ παρατηρούμε ότι έχουμε δύο πιθανές μεταβάσεις. Στη πρώτη πιθανή μετάβαση $(T_1 || S) || T_2 \xrightarrow{((\vec{r}_2, 0), (\vec{r}_1, 0)), 1} (\{r_2, 1\}, 1): NIL || (\{(\vec{r}_1, 0), (\vec{r}_2, 0)\}, 2): S || \emptyset : (\{r_1, 0\}, 1): NIL$ χορηγείται μια μονάδα χρόνου από τον πόρο r_2 με αποτέλεσμα να γίνεται κατανάλωση της μιας μονάδας χρόνου από

τον πόρο r_2 και την ίδια χρονική στιγμή η προσφορά μιας μονάδας χρόνου από τον πόρο r_1 . Στη δεύτερη πιθανή μετάβαση $(T_1||S)||T_2 \xrightarrow{(\{(\vec{r}_2,0),(\vec{r}_1,0)\},2)} NIL||(\{(\vec{r}_1,0),(\vec{r}_2,0)\},1):S||(\{(\vec{r}_1,0)\},1):NIL$ χορηγούνται δύο μονάδες χρόνου από τον πόρο r_2 .



Σχήμα 3.7: Σύστημα μεταβάσεων $(T_1||S)||T_2$

Παρατηρούμε ότι η ενέργεια $(\{(\vec{r}_2,0),(\vec{r}_1,0)\},2)$ αποκλείει την εμφάνιση της ενέργειας $(\{(\vec{r}_2,0),(\vec{r}_1,0)\},1)$ και αυτό συμβαίνει γιατί σύμφωνα με το πρώτο σημείο του Ορισμού 3.2 επιλέγεται η ενέργεια με την μεγαλύτερη χρονική διάρκεια. Επομένως η ενέργεια που προκύπτει στο σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση φαίνεται στο Σχήμα 3.8

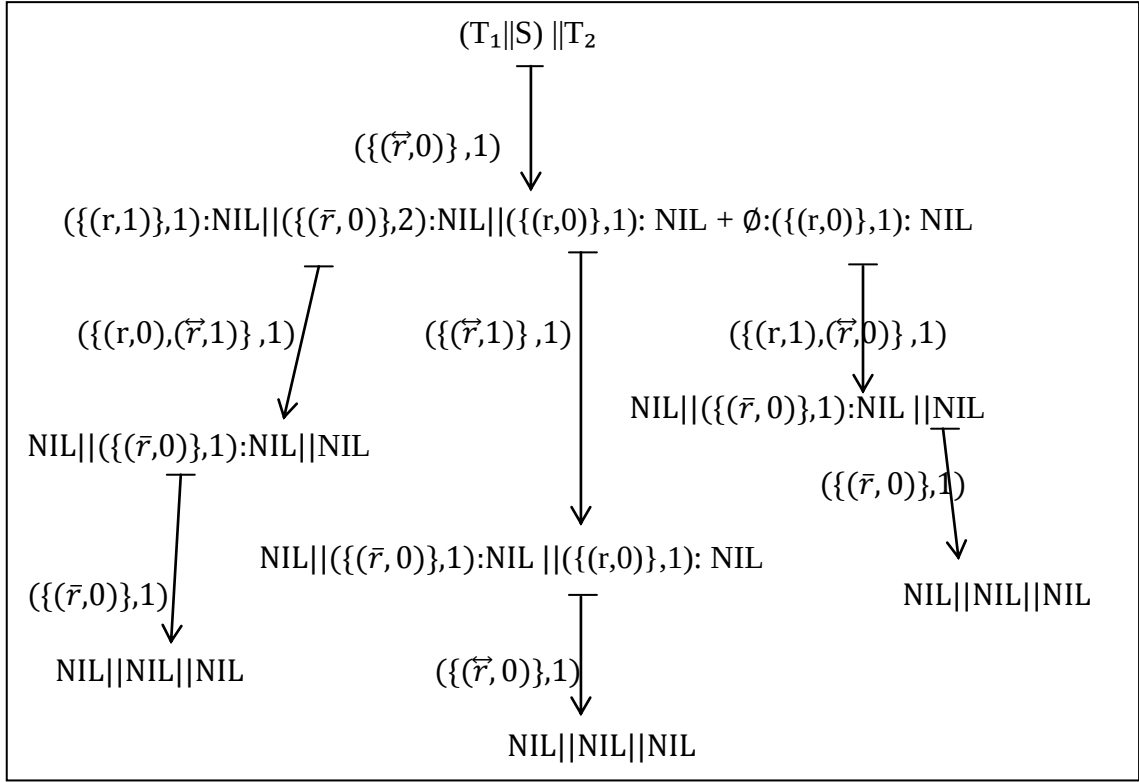


Σχήμα 3.8: Σύστημα μεταβάσεων $(T_1||S)||T_2$ με προτίμηση

Παράδειγμα 3.4.6

Έστω ότι έχω δύο εργασίες T_1 και T_2 και μια προμήθεια S όπου:

- $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r, 0)\}, 2) : \text{NIL}$, η εργασία T_1 αιτείται τον πόρο r για 2 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.
- $T_2 \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset : [(\{(r, 0)\}, 1) : \text{NIL} + \emptyset : (\{(r, 0)\}, 1) : \text{NIL}]$, η εργασία T_2 αρχικά είναι αδρανής για 1 μονάδα χρόνου, μετά έχει την επιλογή είτε να αιτείται τον πόρο r για 1 μονάδα χρόνου και ακολούθως να τερματίσει, είτε να είναι αδρανής για ακόμα μια μονάδα χρόνου, και στη συνέχεια να αιτείται τον πόρο r για μια μονάδα χρόνου και μετά να τερματίσει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\vec{r}, 0)\}, 3) : S$, η προμήθεια χορηγεί τον πόρο r για 3 μονάδες χρόνου μετά επιστρέφει στην κατάσταση S .



Σχήμα 3.9: Σύστημα μεταβάσεων $(T_1||S) || T_2$

Στο πιο πάνω σχήμα φαίνονται όλες οι πιθανές μεταβάσεις τις παράλληλης εκτέλεσης $(T_1||S) || T_2$. Στο πρώτο βήμα παρατηρούμε ότι υπάρχει μόνο μια πιθανή μετάβαση, η κατανάλωση μιας μονάδας χρόνου από τον πόρο r από την εργασία T_1 .

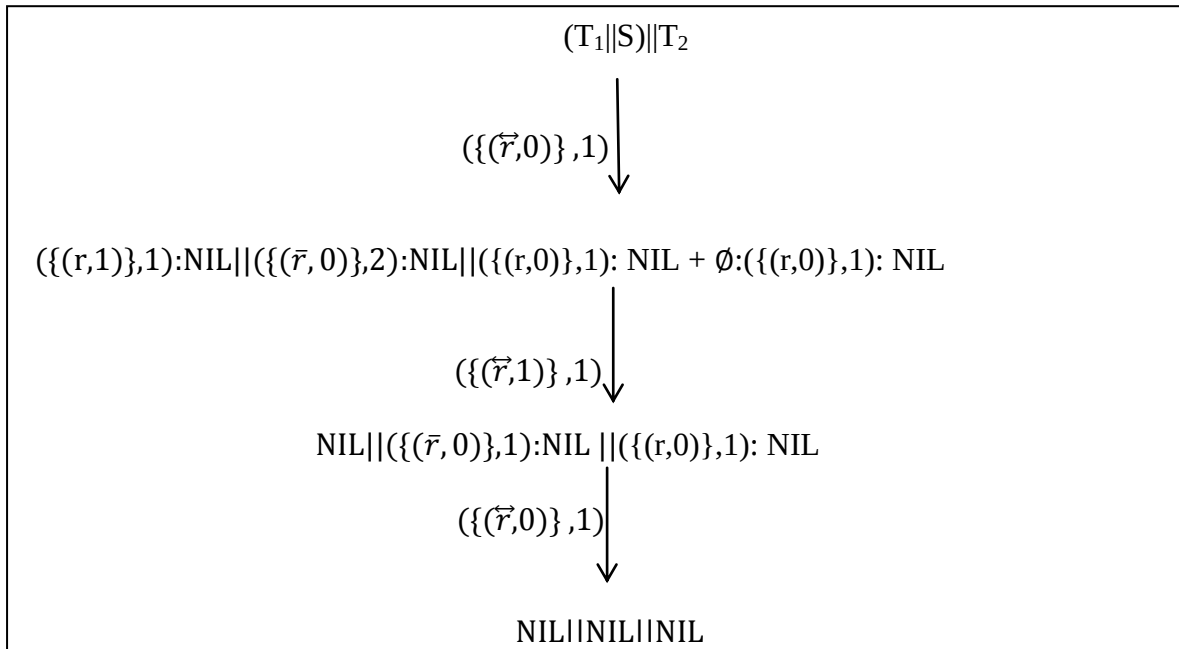
Στο επόμενο βήμα παρατηρούμε ότι έχουμε τρεις πιθανές μεταβάσεις. Στην πρώτη πιθανή μετάβαση $((r,1),1):NIL || ((r,0),2):NIL || ((r,0),1):NIL \xrightarrow{((r,0),(r,1),1)} NIL || ((r,0),1):NIL || NIL$, παρατηρούμε ότι ικανοποιείται το αίτημα της εργασίας T_1 το οποίο δεν είχε ολοκληρωθεί στο προηγούμενο βήμα και ταυτόχρονα αιτείται ο πόρος r της εργασίας T_2 .

Στη δεύτερη πιθανή μετάβαση $((r,1),1):NIL || ((r,0),2):NIL || \emptyset:((r,0),1):NIL \xrightarrow{((r,1),1)} NIL || ((r,0),1):NIL || ((r,0),1):NIL$, έχουμε την κατανάλωση μιας μονάδας χρόνου του πόρου r με αποτέλεσμα να ικανοποιείται πλήρως η εργασία T_1 .

Στη τρίτη πιθανή μετάβαση $((r,1),1):NIL || ((r,0),2):NIL || ((r,0),1):NIL \xrightarrow{((r,1),(r,0),1)} NIL || ((r,0),1):NIL || NIL$ παρατηρούμε την κατανάλωση μιας μονάδας

χρόνου του πόρου r ικανοποιώντας το αίτημα της εργασίας T_2 και ταυτόχρονα γίνεται αίτημα για τον πόρο r αφού σε αυτή τη μετάβαση παραμένει ανικανοποίητο το αίτημα της εργασίας T_1 το οποίο είχε διακοπεί στο πρώτο βήμα.

Σύμφωνα με το τρίτο σημείο του Ορισμού 3.2 έχουν μεγαλύτερη προτεραιότητα για ολοκλήρωση τα αιτήματα τα οποία έχουν διακοπεί. Έτσι παρατηρούμε ότι η δεύτερη πιθανή μετάβαση $(\{\vec{r}, 1\}, 1)$ αποκλείει την εμφάνιση των άλλων δύο πιθανών μεταβάσεων. Επομένως στο Σχήμα 3.10 παρουσιάζεται το σύστημα μεταβάσεων της παράλληλης εκτέλεσης $(T_1||S)||T_2$ με προτίμηση.



Σχήμα 3.10: Σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση

Κεφάλαιο 4

Χρονοπρογραμματισμός

4.1 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού	38
4.2 Υπολειπόμενη Ενέργεια	41
4.3 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών	45

Στο κεφάλαιο αυτό θα δοθεί ο ορισμός του χρονοπρογραμματισμού ενός συστήματος, δηλαδή πότε ένα σύνολο από αιτήματα θεωρείται χρονοπρογραμματίσιμο από ένα σύνολο από προμήθειες. Ακολούθως θα αποδειχθεί ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία και το υπόλοιπο της προμήθειας αυτής μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια άλλη εργασία, τότε το αρχικό σύνολο από προμήθειες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί.

4.1 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού

Αρχικά καθορίζουμε πότε ένα σύνολο από εργασίες είναι χρονοπρογραμματίσιμο από ένα σύνολο από προμήθειες, όπως θα δούμε στον Ορισμό 4.1.

Σε ότι ακολουθεί γράφουμε T^* για το σύνολο όλων των παράλληλων συνθέσεων της μορφής $T_1 || T_2 || \dots || T_n$, $n \geq 1$. Γράφουμε S^* για το σύνολο όλων των παράλληλων συνθέσεων της μορφής $S_1 || S_2 || \dots || S_n$, $n \geq 1$. Επίσης γράφουμε a^μ για το σύνολο των

πόρων που εμφανίζονται σε μια ενέργεια.[5] Για παράδειγμα $\{(\{(r_1, k_1), (\bar{r}_2, 0), (\vec{r}_3, k_3)\}, t)\}^\mu = \{r_1, \bar{r}_2, \vec{r}_3\}$. Επίσης γράφουμε $T \parallel S \Rightarrow P$ αν υπάρχουν δράσεις $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ και διεργασίες $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ τέτοιες ώστε $T \parallel S \xrightarrow{\alpha_1} P_1 \xrightarrow{\alpha_2} P_2 \dots P_{n-1} \xrightarrow{\alpha_n} P$.

Ορισμός 4.1

Μια εργασία $T \in T^*$ είναι χρονοπρογραμματίσιμη από μια προμήθεια $S \in S^*$ αν για κάθε $T \parallel S \Rightarrow P$ τότε για όλα τα $P \xrightarrow{a}$ έχουμε $a^\mu \cap R = \emptyset$.

Σύμφωνα με τον πιο πάνω ορισμό μια εργασία T είναι χρονοπρογραμματίσιμη από μια προμήθεια S αν σε κάθε δράση του συστήματος δεν μένει καμιά ανικανοποίητη αίτηση για ενέργεια. Επίσης αν μια εργασία T είναι χρονοπρογραμματίσιμη από μια προμήθεια S τότε γράφουμε $S \models T$.

Παράδειγμα 4.1

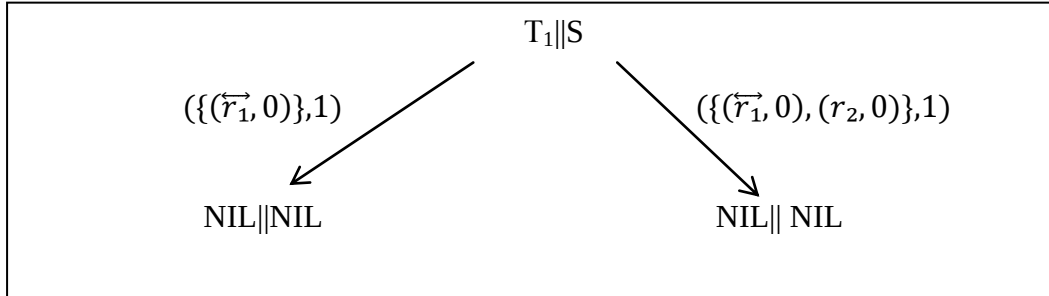
Έστω ότι έχω την εργασία T_1 και την προμήθεια S , όπου:

- $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} + (\{(r_1, 0), (r_2, 0)\}, 1): \text{NIL}$, η εργασία T_1 είτε αιτείται τον πόρο r_1 για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει είτε αιτείται τον πόρο r_1 και τον πόρο r_2 για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0)\}, 1): \text{NIL}$, η προμήθεια S προσφέρει αρχικά τον πόρο r_1 για 1 μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει

Εκτελώντας την παράλληλη σύνθεση $(T_1 \parallel S)$ παρατηρούμε ότι αρχικά έχουμε δύο πιθανές μεταβάσεις, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.

Στην πρώτη πιθανή μετάβαση $(\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} \parallel (\{(\bar{r}_1, 0)\}, 1): \text{NIL} \xrightarrow{(\{(\bar{r}_1, 0)\}, 1)} \text{NIL} \parallel \text{NIL}$ προκύπτει η κατανάλωση του πόρου r_1 για 1 μονάδα χρόνου με αποτέλεσμα να ικανοποιείται το αίτημα της εργασίας T .

Στη δεύτερη πιθανή μετάβαση $(\{(r_1,0),(r_2,0)\},1):NIL \parallel (\{(\vec{r}_1, 0)\},1) \xrightarrow{(\{(\vec{r}_1,0),(r_2,0)\},1)} NIL \parallel NIL$ παρατηρούμε ότι ο πόρος r_1 καταναλώνεται για μια μονάδα χρόνου αλλά επειδή δεν υπάρχει η προσφορά του πόρου r_2 για την πρώτη μονάδα χρόνου, το αίτημα παραμένει ανικανοποίητο.



Σχήμα 4.1: Σύστημα μεταβάσεων $T_1||S$

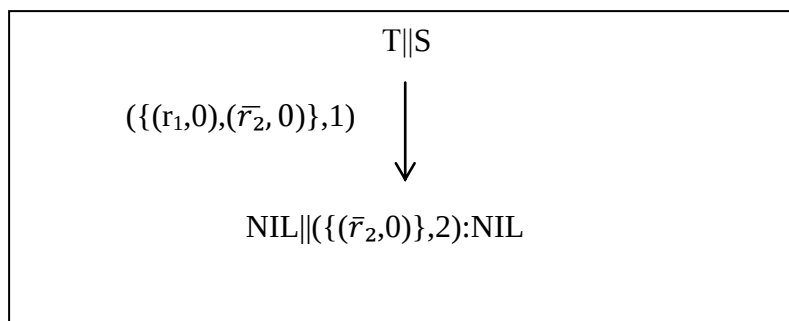
Όπως γνωρίζουμε από τον Ορισμό 3.2 ισχύει $(\{(\vec{r}_1, 0), (r_2, 0)\}, 1) < (\{(\vec{r}_1, 0)\}, 1)$, δηλαδή η πρώτη μετάβαση αποκλείει την εμφάνιση της δεύτερης, έτσι το σύστημα μας είναι χρονοπρογραμματίσιμο.

Παράδειγμα 4.2

Έστω ότι έχω την εργασία T και την προμήθεια S όπου:

- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1,0)\},1):NIL$
- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\vec{r}_2,0)\},3):NIL$

Εκτελώντας την παράλληλη σύνθεση $T||S$ παρατηρούμε ότι υπάρχει μόνο μια δυνατή μετάβαση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2. Η μετάβαση αυτή περιέχει ένα αίτημα μιας μονάδας χρόνου από τον πόρο r_1 που μένει ανικανοποίητο και έτσι η προμήθεια S δεν μπορεί να χρονοπρογραμματίσει την εργασία T .



Σχήμα 4.2: Σύστημα μεταβάσεων $T||S$

4.2 Υπολειπόμενη Ενέργεια

Η υπολειπόμενη ενέργεια είναι η ενέργεια η οποία μένει αχρησιμοποίητη κατά την εκτέλεση ενός συνόλου εργασιών από ένα σύνολο προμηθειών.

Έστω μια προμήθεια $S \in S^*$ και μια εργασία $T \in T^*$ για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Ορίζουμε ως υπολειπόμενη ενέργεια τους πόρους που απομένουν στην προμήθεια S μετά την ικανοποίηση των αιτημάτων της εργασίας T .

Πιο κάτω ορίζονται κάποιοι συμβολισμοί οι οποίοι θα μας βοηθήσουν στον ορισμό της υπολειπόμενης ενέργειας (Ορισμός 4.2).

- Γράφουμε rs_T για το σύνολο των πόρων της εργασίας T , το οποίο έχει την μορφή $rs_T = \{(r_1, k_1), (r_2, k_2) \dots (r_n, k_n)\}$, όπου $k_i \in \{0,1\}$.
- Γράφουμε rs' για το σύνολο των πόρων της εργασίας T , όπου $rs' = \{(r, 1) \in rs \mid (r, k) \in rs\}$.
- Γράφουμε rs_S για το σύνολο των πόρων που χορηγούνται από την προμήθεια S , όπου $\bar{rs} = \{(\bar{r}, 0) \in \bar{rs}\}$
- Επίσης γράφουμε $\bar{rs} \ominus rs = \{(\bar{r}, 0) \in \bar{rs} \mid (r, k) \notin rs\}$ για το σύνολο των πόρων οι οποίοι είναι αχρησιμοποίητοι. Ο υπολογισμός αυτών των πόρων είναι η διαφορά του συνόλου των πόρων $\bar{rs}$ που προσφέρει η προμήθεια S , με το σύνολο των πόρων rs που αιτείται η εργασία T .

Επιπλέον ο υπολογισμός του $\bar{rs} \ominus rs$ είναι ανεξάρτητος από την τιμή της παραμέτρου k_i στα αιτήματα των εργασιών T_i . Για παράδειγμα έστω μια εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0), (r_2, 1)\}, t): T'$ και μια προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0), (\bar{r}_3, 0)\}, t'): S'$, το $\bar{rs}_S \ominus rs_T$ ισούται με $\{(\bar{r}_3, 0)\}$.

- Στην περίπτωση που οι πόροι που αιτείται η εργασία T είναι οι ίδιοι με τους πόρους που προσφέρει η προμήθεια S , τότε δεν θα υπάρχουν αχρησιμοποίητοι πόροι και το $\bar{rs} \ominus rs$ θα ισούται με $\emptyset$.

Ορισμός 4.2

Έστω μια προμήθεια S και μια εργασία T , ορίζουμε το $remainder(S, T)$ ως εξής:

$$remainder(S, T) = \left\{ \begin{array}{ll} S, & \alpha\nu T = NIL \\ NIL, & \alpha\nu S = NIL \\ remainder(S, T'), & \alpha\nu T = A, A \stackrel{\text{def}}{=} T' \\ remainder(S', T), & \alpha\nu S = B, B \stackrel{\text{def}}{=} S' \\ (\bar{rs} \ominus rs, t_s) : remainder(S', (rs, t - t_s) : T'), & \begin{array}{l} \alpha\nu S = (\bar{rs}, t_s) : S', \\ T = (rs, t) : T', t > t_s \end{array} \\ (\bar{rs} \ominus rs, t) : remainder((\bar{rs}, t_s - t) : S', T'), & \begin{array}{l} \alpha\nu S = (\bar{rs}, t_s) : S', \\ T = (rs, t) : T', t \leq t_s \end{array} \\ \begin{array}{l} \sum_{i \in I_1} [(\bar{rs} \ominus rs_i, t_s) : remainder(S', (rs'_i, t_i - t_s) : T'_i)] + \\ \sum_{i \in I_2} [(\bar{rs} \ominus rs_i, t_i) : remainder((\bar{rs}, t_s - t_i) : S', T'_i)], \end{array} & \begin{array}{l} \alpha\nu T = \sum_{i \in I} (rs_i, t_i) : T'_i, \\ S = (\bar{rs}, t_s) : S', \end{array} \\ \sum_{j \in J} [remainder((\bar{rs}_j, t_{sj}) : S'_j, T)] & \alpha\nu S = \sum_{j \in J} (\bar{rs}_j, t_{sj}) : S'_j \end{array} \right.$$

Σημείωση1: Όταν ο χρόνος ισούται με 0, τότε μεταβαίνουμε στην επόμενη κατάσταση, για παράδειγμα όταν έχουμε $(rs, 0) : S$ τότε αυτό είναι ισοδύναμο με S , δηλαδή $(rs, 0) : S \equiv S$

Σημείωση2: Όπου $I_1 = \{i \in I \mid t_i > t_s \text{ και } \nexists j \text{ τέτοιο ώστε } rs_j \oplus \bar{rs} > rs_i \oplus \bar{rs}\}$, και $I_2 = \{i \in I \mid t_i \leq t_s \text{ και } \nexists j \text{ τέτοιο ώστε } rs_j \oplus \bar{rs} > rs_i \oplus \bar{rs}\}$

Για τον υπολογισμό της υπολειπόμενης ενέργειας υπάρχουν οι πιο κάτω περιπτώσεις:

- 1) Αν $T=NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με την προμήθεια S
- 2) Αν $S=NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με NIL
- 3) Αν $T=A$ και $A \stackrel{\text{def}}{=} T'$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\text{remainder}(S, T')$
- 4) Αν $S=B$ και $B \stackrel{\text{def}}{=} S'$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\text{remainder}(S', T)$
- 5) Αν $S = (\bar{r}s, t_s):S'$, $T = (rs, t):T'$, και $t > t_s$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $(\bar{r}s \ominus rs, t_s) : \text{remainder}(S', (rs, t-t_s):T')$
- 6) Αν $S = (\bar{r}s, t_s):S'$, $T = (rs, t):T'$, και $t \leq t_s$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $(\bar{r}s \ominus rs, t) : \text{remainder}((\bar{r}s, t_s-t):S', T')$
- 7) Αν $T = \sum_{i \in I} (rs_i, t_i):T'_i$, και $S(\bar{r}s, t_s):S$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\sum_{i \in I_1} [(\bar{r}s \ominus rs_i, t_s) : \text{remainder}(S', (rs'_i, t_i-t_s):T'_i)] + \sum_{i \in I_2} [(\bar{r}s \ominus rs_i, t_i) : \text{remainder}((\bar{r}s, t_s-t_i):S', T'_i)]$. Αυτό συμβαίνει γιατί όταν έχουμε τη μη ντετερμινιστική επιλογή ενός αθροίσματος από αιτήματα, και έχουμε μόνο μια προμήθεια, η υπόλοιπη ενέργεια είναι διαφορετική σε κάθε περίπτωση.
- 8) Αν $S = \sum_{j \in J} (\bar{r}s_{sj}, t_{sj}):S'_j$, τότε το υπόλοιπο θα είναι ίσο με $\sum_{j \in J} [\text{remainder}((\bar{r}s_{sj}, t_{sj}):S'_j, T)]$. Αυτό συμβαίνει γιατί έχουμε την μη ντετερμινιστική επιλογή ενός αθροίσματος από προμήθειες. Έτσι για να υπολογίσουμε την υπόλοιπη ενέργεια θα παίρνουμε ξεχωριστά την κάθε επιλογή από το άθροισμα της προμήθειας S με ολόκληρη την εργασία T .

Παράδειγμα 4.3

Έστω υπάρχουν μια προμήθεια S και μια εργασία T όπου:

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 5):S$, η προμήθεια S χορηγεί για 5 μονάδες χρόνου τους πόρους r_1 και r_2 , και ακολούθως επιστρέφει στην κατάσταση S .
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 3):NIL$, η εργασία T αρχικά αιτείται τον πόρο r_1 για 3 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.

Σύμφωνα με το έκτο σημείο του Ορισμού 4.2 και ακολούθως με το πρώτο, η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$(\{(\bar{r}_2, 0)\}, 3) : \text{remainder}(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 2):S, NIL) = (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 2):S$$

Παράδειγμα 4.4

Έστω υπάρχουν μια προμήθεια S και μια εργασία T όπου:

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 6): \text{NIL}$, η προμήθεια S χορηγεί για 6 μονάδες χρόνου τους πόρους r_1 και r_2 , και ακολούθως μεταβαίνει στην κατάσταση NIL .
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 3): \text{NIL} + (\{(r_1, 0), (r_2, 0)\}, 8): \text{NIL}$, η εργασία T έχει την επιλογή είτε αρχικά να αιτείται τον πόρο r_1 για 3 μονάδες χρόνου και μετά να τερματίσει, είτε να αιτείται τους πόρους r_1 και r_2 για 8 μονάδες χρόνου και μετά να τερματίσει.

Σύμφωνα με το τελευταίο και ακολούθως με το δεύτερο σημείο του Ορισμού 4.2, η υπολειπόμενη ενέργεια θα είναι ίση με:

$$(\{(\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{remainder}(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): S, \text{NIL}) + (\emptyset, 6): \text{remainder}(\text{NIL}, (\{(r_1, 1), (r_2, 1)\}, 2): \text{NIL}) = (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): S + \text{NIL}$$

Παράδειγμα 4.5

Έστω υπάρχουν μια προμήθεια S και μια εργασία T όπου:

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0)\}, 3): \text{NIL}$, η προμήθεια S χορηγεί για 3 μονάδες χρόνου τον πόρο r_1 , και ακολούθως μεταβαίνει στην κατάσταση NIL .
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} + (\{(r_1, 0)\}, 2): \text{NIL}$, η εργασία T έχει την επιλογή είτε αρχικά να αιτείται τον πόρο r_1 για 1 μονάδα χρόνου και μετά να τερματίσει, είτε να αιτείται τον πόρο r_2 για 2 μονάδες χρόνου και μετά να τερματίσει.

Σύμφωνα με το έβδομο σημείο του Ορισμού 4.2 και ακολούθως με το πρώτο, η υπολειπόμενη ενέργεια θα είναι ίση με:

$$(\emptyset, 1): \text{remainder}(\{(\bar{r}_1, 0)\}, 2): \text{NIL}, \text{NIL}) + (\emptyset, 2): \text{remainder}(\{(\bar{r}_1, 0)\}, 1): \text{NIL}, \text{NIL}) = (\{(\bar{r}_1, 0)\}, 2): \text{NIL} + (\{(\bar{r}_1, 0)\}, 1): \text{NIL}$$

Παράδειγμα 4.6

Έστω υπάρχουν μια προμήθεια S και μια εργασία T όπου:

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 5): \text{NIL} + (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{NIL}$, η προμήθεια S είτε χορηγεί για 5 μονάδες χρόνου τους πόρους r_1 και r_2 , και ακολούθως μεταβαίνει στην κατάσταση NIL είτε χορηγεί για 3 μονάδες χρόνου τους πόρους r_1 και r_2 , και ακολούθως μεταβαίνει στην κατάσταση NIL .
- $T \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} + (\{(r_2, 0)\}, 2): \text{NIL}$, η εργασία T έχει την επιλογή είτε αρχικά να αιτείται τον πόρο r_1 για 1 μονάδα χρόνου και μετά να τερματίσει, είτε να αιτείται τον πόρο r_2 για 2 μονάδες χρόνου και μετά να τερματίσει.

Σύμφωνα με το τελευταίο σημείο του Ορισμού 4.2, η υπολειπόμενη ενέργεια θα είναι ίση με:

$$\begin{aligned}
 & remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 5): \text{NIL}, (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} + \{(\bar{r}_2, 0)\}, 2): \text{NIL}) + \\
 & remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{NIL}, (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL} + \{(\bar{r}_2, 0)\}, 2): \text{NIL} = \\
 & ((\bar{r}_2, 0), 1): remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 4): \text{NIL}, \text{NIL}) + \\
 & (\bar{r}_1, 0), 2): remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{NIL}, \text{NIL}) + \\
 & ((\bar{r}_2, 0), 1): remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 2): \text{NIL}, \text{NIL}) + \\
 & (\bar{r}_1, 0), 2): remainder(\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 1): \text{NIL}, \text{NIL}) = \\
 & (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 4): \text{NIL} + \{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{NIL} + (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 2): \text{NIL} + \\
 & ((\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 1): \text{NIL}
 \end{aligned}$$

4.3 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα αποδείξουμε ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_1 και η υπολειπόμενη ενέργεια μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια άλλη εργασία T_2 , τότε το αρχικό σύνολο από προμήθειες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί.

Λήμμα 4.1

Έστω μια προμήθεια S και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Τότε

$remainder(S, T) \xrightarrow{\gamma} R$ αν και μόνο αν $S \xrightarrow{\alpha} S', T \xrightarrow{\beta} T', S || T \xrightarrow{\alpha \oplus \beta} S' || T'$ και $\gamma = (\bar{r}s \ominus rs, t)$, όπου $\alpha = (\bar{r}s, t), \beta = (rs, t)$ και $R = remainder(S', T')$.

Απόδειξη:

Η απόδειξη του πιο πάνω λήμματος θα γίνει με επαγωγή και βασίζεται στον ορισμό της υπολειπόμενης ενέργειας.

- Αν $S = NIL$:

Τότε το $remainder(S, T) = NIL$. Επίσης, αφού $S \models T$ και $S \xrightarrow{\emptyset} NIL$ για κάθε δράση $T \xrightarrow{\beta} T'$, τότε πρέπει να ισχύει ότι $\beta = \emptyset$. Επομένως $remainder(S, T) \xrightarrow{\gamma} R$ αν και μόνο αν $\gamma = \emptyset, S \xrightarrow{\emptyset} S', T \xrightarrow{\beta} T'$ και $R = remainder(S', T')$.

- Αν $T = NIL$:

Τότε το $remainder(S, T) = S$. Επίσης, αφού $S \models T$, τότε $remainder(S, T) \xrightarrow{\gamma} R$ αν και μόνο αν $\gamma = (\bar{r}s, t), T \xrightarrow{\emptyset} NIL, S \xrightarrow{\alpha} S'$ και $R = remainder(S', NIL)$.

- Αν $T=A, A \stackrel{\text{def}}{=} T'$

Τότε το $remainder(S, T) = remainder(S, T')$, και το ζητούμενο ισχύει από την υπόθεση της επαγωγής.

- Αν $S=B, B \stackrel{\text{def}}{=} S'$

Τότε το $remainder(S, T) = remainder(S', T)$, και το ζητούμενο ισχύει από την υπόθεση της επαγωγής.

- $S = (\bar{r}s, t_s):S', T = \sum_{i \in I} (rs_i, t_i):T'_i:$

Τότε το $\text{remainder}(S, T) \xrightarrow{\gamma} R$ αν και μόνο αν $S \xrightarrow{(\bar{r}s, t)} S', T_1 \xrightarrow{(rs_i, t)} T'_i, \gamma = (\bar{r}s \ominus rs_i, t)$ όπου $t = \min(t_s, t_i)$ και

$$R = \sum_{i \in I_1} [(\bar{r}s \ominus rs_i, t_s): \text{remainder}(S', (rs'_i, t_i - t_s):T'_i)] + \sum_{i \in I_2} [(\bar{r}s \ominus rs_i, t_i): \text{remainder}((\bar{r}s, t_s - t_i):S', T'_i)].$$

- Αν $S = \sum_{j \in J} (\bar{r}s_j, t_{sj}):S'_j:$

Τότε το $\text{remainder}(S, T) \xrightarrow{\gamma} R$ αν και μόνο αν $S_1 \xrightarrow{(\bar{r}s_j, t_{sj})} S'_j, T \xrightarrow{(rs, t)} T,$

$$\gamma = (\bar{r}s_j \ominus rs, t) \text{ και } R = \sum_{j \in J} [\text{remainder}((\bar{r}s_j, t_{sj}):S'_j, T)].$$

Θεώρημα 4.1

Έστω ότι $S \models T_1$ και $\text{remainder}(S, T_1) \models T_2$, τότε $S \models T_1 \parallel T_2$.

Το πιο πάνω θεώρημα δηλώνει ότι αν η προμήθεια S χρονοπρογραμματίζει την εργασία T_1 και το υπόλοιπο της προμήθειας αυτής $\text{remainder}(S, T_1)$, χρονοπρογραμματίζει την εργασία T_2 , τότε η προμήθεια S μπορεί να χρονοπρογραμματίσει παράλληλα τις εργασίες T_1 και T_2 .

Απόδειξη

Για να ισχύει η σχέση $S \models T_1 \parallel T_2$ πρέπει να δείξουμε ότι για κάθε $S \parallel T_1 \parallel T_2 \xrightarrow{a} S' \parallel T'_1 \parallel T'_2$ πρέπει να ισχύει $\alpha^\mu \cap R = \emptyset$.

Έστω ότι $S \xrightarrow{a_1} S', T_1 \xrightarrow{a_2} T'_1, T_2 \xrightarrow{a_3} T'_2$ και $\alpha = \alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus \alpha_3$. Επίσης, έστω ότι $\alpha_1 = (\bar{r}s, t), \alpha_2 = (rs_1, t)$ και $\alpha_3 = (rs_2, t)$.

Αρχικά υποθέτουμε ότι η προμήθεια S δεν χρονοπρογραμματίζει και τις δύο εργασίες μαζί, $S \not\models T_1 \parallel T_2$, δηλαδή εκτελώντας παράλληλα τις 3 πιθανές μεταβάσεις παραμένει κάποιο αίτημα ανεκπλήρωτο $\alpha^\mu \cap R \neq \emptyset$.

Αφού $S \models T_1$ (δεδομένο του θεωρήματος) τότε θεωρούμε ότι υπάρχει μια μετάβαση α_2' στην οποία η εργασία T_1 χρονοπρογραμματίζεται από την προμήθεια S , έτσι ώστε $T_1 \xrightarrow{\alpha_2'} T_1'$ και $(\alpha_1 \oplus \alpha_2') \cap R = \emptyset$.

Επίσης γνωρίζουμε (δεδομένο του θεωρήματος) ότι $\text{remainder}(S, T_1) \models T_2$, άρα υπάρχει μια μετάβαση α_3' όπου χρονοπρογραμματίζει την εργασία T_2 από το $\text{remainder}(S, T_1)$. Από το Λήμμα 4.1 γνωρίζουμε ότι η μετάβαση α_3' ικανοποιείται από το $\gamma = \bar{r}s \ominus rs_1$ και επομένως $(\alpha_1 \oplus \alpha_2' \oplus \alpha_3') \cap R = \emptyset$. Συνεπώς, εξ' ορισμού προτιμήσεων (Ορισμός 3.2) η ενέργεια $(\alpha_1 \oplus \alpha_2' \oplus \alpha_3')$ αποκλύει την εμφάνιση της ενέργειας $(\alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus \alpha_3)$, κάτι το οποίο έρχεται σε αντίφαση με την αρχική μας υπόθεση. Επομένως η προμήθεια S μπορεί να ικανοποιήσει και τις δύο εργασίες χωρίς να υπάρχουν ανικανοποίητα αιτήματα, άρα ισχύει $\alpha^\mu \cap R = \emptyset$ και $S \models T_1 || T_2$ όπου είναι και το ζητούμενο.

Παράδειγμα 4.7

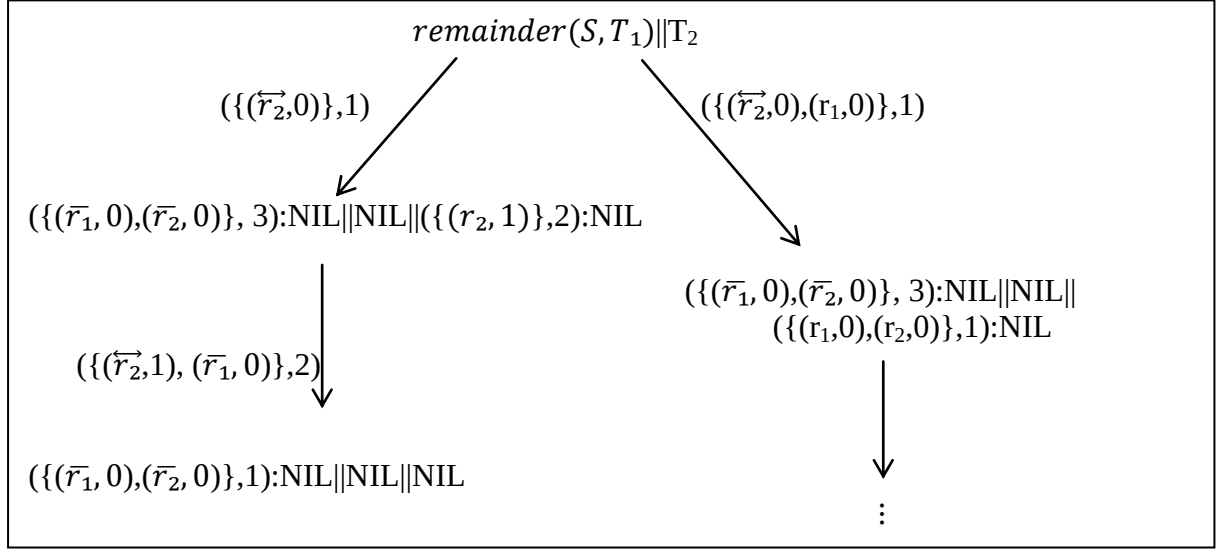
Έστω υπάρχουν μια προμήθεια S και δύο εργασίες T_1 και T_2 όπου:

- $S \stackrel{\text{def}}{=} (\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 4): \text{NIL}$, η προμήθεια S προσφέρει τους πόρους r_1 και r_2 για 4 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.
- $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_1, 0)\}, 1): \text{NIL}$, η εργασία T_1 αρχικά αιτείται τον πόρο r_1 και r_2 για μια μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.
- $T_2 \stackrel{\text{def}}{=} (\{(r_2, 0)\}, 3): \text{NIL} + (\{(r_1, 0), (r_2, 0)\}, 2)$ η εργασία T_2 είτε αιτείται τον πόρο r_2 για 3 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει, είτε αιτείται τους πόρους r_1 και r_2 για 2 μονάδες χρόνου και μετά τερματίζει.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας και εφόσον ισχύει η σχέση $S \models T_1$, τότε το $\text{remainder}(S, T_1)$ θα ισούται με:

$$(\{(\bar{r}_2, 0)\}, 1) : \text{remainder}((\{(\bar{r}_1, 0), (\bar{r}_2, 0)\}, 3): \text{NIL}, \text{NIL})$$

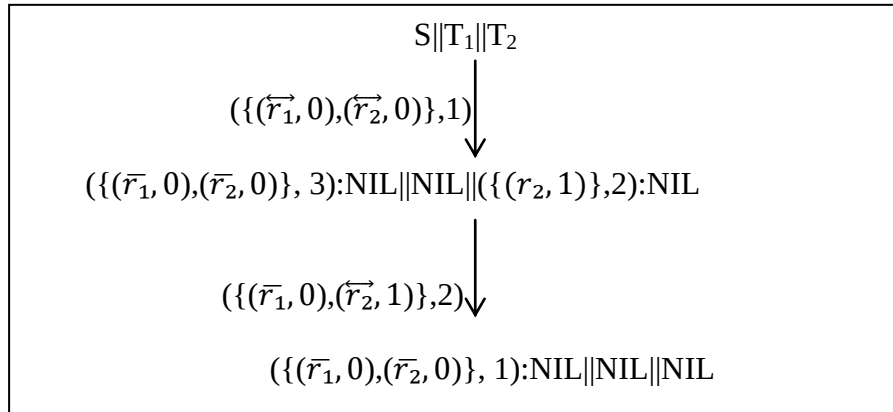
Από την παράλληλη σύνθεση $\text{remainder}(S, T_1) || T_2$ το σύστημα μεταβάσεων με τις πιθανές επιλογές που προκύπτει φαίνεται στο Σχήμα 4.2



Σχήμα 4.2: Σύστημα πιθανών μεταβάσεων $remainder(S, T_1) \parallel T_2$

Από τον Ορισμό 3.2 (σχέση προτεραιότητας) παρατηρούμε ότι η ενέργεια $(\{\vec{r}_2, 0\}, 1)$ αποκλείει την εμφάνιση της ενέργειας $(\{\vec{r}_2, 0\}, (r_1, 0), 1)$ αφού έχει ανικανοποίητα αιτήματα.

Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει από την παράλληλη σύνθεση $S \parallel T_1 \parallel T_2$



Σχήμα 4.3: Σύστημα μεταβάσεων $S \parallel T_1 \parallel T_2$

Επομένως, αφού δεν υπάρχουν ανικανοποίητα αιτήματα στο σύστημα μεταβάσεων της παράλληλης σύνθεσης $S \parallel T_1 \parallel T_2$, τότε ισχύει η σχέση $S \models T_1 \parallel T_2$.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα	50
5.2 Μελλοντικές εργασίες	51

5.1 Συμπεράσματα

Ο στόχος που είχαμε για αυτή τη διπλωματική εργασία ήταν η μοντελοποίηση συστημάτων πραγματικού χρόνου τα οποία έχουν διάρκεια στις ενέργειες. Ένας τρόπος μοντελοποίησης συστημάτων πραγματικού χρόνου είναι οι άλγεβρες διεργασιών. Έτσι αναπτύξαμε την χρονική άλγεβρα διεργασιών SAWD, η οποία μοντελοποιεί τη ζήτηση και την προμήθεια με τον πιο αποδοτικό τρόπο.

Η SAWD, πιο συγκεκριμένα δέχεται αιτήματα με χρονική διάρκεια από διάφορες διεργασίες και προσπαθεί μέσω των προμηθειών να τα ικανοποιήσει. Η μοντελοποίηση αυτής της άλγεβρας διεργασιών ήταν απλή, η μόνη δυσκολία που αντιμετωπίσαμε στη σημασιολογία ήταν όταν η παράμετρος k έπρεπε να αλλάζει όταν τα αιτήματα είχαν διακοπή.

Στη συνέχεια δώσαμε τον ορισμό του χρονοπρογραμματισμού και την έννοια της υπολειπόμενης ενέργειας. Τέλος αποδείξαμε το θεώρημα ότι αν μια προμήθεια μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία και το υπόλοιπο της προμήθειας αυτής μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια άλλη εργασία, τότε η αρχική προμήθεια μπορεί να

χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί. Η απόδειξη του πιο πάνω θεωρήματος είναι πολύ σημαντική αφού αν έρθει μια νέα εργασία στο σύστημα τότε δεν θα χρειαστεί να ελεγχθεί ολόκληρο το σύστημα για να δούμε αν είναι χρονοπρογραμματίσιμη και η νέα εργασία, αλλά θα μπορούσε η εργασία αυτή να συγκριθεί με την υπολειπόμενη ενέργεια του συστήματος.

5.2 Μελλοντικές εργασίες

Αυτή η διπλωματική εργασία θα μπορούσε να επεκταθεί εντάσσοντας την έννοια της ποσότητας. Δηλαδή κάθε πόρος θα μπορούσε να προσφέρει κάποια ποσότητα ενέργειας, και κάθε αίτημα θα συμπεριλάμβανε και την ποσότητα ενέργειας του πόρου που αιτείται.

Θα μπορούσε επίσης να ενταχθεί η έννοια του χώρου. Δηλαδή κάποιος πόρος μπορεί να ανήκει σε διαφορετικό χώρο από κάποιους άλλους πόρους. ή ακόμα μπορεί το ίδιο «είδος» πόρων να ανήκει σε διαφορετικούς χώρους. Για παράδειγμα, μπορεί ο πόρος r_3 να είναι διαθέσιμος και στον χώρο X_1 και στον χώρο X_2 . Έτσι ανάλογα με το αίτημα ζήτησης θα γίνεται ο έλεγχος αν ο πόρος μπορεί να ικανοποιηθεί από τον ένα χώρο ή αν θα πρέπει να δανειστεί και από άλλους χώρους.

Τέλος, θα μπορούσε επίσης να δημιουργηθεί ένα εργαλείο το οποίο με βάση την άλγεβρα διεργασιών SAWD να υλοποιούσε τη ζήτηση και προμήθεια. Με το εργαλείο αυτό θα μπορούμε να αναλύουμε πιο μεγάλα και περίπλοκα συστήματα.

Βιβλιογραφία

- [1] Milner R., “Communication and Concurrency”, Prentice Hall, London, 1998
- [2] Α. Φιλίππου, Διάλεξη: “Άλγεβρες Διεργασιών”, Σημειώσεις μαθήματος “Ανάλυση και Επαλήθευση Συστημάτων” ΕΠΛ664, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Γενάρης 2013
- [3] Φ. Ιωάννου, “AESC: Μια άλγεβρα διεργασιών για τη μοντελοποίηση και ανάλυση συστημάτων διαχείρισης πόρων”, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Μάιος 2012
- [4] Μ. Μιχαήλ, “Επέκταση προτύπου για την ανάλυση της ζήτησης σε συστήματα διαχείρισης πόρων με δυνατότητα αποθήκευσης”, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Μάιος 2013
- [5] A. Philippou, I. Lee, and O. Sokolsky, “A process algebraic framework for modeling resource demand and supply”
- [6] I. Lee, P. Bremond - Gregoire, and R. Gerber, “A process algebraic approach to the specification and analysis of resource-bound real-time systems”, in Processing of the IEEE, 1993
- [7] A. Philippou, I. Lee, and O. Sokolsky, “PADS: An approach to modeling resource demand and supply for the formal analysis of hierarchical scheduling”, Theoretical Computer Science, 2011