

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΤΑΣΙΑΚΗΣ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ
ΣΕ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑΣ**

Νίκη Κουππή

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μέθοδοι Προτασιακής Ικανοποιησιμότητας σε Γενικευμένα Προβλήματα Επιχειρηματολογίας

Νίκη Κουππή

Επιβλέπων Καθηγητής

Γιάννης Δημόπουλος

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των
απαιτήσεων απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του
Πανεπιστημίου Κύπρου

Μάιος 2013

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή του Πανεπιστημίου Κύπρου και επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας Δρ. Γιάννη Δημόπουλο για την καθοδήγηση που μου έδωσε και για την υποστήριξη που έλαβα από αυτόν στα πλαίσια εκπλήρωσης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και ιδιαίτερα τους γονείς μου, Κυριάκο και Μαίρη, για την ηθική και οικονομική υποστήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο Κύπρου.

Τέλος οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στη φίλη και συμφοιτήτρια μου Ελένη Ματσάγγου για τις συμβουλές που μου παρείχε σε όποια δυσκολία είχα να αντιμετωπίσω κατά την υλοποίηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με μεθόδους προτασιακής ικανοποιησιμότητας σε γενικευμένα προβλήματα επιχειρηματολογίας. Συγκεκριμένα ασχολείται με τη δημιουργία και υλοποίηση αλγορίθμων οι οποίοι υπολογίζουν κάποιες ευσταθείς επεκτάσεις για διάφορες θεωρίες με διάφορες ιδιαιτερότητες.

Για να γίνει όμως αυτό εφικτό έπρεπε να μελετηθεί η βιβλιογραφία γύρω από το αντικείμενο της επιχειρηματολογίας και να γίνουν κατανοητοί κάποιοι ορισμοί και κάποιες έννοιες τις οποίες χρησιμοποιούμε στη συνέχεια του εγγράφου αυτού.

Στη μελέτη αυτή παρουσιάζονται τέσσερις αλγόριθμοι. Ο πρώτος αλγόριθμος υπολογίζει τις ευσταθείς επεκτάσεις μιας τριαδικής θεωρίας ενώ ο δεύτερος αλγόριθμος είναι μια γενίκευση του πρώτου ο οποίος υπολογίζει ευσταθείς επεκτάσεις για θεωρίες τετραδικού ή και μεγαλύτερου βαθμού. Ο τρίτος αλγόριθμος υπολογίζει ευσταθείς επεκτάσεις σε μη συμμετρικές σχέσεις, δηλαδή γίνεται μια τυχαία επιλογή του ποια επιχειρήματα μιας σχέσης επιτίθενται σε ποια. Ο τελευταίος αλγόριθμος υπολογίζει ευσταθείς επεκτάσεις με κάποιους επιπλέον περιορισμούς στη θεωρία.

Στη συνέχεια, έγινε υλοποίησή των αλγορίθμων σε γλώσσα προγραμματισμού C και οι ευσταθείς επεκτάσεις βρέθηκαν με την χρήση του προτασιακού επιλυτή Precosat, του οποίου εξηγούμε τη λειτουργία σε επόμενο κεφάλαιο.

Τέλος έγιναν κάποια πειράματα στα προγράμματα τα οποία έχουν να κάνουν με τον χρόνο που χρειάζεται το πρόγραμμα να τρέξει και να βρει μια λύση, δηλαδή να βρει ο Precosat μία ευσταθής επέκταση. Οι παράμετροι που άλλαζαν στα πειράματα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων και ο αριθμός των επιθέσεων.

Το γενικό συμπέρασμα που εξήχθηκε από τα πειράματα αυτά είναι ότι ο χρόνος που χρειάζεται να τρέξει το πρόγραμμα αυξάνεται όσο αυξάνεται και ο αριθμός των

επιχειρημάτων. Επίσης όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιθέσεων, αυξάνεται και η μνήμη που χρειάζεται το πρόγραμμα.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
	1.1 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας	1
	1.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας	1
Κεφάλαιο 2	Επιχειρηματολογία.....	3
	2.1 Τι είναι επιχειρηματολογία	3
	2.2 Το Αφηρημένο Σύστημα Επιχειρηματολογίας του Dung	5
	2.3 Σημασιολογία με βάση τις ετικέτες	6
	2.4 Σημασιολογία με βάση τις επεκτάσεις	10
Κεφάλαιο 3	Αλγόριθμοι Εύρεσης Επεκτάσεων.....	20
	3.1 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας τριαδικής θεωρίας	20
	3.2 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας ν-αδικής θεωρίας	29
	3.3 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με μη συμμετρικές σχέσεις	33
	3.4 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με επιπλέον περιορισμούς	37
Κεφάλαιο 4	Υλοποίηση	42
	4.1 Ο προτασιακός επιλυτής Precosat	42
	4.2 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης μιας ν-αδικής θεωρίας	44
	4.3 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης με μη συμμετρικές σχέσεις	45
	4.4 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης με επιπλέον περιορισμούς	48
Κεφάλαιο 5	Πειραματική Αξιολόγηση	51
	5.1 Πειραματική Αξιολόγηση	51

Κεφάλαιο 6	Συμπεράσματα και Μελλοντικές Επεκτάσεις	54
6.1	Συμπεράσματα	54
6.2	Μελλοντικές Επεκτάσεις	55
Βιβλιογραφία		56

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας	1
1.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας	1

1.1 Σκοπός της διπλωματικής εργασίας

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη διαφόρων μεθόδων προτασιακής ικανοποιησιμότητας σε γενικευμένα προβλήματα επιχειρηματολογίας. Ακολούθως θα γίνει η δημιουργία και η υλοποίηση κάποιων αλγορίθμων που θα έχουν ως στόχο την εύρεση ευσταθών επεκτάσεων για διάφορες θεωρίες.

Στόχος επίσης είναι να γίνουν κάποια πειράματα στους αλγορίθμους που θα υλοποιηθούν και να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα για την αποδοτικότητα των αλγορίθμων.

1.2 Δομή της διπλωματικής εργασίας

Στο Κεφάλαιο 2 της παρούσας διπλωματικής γίνεται μια παρουσίαση του τι είναι γενικά η επιστήμη της Επιχειρηματολογίας. Παρουσιάζονται κάποια παραδείγματα

επιχειρηματολογίας όπως επίσης και κάποιοι ορισμοί τους οποίους χρειαζόμαστε για την κατανόηση του τι υλοποιήσαμε.

Στη συνέχεια στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που μελετήθηκαν. Οι αλγόριθμοι αυτοί υπολογίζουν ευσταθείς επεκτάσεις για διάφορες θεωρίες με διαφορετικά στοιχεία η κάθε μια. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται μια αναφορά σε κάποιες λεπτομέρειες της υλοποίησης των αλγορίθμων του κεφαλαίου 3.

Στη συνέχεια στο Κεφάλαιο 5 γίνεται η πειραματική αξιολόγηση των αλγορίθμων όπου οι παράμετροι που άλλαζαν στα πειράματα είναι ο βαθμός των σχέσεων, ο αριθμός των επιχειρημάτων και ο αριθμός των επιθέσεων.

Τα συμπεράσματα που εξάγονται από τα πειράματα καθώς και κάποιες μελλοντικές επεκτάσεις οι οποίες θα μπορούσαν να γίνουν στη διπλωματική αυτή παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 6.

Κεφάλαιο 2

Επιχειρηματολογία

2.1 Τι είναι επιχειρηματολογία	3
2.2 Το Αφηρημένο Σύστημα Επιχειρηματολογίας του Dung	5
2.3 Σημασιολογία με βάση τις ετικέτες	6
2.4 Σημασιολογία με βάση τις επεκτάσεις	10

2.1 Τι είναι επιχειρηματολογία

Επιχειρηματολογία είναι η διεπιστημονική μελέτη του πώς οι άνθρωποι μπορούν να φτάσουν σε συμπεράσματα μέσα από τη λογική σκέψη. Είναι η γλώσσα η οποία με επιχειρήματα και τεκμήρια υποστηρίζει μια άποψη με σκοπό αυτός που επιχειρηματολογεί να μεταφέρει την άποψη αυτή και στον συνομιλητή του, αλλάζοντας του έτσι τη γνώμη που έχει για το θέμα που συζητείται.

Μιλώντας για επιχειρήματα μπορούμε να πούμε ότι είναι οτιδήποτε μπορεί να μας μεταφέρει σε αποδεκτά συμπεράσματα όπως για παράδειγμα οι προτάσεις και οι αποδείξεις. Στη φυσική γλώσσα ένα επιχείρημα αποτελείται από τις προϋποθέσεις που είναι μία ή περισσότερες προτάσεις, και το συμπέρασμα που είναι και αυτό μία πρόταση. Τόσο οι προϋποθέσεις όσο και το συμπέρασμα είναι προτάσεις που μπορούν να είναι αληθείς ή ψευδείς, ενώ ολόκληρο το επιχείρημα χαρακτηρίζεται ως έγκυρο ή άκυρο.

Η επιχειρηματολογία είναι επίσης μια τέχνη, ίσως και επιστήμη, η οποία εκτός των άλλων περιλαμβάνει τον εριστικό διάλογο, το διάλογο δηλαδή όπου σκοπό έχει την αντιπαράθεση και τη νίκη απέναντι στον αντίπαλο. Αυτή η τέχνη λοιπόν είναι ένας τρόπος με τον οποίο οι άνθρωποι προστατεύουν τις πεποιθήσεις και τα πιστεύω τους.

Την επιχειρηματολογία τη συναντάμε συχνά στην καθημερινότητά μας όπως επίσης και σε αρκετά επαγγέλματα. Το επάγγελμα του δικηγόρου είναι ίσως αυτό που έχει σαν βάση του την επιχειρηματολογία. Σκοπός του δικηγόρου είναι να πείσει τον δικαστή για την αθωότητα του πελάτη του και αυτό απαιτεί την προετοιμασία των επιχειρημάτων που θα χρησιμοποιήσει καθώς επίσης και τον έλεγχο της εγκυρότητας κάποιων αποδεικτικών στοιχείων. Ένα άλλο παράδειγμα είναι αυτό του πωλητή, ο οποίος πρέπει να είναι ικανός να πείσει τον πελάτη να αγοράσει το προϊόν του, χρησιμοποιώντας πάντα τα κατάλληλα επιχειρήματα ανάλογα με το είδος του προϊόντος.

Πιο κάτω βλέπουμε ένα παράδειγμα επιχειρηματολογίας.

Παράδειγμα κατανόησης 2.1

- a: Ο Αντρέας θα πάει με τα πόδια στο σχολείο γιατί είναι πολύ κοντά στο σπίτι του.
- b: Ο Αντρέας δε θα πάει με τα πόδια στο σχολείο γιατί βρέχει.
- c: Ο Αντρέας έχει ομπρέλα.

Στο πιο πάνω παράδειγμα έχουμε τρία άτομα, τους a, b και c που επιχειρηματολογούν. Ο a υποστηρίζει μια θέση την οποία όμως δεν υποστηρίζει ο b. Άρα λέμε ότι ο b επιτίθεται στον a γιατί υποστηρίζει το αντίθετο από αυτό που υποστηρίζει ο a (ο Αντρέας θα πάει με τα πόδια στο σχολείο). Ο c με το επιχείρημα του υποστηρίζει τον a αφού λέγοντας ότι ο Αντρέας έχει ομπρέλα συμφωνεί με το ότι ο Αντρέας μπορεί να πάει με τα πόδια στο σχολείο, και ταυτόχρονα επιτίθεται στον b εννοώντας ότι το ότι βρέχει δεν είναι εμπόδιο στο να πάει ο Αντρέας με τα πόδια στο σχολείο. Τα τρία αυτά άτομα ονομάζονται πράκτορες.

2.2 Το Αφηρημένο Σύστημα Επιχειρηματολογίας του Dung

Ο Phan Minh Dung, καθηγητής στο Asian Institute of Technology, είναι αυτός που εισήγαγε την έννοια του αφηρημένου συστήματος επιχειρηματολογίας (Argumentation Framework, AF). Σύμφωνα με τον Dung λοιπόν, σύστημα επιχειρηματολογίας ορίζεται ένα ζεύγος $\langle A, R \rangle$ όπου A είναι το σύνολο των επιχειρημάτων και R το σύνολο δυαδικών σχέσεων επίθεσης πάνω στο σύνολο A όπου $R \subseteq A \times A$. Δηλαδή λέμε ότι το επιχείρημα a επιτίθεται στο επιχείρημα b αν και μόνο αν $(a, b) \in R$.

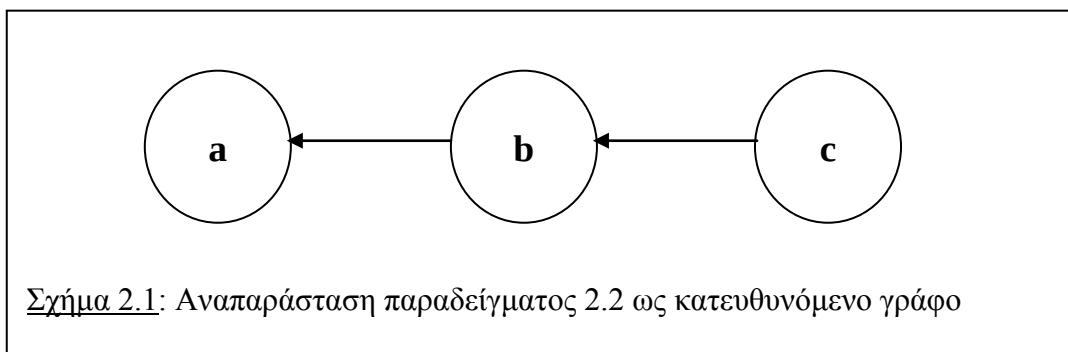
Το σύστημα επιχειρηματολογίας μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένας κατευθυνόμενος γράφος και έτσι λέμε ότι αποτελεί μια θεωρία. Στον γράφο αυτό, κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα επιχείρημα και κάθε ακμή ανάμεσα σε δύο γράφους είναι μία δυαδική σχέση μεταξύ δύο επιχειρημάτων. Η ακμή ξεκινά από το επιχείρημα – κόμβο που επιτίθεται, και κατευθύνεται προς το επιχείρημα – κόμβο που δέχεται επίθεση.

Πιο κάτω βλέπουμε πως το παράδειγμα κατανόησης 2.1 μπορεί να αναπαρασταθεί σαν γράφος.

Παράδειγμα κατανόησης 2.2

- a: Ο Αντρέας θα πάει με τα πόδια στο σχολείο γιατί είναι πολύ κοντά στο σπίτι του.
- b: Ο Αντρέας δε θα πάει με τα πόδια στο σχολείο γιατί βρέχει.
- c: Ο Αντρέας έχει ομπρέλα.

Στο παράδειγμα 2.2 έχουμε τρεις πράκτορες όπου ο κάθε ένας από αυτούς έχει το δικό του επιχείρημα, άρα ο γράφος μας θα έχει τρεις κόμβους και δύο ακμές αφού όπως αναφέραμε προηγουμένως ο b επιτίθεται στον a και ο c επιτίθεται στον b .



Το αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας που αντιστοιχεί στο παράδειγμα 2.2 είναι το εξής:

$$AF = \langle \underbrace{\{a,b,c\}}_A, \underbrace{\{(b,a),(c,b)\}}_R \rangle$$

A: Σύνολο επιχειρημάτων

R: Δυαδικές σχέσεις επίθεσης

Βλέποντας το πιο πάνω παράδειγμα πρέπει να δώσουμε τη σημασιολογία της αφηρημένης επιχειρηματολογίας. Λέγοντας σημασιολογία εννοούμε τη διαδικασία αξιολόγησης του κάθε επιχειρήματος, δηλαδή τη διαδικασία μέσω της οποίας θα αποφασίσουμε αν ένα επιχείρημα μπορεί να εξακολουθεί να ισχύει ακόμα και μετά τις επιθέσεις που δέχεται από τα άλλα επιχειρήματα, αν είναι δηλαδή αποδεκτό. Αυτό είναι αναγκαίο να γίνει αφού σε μια θεωρία δεν μπορούν να είναι ευσταθή όλα τα επιχειρήματα όταν υπάρχουν σχέσεις επίθεσης μεταξύ τους.

Υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους μπορούμε να αξιολογήσουμε τα επιχειρήματα και να καθορίσουμε αν είναι αποδεκτά ή όχι. Η σημασιολογία με βάση τις ετικέτες και η σημασιολογία με βάση τις επεκτάσεις. Τους δύο αυτούς τρόπους θα μελετήσουμε στα επόμενα υποκεφάλαια.

2.3 Σημασιολογία με βάση τις ετικέτες

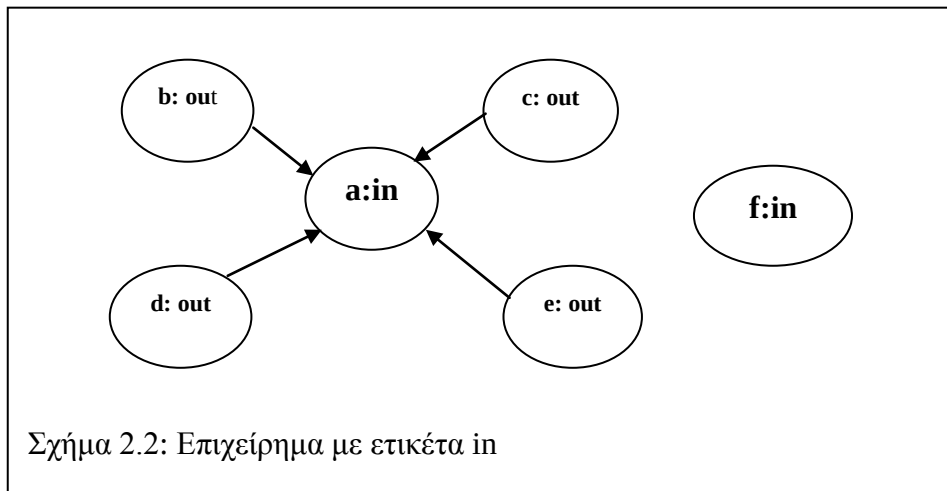
Οι ετικέτες που μπορεί να πάρει κάποιο επιχείρημα είναι μέσα (in), έξω (out), αναποφάσιστο (undec). Οι ετικέτες μπαίνουν σύμφωνα με κάποιους κανόνες τους οποίους εξετάζουμε πιο κάτω. Ο αυστηρός ορισμός για την ετικετοποίηση είναι ο εξής:

Έστω αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας $AF = (Ar, def)$ (όπου Ar είναι τα επιχειρήματα του συστήματος και def οι σχέσεις επίθεσης) και η συνάρτηση ανάθεσης ετικετών $Lab: Ar \rightarrow \{in, out, undec\}$. Τα επιχειρήματα παίρνουν ετικέτες σύμφωνα με τους πιο κάτω κανόνες:

- $\forall a \in Ar : (Lab(a) = out \equiv \exists b \in Ar : (b \text{ def } a \wedge Lab(b) = in))$
- $\forall a \in Ar : (Lab(a) = in \equiv \forall b \in Ar : (b \text{ def } a \supset Lab(b) = out))$

Ετικέτα in:

Ένα επιχείρημα παίρνει ετικέτα in αν μπορεί να απαντήσει στις επιθέσεις που δέχεται, δηλαδή αν και μόνο αν όλα τα επιχειρήματα που του επιτίθενται έχουν ετικέτα out.

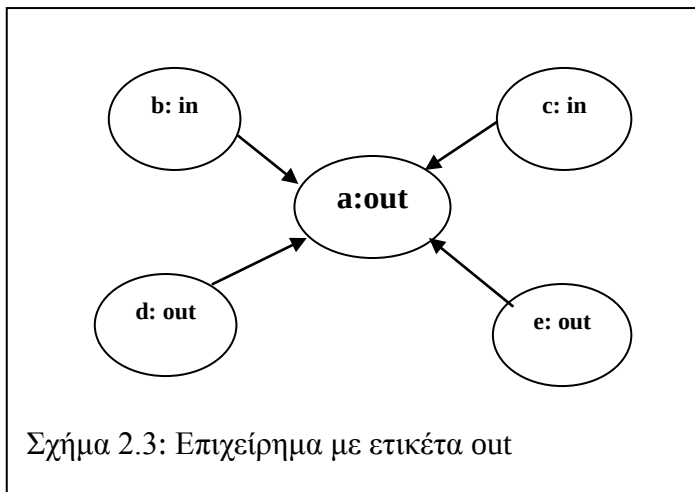


Το επιχείρημα a παίρνει την ετικέτα in γιατί τα επιχειρήματα b, c, d, και e που του επιτίθενται έχουν την ετικέτα out.

Στην περίπτωση όπου ένα επιχείρημα δε δέχεται επίθεση από κανένα άλλο επιχείρημα, όπως το επιχείρημα f, το επιχείρημα αυτό παίρνει ετικέτα in.

Ετικέτα out:

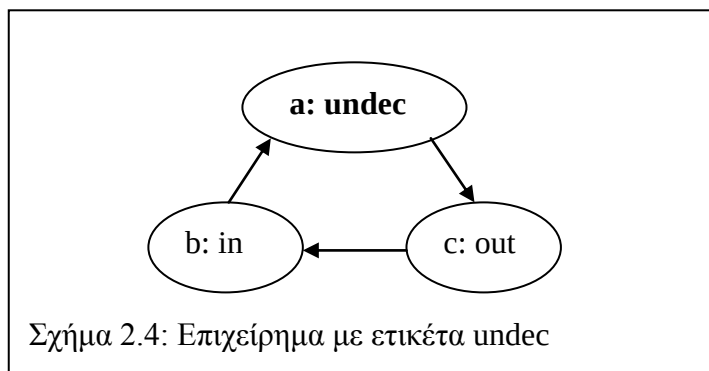
Ένα επιχείρημα παίρνει ετικέτα out αν υπάρχει έστω και ένα επιχείρημα από αυτά που του επιτίθενται που έχει την ετικέτα in.



Το επιχείρημα a παίρνει την ετικέτα out γιατί έχει τουλάχιστον ένα επιχείρημα, το b ή το c που να του επιτίθεται και να έχει την ετικέτα in.

Ετικέτα undec:

Ένα επιχείρημα παίρνει ετικέτα undec αν δεν υπάρχει κάποια άποψη σχετικά με το αν θα γίνει αποδεκτό ή όχι.



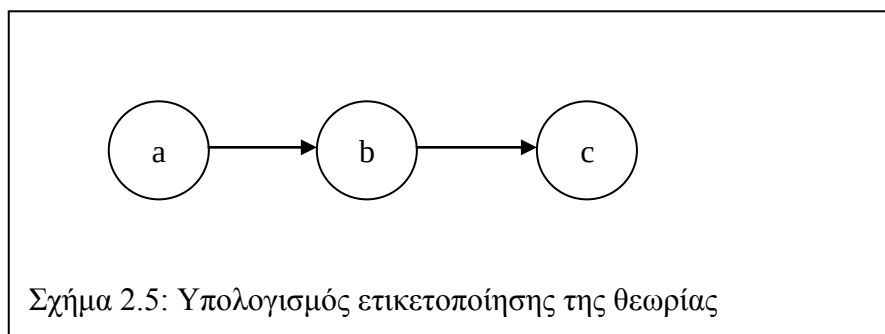
Το επιχείρημα a παίρνει την ετικέτα undec γιατί δεν ξέρουμε ποια ετικέτα πρέπει να πάρει. Έστω ότι το επιχείρημα a παίρνει την ετικέτα out. Τότε πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένα επιχείρημα που να του επιτίθεται και να έχει ετικέτα in. Μόνο το επιχείρημα b επιτίθεται στο a άρα το b πρέπει να πάρει την ετικέτα in. Αφού το b έχει ετικέτα in τότε όλα τα επιχειρήματα που επιτίθενται στο b πρέπει να έχουν ετικέτα out. Άρα το c που επιτίθεται στο b παίρνει την ετικέτα out. Αφού τώρα το c πήρε την ετικέτα out, πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένα επιχείρημα που να επιτίθεται στο c και να έχει ετικέτα in. Μόνο το επιχείρημα a επιτίθεται στο c άρα το a πρέπει να πάρει την ετικέτα in. Φτάνουμε σε αντίφαση αφού υποθέσαμε ότι το επιχείρημα a έχει ετικέτα

out. Άρα λέμε ότι το επιχείρημα a παίρνει ετικέτα $undec$ αφού δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε αν θα πάρει ετικέτα in ή out .

Ακολουθούν κάποια παραδείγματα με θεωρίες στις οποίες γίνεται ετικετοποίηση στα επιχειρήματα.

Παράδειγμα κατανόησης 2.3

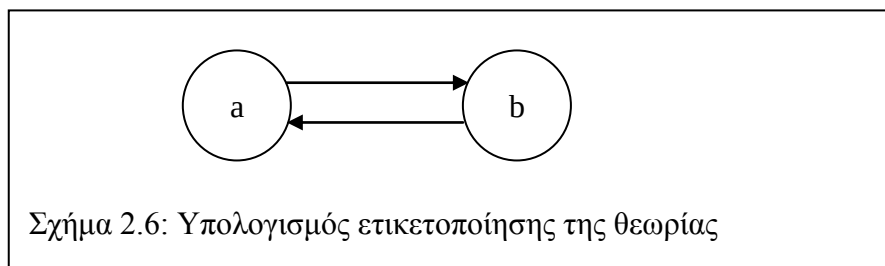
Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c\}, \{(a,b), (b,c)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



$Lab(a) = in, Lab(b) = out, Lab(c) = in$

Παράδειγμα κατανόησης 2.4

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b\}, \{(a,b), (b,a)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Η θεωρία αυτή έχει περισσότερες από μία ετικετοποιήσεις.

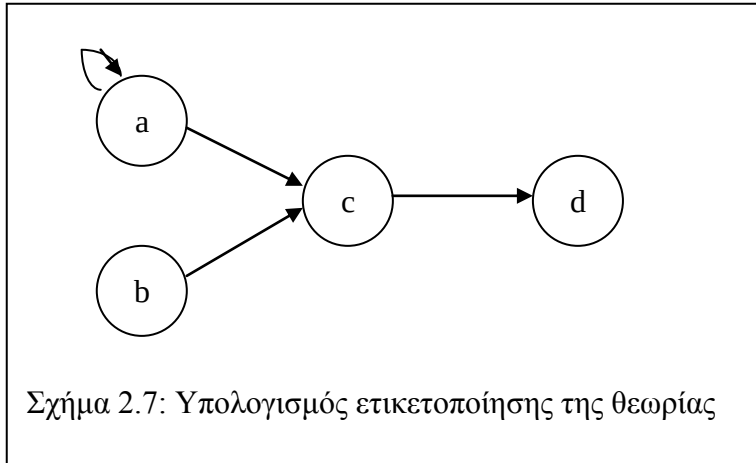
$Lab_1(a) = in, Lab(b) = out$

$Lab_2(a) = out, Lab(b) = in$

$Lab_3(a) = undec, Lab(b) = undec$

Παράδειγμα κατανόησης 2.5

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(a,a), (a,c), (b,c), (c,d)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



$Lab(a) = \text{undec}$, $Lab(b) = \text{in}$, $Lab(c) = \text{out}$, $Lab(d) = \text{in}$

2.4 Σημασιολογία με βάση τις επεκτάσεις

Η σημασιολογία με βάση τις επεκτάσεις ορίζει το σύνολο των επεκτάσεων από το σύστημα επιχειρηματολογίας $\langle A, R \rangle$ όπου A είναι τα επιχειρήματα και R οι σχέσεις επίθεσης, το οποίο αντιπροσωπεύει ένα σύνολο επιχειρημάτων που ανήκουν στο A και μπορούν να επιβιώσουν από τις επιθέσεις άλλων επιχειρημάτων. λέμε ότι το επιχείρημα είναι αιτιολογημένο αν ανήκει στο σύνολο αυτών των επεκτάσεων.

Ακολουθούν κάποιοι ορισμοί – αρχές που διέπουν τη σημασιολογία βασισμένη σε επεκτάσεις.

- Απουσία συγκρούσεων (Conflict free)

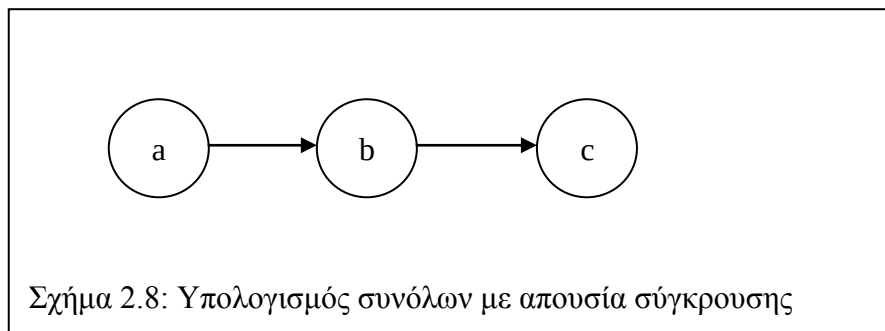
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων αν και μόνο αν στο σύνολο δεν περιέχονται επιχειρήματα στα οποία να υπάρχει οποιαδήποτε σχέση επίθεσης μεταξύ τους. Δηλαδή δεν μπορούν να υπάρχουν στο σύνολο τα επιχειρήματα a και b και το a να επιτίθεται στο b ή το b να επιτίθεται στο a .

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων αν και μόνο αν $\nexists a, b \in S$ και $(a, b) \in R$.

Παράδειγμα κατανόησης 2.6

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a, b, c\}, \{(a, b), (b, c)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα (από παράδειγμα κατανόησης 2.3).



Θα πάρουμε δύο τυχαία σύνολα από το σύνολο των επιχειρημάτων και θα αποφασίσουμε αν ικανοποιούν την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων. Έστω τα σύνολα $\{a, b\}$ και $\{a, c\}$.

- Σύνολο $\{a, b\}$

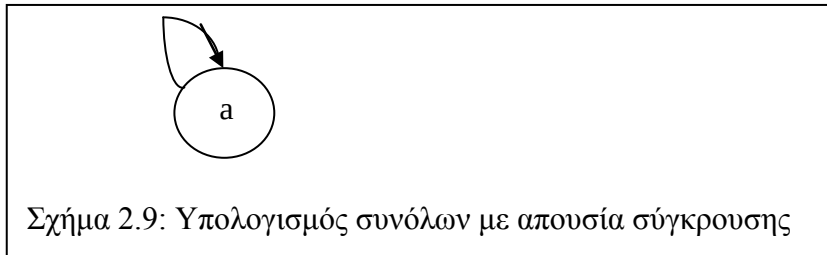
Το σύνολο επιχειρημάτων $\{a, b\}$ δεν ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων γιατί όπως παρατηρούμε από το σύστημα επιχειρηματολογίας αλλά και από τον γράφο, υπάρχει σχέση επίθεσης μεταξύ των επιχειρημάτων a και b . Άρα δεν μπορούν να ανήκουν και τα δύο επιχειρήματα σε ένα σύνολο που θα έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων.

- Σύνολο $\{a, c\}$

Το σύνολο επιχειρημάτων $\{a, c\}$ ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων γιατί όπως παρατηρούμε από τη θεωρία δεν υπάρχει καμία σχέση επίθεσης μεταξύ των δύο επιχειρημάτων a και c .

Παράδειγμα κατανόησης 2.7

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a\}, \{(a,a)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Εδώ παρατηρούμε ότι έχουμε μόνο ένα επιχειρήμα και μία σχέση επίθεσης του επιχειρήματος στον εαυτό του. Σε αυτή την περίπτωση το σύνολο $\{a\}$ δεν ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων.

- Αποδεκτό επιχειρήμα (Acceptable argument)

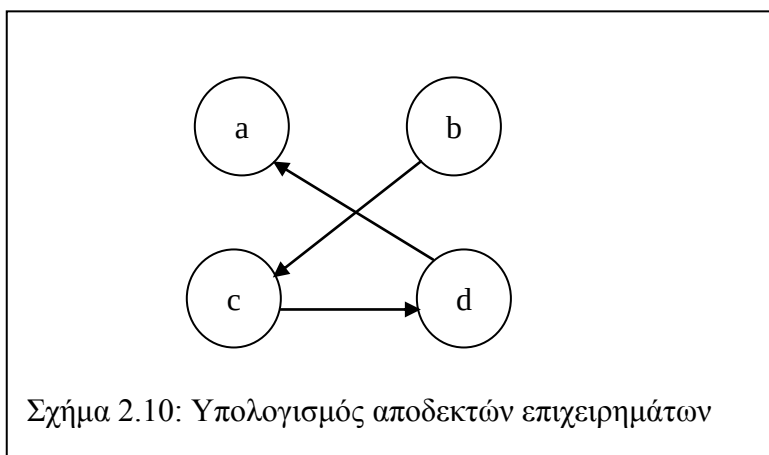
Έστω ένα σύνολο επιχειρημάτων S και a επιχειρήμα που ανήκει στο S . Το επιχειρήμα a είναι αποδεκτό αν και μόνο αν για κάθε επιχειρήμα b που ανήκει στο a , αν το b επιτίθεται στο a , τότε το b δέχεται επίθεση από κάποιο άλλο επιχειρήμα c που ανήκει στο S .

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το επιχειρήμα $a \in S$ είναι αποδεκτό στο σύνολο S όπου $S \subseteq A$, αν και μόνο αν $\forall b \in A$ όπου $(b,a) \in R$, τότε $(c,b) \in R$ και $c \in S$.

Παράδειγμα κατανόησης 2.8

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(b,c), (c,d), (d,a)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Θα πάρουμε ένα τυχαίο σύνολο S από το σύνολο των επιχειρημάτων και θα αποφασίσουμε αν τα επιχειρήματα που ανήκουν στο σύνολο S είναι αποδεκτά ως προς το S .

Έστω το σύνολο $S=\{a,c\}$. Θα εξετάσουμε ξεχωριστά τα δύο επιχειρήματα a και c που ανήκουν στο S .

- Επιχείρημα a

Το επιχείρημα a δέχεται επίθεση από το επιχείρημα d . Για να είναι αποδεκτό το επιχείρημα a πρέπει να υπάρχει κάποιο άλλο επιχείρημα που να ανήκει στο S και να επιτίθεται στο d . Υπάρχει αυτό το επιχείρημα και είναι το c αφού όπως βλέπουμε και από τη θεωρία υπάρχει η σχέση επίθεσης (c,d) . Άρα το επιχείρημα a είναι αποδεκτό στο σύνολο S .

- Επιχείρημα c

Το επιχείρημα c δέχεται επίθεση από το επιχείρημα b . Για να είναι αποδεκτό το επιχείρημα c πρέπει να υπάρχει κάποιο άλλο επιχείρημα που να ανήκει στο S και να επιτίθεται στο b . Δεν υπάρχει κάποιο επιχείρημα που να επιτίθεται στο b άρα το επιχείρημα c δεν είναι αποδεκτό στο σύνολο S .

- Παραδεκτό σύνολο (Admissible set)

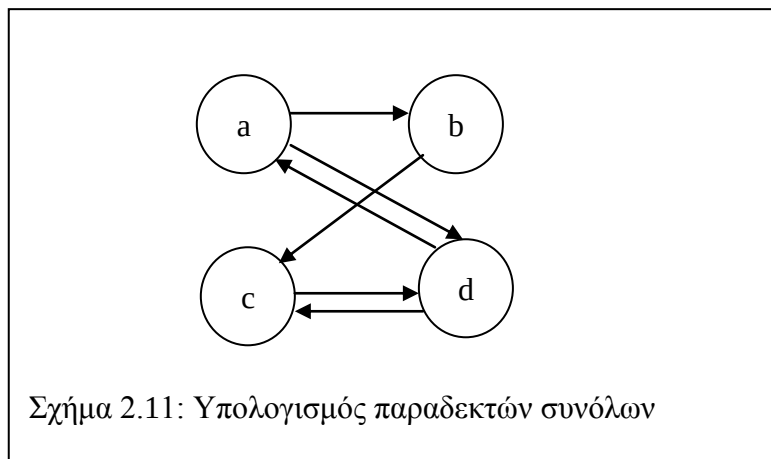
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S είναι παραδεκτό αν και μόνο αν ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και κάθε επιχείρημα που ανήκει στο S είναι αποδεκτό σε σχέση με το S .

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF=\langle A,R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι παραδεκτό αν και μόνο αν το S έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και $\forall a \in S$ το a είναι αποδεκτό.

Παράδειγμα κατανόησης 2.9

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF=\langle \{a,b,c,d\}, \{(a,b),(a,d),(b,c),(c,d),(d,a),(d,c)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Θα πάρουμε δύο τυχαία σύνολα από το σύνολο των επιχειρημάτων και θα αποφασίσουμε αν είναι παραδεκτά σύνολα. Έστω τα σύνολα $\{b,c\}$ και $\{a,c\}$.

- Σύνολο $\{b,c\}$

Δεν είναι παραδεκτό σύνολο γιατί δεν ικανοποιείται η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων αφού υπάρχει σχέση επίθεσης μεταξύ των επιχειρημάτων b και c . Επίσης το επιχείρημα b δεν είναι αποδεκτό στο σύνολο $\{b,c\}$ αφού δέχεται επίθεση από το επιχείρημα a και δεν υπάρχει κάποιο επιχείρημα στο σύνολο $\{b,c\}$ το οποίο να επιτίθεται στο a .

- Σύνολο $\{a,c\}$

Είναι παραδεκτό σύνολο αφού τα επιχειρήματα a και c είναι αποδεκτά στο σύνολο $\{a,c\}$ και το σύνολο $\{a,c\}$ ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων αφού δεν υπάρχει σχέση επίθεσης μεταξύ των επιχειρημάτων a και c .

Σημείωση 2.1

Το κενό σύνολο $\emptyset$ είναι παραδεκτό για κάθε αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας αφού ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και εξ' ορισμού υπερασπίζεται όλα του τα επιχειρήματα, τα οποία δεν υπάρχουν.

Πιο κάτω παρουσιάζουμε τις τέσσερις βασικές επεκτάσεις οι οποίες είναι οι εξής:

1. Πλήρης Επέκταση (Complete Extensions)
2. Ευσταθής Επέκταση (Stable Extensions)
3. Προτιμώμενη Επέκταση (Preferred Extensions)
4. Στηριγμένη Επέκταση (Grounded Extensions)

Ας μελετήσουμε την κάθε μια από αυτές τις επεκτάσεις ξεχωριστά.

1. Πλήρης Επέκταση (Complete Extensions)

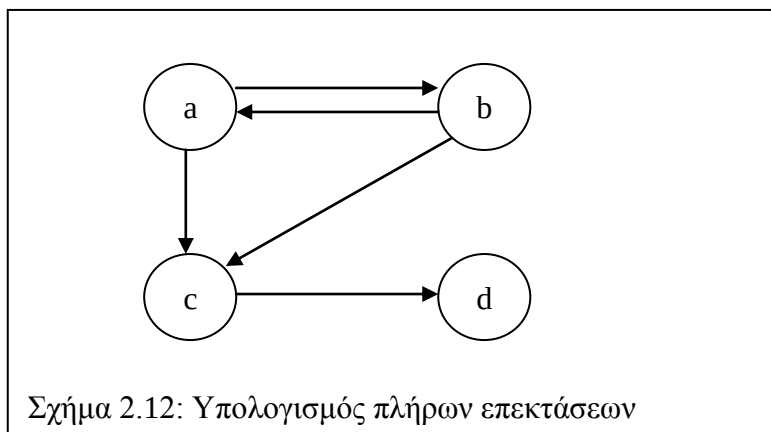
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S ονομάζεται πλήρης επέκταση αν και μόνο αν είναι παραδεκτό σύνολο και κάθε επιχείρημα που είναι αποδεκτό ανήκει στο S .

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι πλήρης επέκταση αν και μόνο αν το S είναι παραδεκτό σύνολο και $\forall b \in a$ είναι αποδεκτό επιχείρημα, τότε το $b \in S$.

Παράδειγμα κατανόησης 2.10

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, d)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Οι πλήρεις επεκτάσεις που υπάρχουν στο πιο πάνω παράδειγμα είναι τα εξής σύνολα: $\{\emptyset\}, \{a, d\}, \{b, d\}$.

2. Ευσταθής Επέκταση (Stable Extensions)

Ένα σύνολο επιχειρημάτων S ονομάζεται ευσταθής επέκταση αν και μόνο αν ικανοποιεί τις δύο πιο κάτω ιδιότητες:

- i. Ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων (Conflict free)
- ii. Ιδιότητα συλλογικής άμυνας (Collective defense)

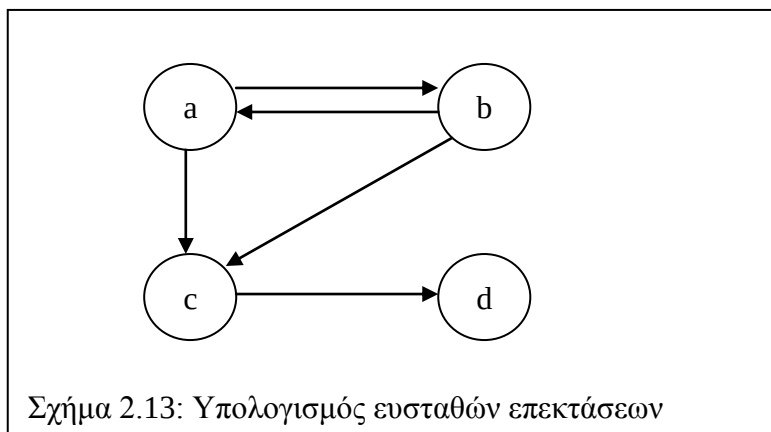
Η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων εξηγήθηκε πιο πάνω. Η ιδιότητα συλλογικής άμυνας λέει ότι το σύνολο S πρέπει να επιτίθεται σε κάθε επιχείρημα που ανήκει στο A και δεν ανήκει στο S . Δεν είναι απαραίτητο να έχουμε πάντα ευσταθής επέκταση σε μια θεωρία.

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι ευσταθής επέκταση αν και μόνο αν το S υποστηρίζει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και $\forall b \notin S, \exists c \in S$ τέτοιο ώστε $(c, b) \in R$.

Παράδειγμα κατανόησης 2.11

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, d)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Σχήμα 2.13: Υπολογισμός ευσταθών επεκτάσεων

Οι ευσταθείς επεκτάσεις που υπάρχουν στο πιο πάνω παράδειγμα είναι τα σύνολα $\{b, d\}$ και $\{a, d\}$. Δεν υπάρχει πάντοτε μόνο μία ευσταθής επέκταση.

3. Προτιμώμενη Επέκταση (Preferred Extensions)

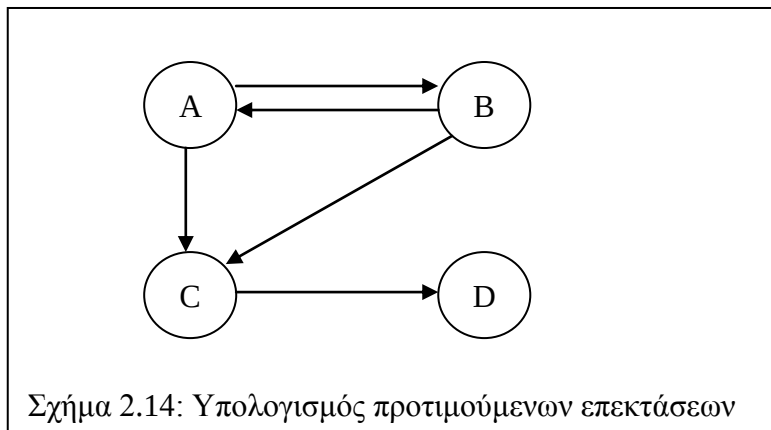
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S ονομάζεται προτιμώμενη επέκταση αν και μόνο αν είναι το μέγιστο παραδεκτό σύνολο του συστήματος επιχειρηματολογίας, είναι δηλαδή το μεγαλύτερο σύνολο που μπορεί να υπερασπιστεί τον εαυτό του από επιθέσεις. Έχουμε πάντα προτιμώμενη επέκταση σε μια θεωρία αφού πάντα έχουμε το κενό σύνολο ($\emptyset$), το οποίο είναι παραδεκτό σύνολο.

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι προτιμώμενη επέκταση αν και μόνο αν το S ικανοποιεί την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και είναι το μέγιστο παραδεκτό σύνολο.

Παράδειγμα κατανόησης 2.12

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, d)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα



Σχήμα 2.14: Υπολογισμός προτιμώμενων επεκτάσεων

Οι πλήρεις επεκτάσεις που υπάρχουν στο πιο πάνω παράδειγμα είναι τα εξής σύνολα: $\{a, d\}, \{b, d\}$.

4. Στηριγμένη Επέκταση (Grounded Extensions)

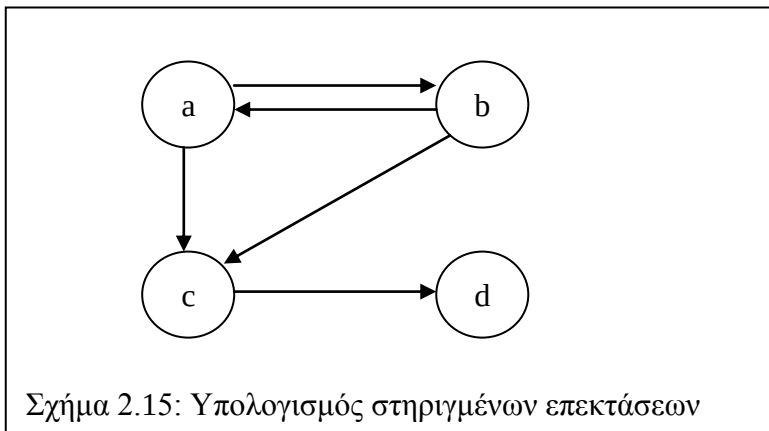
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S ονομάζεται στηριγμένη επέκταση αν είναι το μικρότερο σύνολο που είναι πλήρης επέκταση.

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι στηριγμένη επέκταση αν και μόνο αν το S είναι το ελάχιστο παραδεκτό σύνολο και $\forall b \in A$ είναι αποδεκτό επιχείρημα, τότε το $b \in S$.

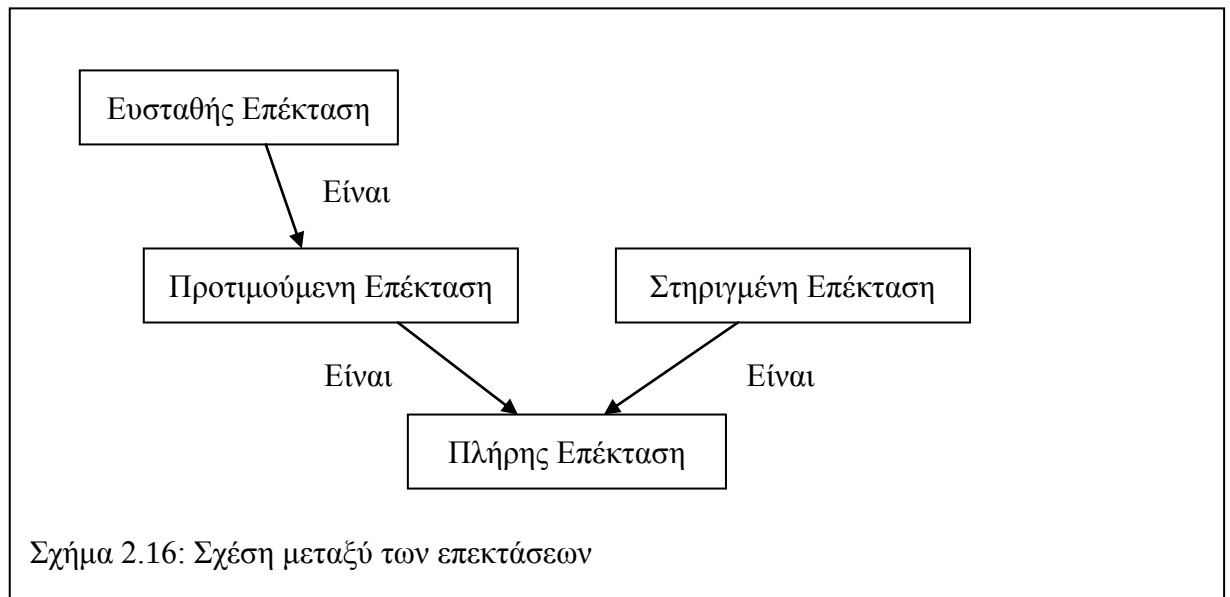
Παράδειγμα κατανόησης 2.13

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, d)\} \rangle$ της οποίας η αναπαράσταση φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Η στηριγμένη επέκταση που υπάρχει στο πιο πάνω παράδειγμα είναι το κενό σύνολο ($\emptyset$).

Πιο κάτω βλέπουμε τις σχέσεις μεταξύ των επεκτάσεων που αναλύσαμε πιο πάνω.



Κεφάλαιο 3

Αλγόριθμοι Εύρεσης Επεκτάσεων

3.1 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας τριαδικής θεωρίας	20
3.2 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας n -αδικής θεωρίας	29
3.3 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με μη συμμετρικές σχέσεις	33
3.4 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με επιπλέον περιορισμούς	37

3.1 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας τριαδικής θεωρίας

Στο κεφάλαιο 2 εξηγήσαμε με σαφήνεια το τι είναι ένα πλαίσιο επιχειρηματολογίας και δώσαμε διάφορους ορισμούς καθώς και κάποιες επεκτάσεις που μπορούμε να βρούμε για ένα σύστημα επιχειρηματολογίας, ή αλλιώς για μια θεωρία. Όλα αυτά όμως είχαν να κάνουν μόνο με θεωρίες οι οποίες αποτελούνται από δυαδικές σχέσεις επίθεσης.

Η παρούσα διπλωματική ασχολείται με θεωρίες οι οποίες αποτελούνται από τριαδικές σχέσεις επίθεσης, ή και σχέσεις μεγαλύτερου βαθμού, 3-αδικές, 4-αδικές, ..., n -αδικές. Αρχικά θα αναλύσουμε το τι είναι μία τριαδική σχέση επίθεσης και ποια είναι η σημασία της. Σκοπός μας είναι να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις για θεωρίες με τριαδικές σχέσεις επίθεσης, άρα πρέπει να δούμε πως τροποποιούνται οι δύο ιδιότητες (απουσία συγκρούσεων και συλλογική άμυνα) που πρέπει να ικανοποιεί ένα σύνολο για να λέγεται ευσταθής επέκταση.

Ας θυμηθούμε τον ορισμό του συστήματος επιχειρηματολογίας για θεωρίες με δυαδικές σχέσεις επίθεσης έτσι ώστε να φτιάξουμε τον ορισμό για τριαδικές σχέσεις επίθεσης.

Σύστημα επιχειρηματολογίας ορίζεται ένα ζεύγος $\langle A, R \rangle$ όπου A είναι το σύνολο των επιχειρημάτων και R το σύνολο δυαδικών σχέσεων επίθεσης πάνω στο σύνολο A όπου $R \subseteq A \times A$. Δηλαδή λέμε ότι το επιχείρημα a επιτίθεται στο επιχείρημα b αν και μόνο αν $(a, b) \in R$.

Ο ορισμός για τις τριαδικές σχέσεις τροποποιείται και είναι ο εξής:

Σύστημα επιχειρηματολογίας ορίζεται ένα ζεύγος $\langle A, R \rangle$ όπου A είναι το σύνολο των επιχειρημάτων και R το σύνολο τριαδικών σχέσεων επίθεσης πάνω στο σύνολο A όπου $R \subseteq A \times A \times A$.

Τώρα όμως οι σχέσεις μας αποτελούνται από τρία επιχειρήματα και είναι συμμετρικές. Έτσι η σχέση επίθεσης ανάμεσα στα τρία επιχειρήματα λέει ότι κάθε δύο επιχειρήματα επιτίθενται στο τρίτο. Δηλαδή η σχέση (a, b, c) δηλώνει τρεις σχέσεις επίθεσης οι οποίες είναι οι εξής:

- $a, b \rightarrow c$
- $a, c \rightarrow b$
- $b, c \rightarrow a$

Στις τριαδικές σχέσεις δεν έχει σημασία η σειρά με την οποία δηλώνονται τα επιχειρήματα στη σχέση. Όπως είδαμε πιο πάνω η σχέση (a, b, c) δηλώνει τρεις σχέσεις επίθεσης. Στις δυαδικές σχέσεις που μελετήσαμε στο κεφάλαιο 2, αυτό δεν ίσχυε γιατί είχε σημασία η σειρά με την οποία εμφανίζονταν τα επιχειρήματα στη σχέση. Η σχέση (a, b) δήλωνε ότι το επιχείρημα a επιτίθεται στο b , αλλά όχι ότι και το επιχείρημα b επιτίθεται στο a . Δηλαδή οι σχέσεις (a, b) και (b, a) δεν δηλώνουν την ίδια επίθεση στις δυαδικές σχέσεις.

Πιο κάτω βλέπουμε ένα παράδειγμα για να κατανοήσουμε καλύτερα τη σημασία των τριαδικών σχέσεων επίθεσης.

Παράδειγμα κατανόησης 3.1

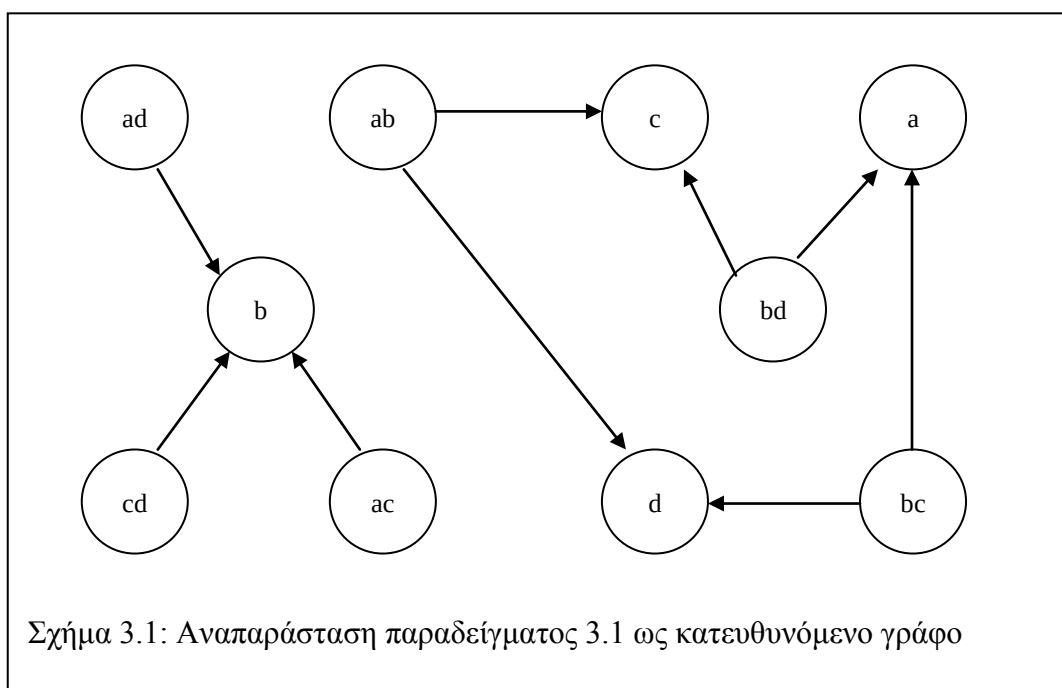
Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(a,b,c), (a,b,d), (b,c,d)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει τέσσερα επιχειρήματα και τρεις σχέσεις επίθεσης. Κάθε σχέση μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει τρεις σχέσεις επίθεσης.

$(a,b,c) \Rightarrow$ (a,b) επιτίθενται στο c
 (b,c) επιτίθενται στο a
 (a,c) επιτίθενται στο b

$(a,b,d) \Rightarrow$ (a,b) επιτίθενται στο d
 (b,d) επιτίθενται στο a
 (a,d) επιτίθενται στο b

$(b,c,d) \Rightarrow$ (b,c) επιτίθενται στο d
 (c,d) επιτίθενται στο b
 (b,d) επιτίθενται στο c

Η γραφική αναπαράσταση με γράφο δεν είναι πολύ αντιπροσωπευτική για θεωρίες με τριαδικές ή και με μεγαλύτερου βαθμού σχέσεις, αλλά ας δούμε πως απεικονίζεται με γράφο το παράδειγμα 3.1.



Υπενθυμίζουμε τώρα ποιες είναι οι δύο ιδιότητες που πρέπει να ικανοποιεί ένα σύνολο για να λέγεται ευσταθής επέκταση μιας θεωρίας και ας δούμε πως τροποποιούνται οι ιδιότητες αυτές για τις τριαδικές σχέσεις.

1. Ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων (Conflict free)

Η απουσία συγκρούσεων στις δυαδικές σχέσεις μας έλεγε ότι σε ένα σύνολο που είναι ευσταθής επέκταση, δεν μπορούν να ανήκουν δύο επιχειρήματα τα οποία ενώνει κάποια σχέση επίθεσης. Αλλιώς μπορούμε να πούμε ότι δεν μπορούν να ανήκουν όλα τα επιχειρήματα της σχέσης στο ευσταθές σύνολο (αφού τα επιχειρήματα είναι δύο δεν μπορούν να ανήκουν και τα δύο). Αυτό είναι που ισχύει και στις τριαδικές σχέσεις. Δηλαδή δεν μπορούν να ανήκουν όλα τα επιχειρήματα μιας σχέσης σε ένα σύνολο που λέγεται ευσταθής επέκταση.

2. Ιδιότητα συλλογικής άμυνας (Collective defense)

Η ιδιότητα συλλογικής άμυνας λέει ότι το σύνολο S πρέπει να επιτίθεται σε κάθε επιχείρημα που ανήκει στο A και δεν ανήκει στο S . Στις θεωρίες με τριαδικές σχέσεις επίθεσης υπάρχει πάντοτε ευσταθής επέκταση αλλά αυτό δεν μπορούμε ακόμη να το αποδείξουμε.

Ο αυστηρός ορισμός είναι ο εξής:

Έστω η θεωρία $AF = \langle A, R \rangle$, το σύνολο $S \subseteq A$ είναι ευσταθής επέκταση αν και μόνο αν το S υποστηρίζει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων και $\forall b \notin S, \exists c \in S$ και $\exists d \in S$ τέτοιο ώστε $(b, c, d) \in R$.

Επομένως για να μπορούμε τώρα να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις ενός αφηρημένου συστήματος επιχειρηματολογίας με τριαδικές σχέσεις επίθεσης, αρκεί να δούμε πως μοντελοποιούμε τις δύο αυτές ιδιότητες όταν μας δίνεται μια θεωρία εισόδου.

Η θεωρία που δίνεται ως είσοδος στο πρόγραμμα αποθηκεύεται σε ένα δισδιάστατο πίνακα με αριθμό γραμμών όσες είναι και οι τριαδικές σχέσεις της θεωρίας και αριθμό στηλών όσα είναι και τα επιχειρήματα της θεωρίας. Ο πίνακας αυτός αρχικά είναι αρχικοποιημένος με 0. Στη συνέχεια γεμίζουμε τον πίνακα με 1 με τον εξής τρόπο.

Κάθε γραμμή του πίνακα αντιπροσωπεύει και μία σχέση από το σύνολο R. Κάθε στήλη αντιπροσωπεύει και ένα επιχείρημα. Άρα παίρνοντας μία μία τις σχέσεις, βλέπουμε ποια επιχειρήματα ανήκουν στη σχέση και βάζουμε 1 στον πίνακα στη θέση [αριθμός σχέσης] [επιχείρημα].

Πιο κάτω βλέπουμε πως η θεωρία του παραδείγματος κατανόησης 3.1 αποθηκεύεται στον πίνακα.

Παράδειγμα κατανόησης 3.2

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(a,b,c), (a,b,d), (b,c,d)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει τέσσερα επιχειρήματα και τρεις σχέσεις επίθεσης. Κάθε σχέση μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει τρεις σχέσεις επίθεσης.

Πίνακας 3.1: Αποθήκευση της θεωρίας του παραδείγματος 3.2 σε πίνακα

	a	b	c	d
(a,b,c)	1	1	1	0
(a,b,d)	1	1	0	1
(b,c,d)	0	1	1	1

Βλέπουμε ότι η πρώτη σχέση του συνόλου R η (a,b,c) περιλαμβάνει τα επιχειρήματα a, b και c. Άρα στον πίνακα στην γραμμή 1 η οποία αντιπροσωπεύει τη σχέση αυτή, βάζουμε την τιμή 1 στις θέσεις που αντιπροσωπεύουν τα επιχειρήματα a, b και c. Στη θέση του επιχειρήματος d η τιμή παραμένει 0 όπως ήταν αρχικοποιημένος ο πίνακας. Το ίδιο κάνουμε και για τις υπόλοιπες σχέσεις του συνόλου R.

Ας δούμε τώρα πως θα μοντελοποιήσουμε τις δύο ιδιότητες.

Ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης

Η ιδιότητα απουσίας σύγκρουσής μας λέει ότι δεν μπορούν να ανήκουν όλα τα επιχειρήματα μιας σχέσης στο ευσταθές σύνολο. Δηλαδή για κάθε σχέση που ανήκει στο σύνολο R πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένα επιχείρημα της σχέσης που δεν θα ανήκει στην ευσταθές επέκταση. Δοθείσης μιας σχέσης (a,b,c) λέμε ότι δεν πρέπει να

ανήκει στο ευσταθές σύνολο το επιχείρημα a , ή το επιχείρημα b ή το επιχείρημα c . Κάνοντας αυτό για όλες τις σχέσεις που ανήκουν στο σύνολο R αποτρέπουμε τη δημιουργία σύγκρουσης στο ευσταθές σύνολο.

Ιδιότητα συλλογικής άμυνας

Η ιδιότητα συλλογικής άμυνας μας λέει ότι κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει στο σύνολο που λέγεται ευσταθές επέκταση πρέπει να δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα που να ανήκει στο σύνολο αυτό. Τώρα που οι σχέσεις είναι τριαδικές, λέμε ότι κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει στο σύνολο, πρέπει να δέχεται επίθεση από δύο άλλα επιχειρήματα που να ανήκουν στο σύνολο. Αφού όπως προαναφέραμε η επίθεση προς ένα επιχείρημα γίνεται από δύο επιχειρήματα μαζί. Δοθέντος δηλαδή μιας σχέσης (a,b,c) , αν το επιχείρημα a δεν ανήκει στην ευσταθές επέκταση, πρέπει οπωσδήποτε να ανήκει το ζεύγος επιχειρημάτων a και c , ή κάποιο άλλο ζεύγος από κάποια άλλη σχέση επίθεσης το οποίο να επιτίθεται στο a . Αν έχουμε δηλαδή τις σχέσεις (a,b,c) και (a,b,d) , αν δεν ανήκει το a στο ευσταθές σύνολο πρέπει να ανήκουν τα επιχειρήματα b και c ή τα επιχειρήματα b και d .

Πιο κάτω ας δούμε ποιες είναι οι ευσταθείς επεκτάσεις της θεωρίας του παραδείγματος κατανόησης 3.1.

Παράδειγμα κατανόησης 3.3

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία $AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(a,b,c), (a,b,d), (b,c,d)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει τέσσερα επιχειρήματα και τρεις σχέσεις επίθεσης. Κάθε σχέση μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει τρεις σχέσεις επίθεσης.

Ας βρούμε ποιοι είναι οι κανόνες που θα θέσουμε έτσι ώστε να μην υπάρχει σύγκρουση στο σύνολο της ευσταθούς επέκτασης.

Αφού δεν μπορούν να μπουν και τα τρία επιχειρήματα της σχέσης στο σύνολο, ισχύουν τα πιο κάτω για τις τρεις σχέσεις του παραδείγματος. Το σύμβολο « $\rightarrow$ » δηλώνει την άρνηση εισαγωγής του επιχειρήματος στην ευσταθή επέκταση. Το δεξί μέρος της συνεπαγωγής προκύπτει από τον κανόνα De Morgan.

$$-(a \wedge b \wedge c) \Leftrightarrow -a \vee -b \vee -c$$

$$-(a \wedge b \wedge d) \Leftrightarrow -a \vee -b \vee -d$$

$$-(b \wedge c \wedge d) \Leftrightarrow -b \vee -c \vee -d$$

Ας δούμε τώρα ποιοι θα είναι οι κανόνες για την ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Όπως είπαμε για κάθε επιχείρημα που δεν μπαίνει στο σύνολο, πρέπει να μουν δύο άλλα επιχειρήματα που να του επιτίθενται. Έτσι παίρνουμε ένα – ένα τα επιχειρήματα για να δούμε ποια επιχειρήματα θα μπορούσαν να μουν αντί αυτών, στο σύνολο της ευσταθούς επέκτασης.

$$-a \Rightarrow (b \wedge c) \vee (b \wedge d)$$

$$-b \Rightarrow (a \wedge c) \vee (a \wedge d) \vee (c \wedge d)$$

$$-c \Rightarrow (a \wedge b) \vee (b \wedge d)$$

$$-d \Rightarrow (a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$

Ας εξηγήσουμε τώρα καλύτερα πως προέκυψαν τα πιο πάνω. Παίρνουμε πρώτα το επιχείρημα A. Αν δεν βάλουμε το A στην ευσταθής επέκταση, πρέπει να βάλουμε δύο επιχειρήματα που να επιτίθενται στο a. Βλέποντας τη θεωρία μας παρατηρούμε ότι το επιχείρημα a συνυπάρχει σε σχέσεις με τα επιχειρήματα b και c και τα επιχειρήματα b και d. Άρα κοιτάζοντας και το σχήμα 3.1 βλέπουμε ότι το επιχείρημα a δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα b,c και b,d. Άρα στην ευσταθής επέκταση πρέπει να ανήκει τουλάχιστον ένα από τα ζεύγη b,c και b,d. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε τους κανόνες και για τα υπόλοιπα επιχειρήματα.

Ας βρούμε τώρα ποιες είναι οι ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία που δώσαμε στο παράδειγμα 3.3 σύμφωνα πάντα με τους κανόνες που προέκυψαν από τις δύο θεωρίες που αναλύσαμε πιο πάνω. Θα αποκλείουμε ένα - ένα τα επιχειρήματα για να δούμε τελικά ποια επιχειρήματα μπορούν να μουν στο ευσταθές σύνολο.

Έστω ότι το επιχείρημα a δεν θέλουμε να βρίσκεται στο σύνολο. Όπως εξηγήσαμε πιο πάνω αν δεν μπει το a πρέπει να μουν τα b,c ή τα b,d. Έστω ότι μπαίνουν στο σύνολο τα επιχειρήματα b,c. Θα ελέγξουμε αν τα δύο αυτά επιχειρήματα είναι από μόνα τους αρκετά για να ικανοποιούν την ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Το μόνο επιχείρημα που

μένει να ελέγξουμε για τη συλλογική άμυνα είναι το d . Όπως μπορούμε να δούμε πιο πάνω αν δεν βάλουμε στο σύνολο το επιχείρημα d πρέπει να βάλουμε τα a, b ή τα b, c . Εμείς επιλέξαμε τα b, c άρα ικανοποιείται η ιδιότητα συλλογικής άμυνας.

Αυτό που μένει τώρα να δούμε είναι αν ισχύει η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων. Ένας εύκολος τρόπος για να το ελέγξουμε εμείς αυτό είναι να ελέγξουμε μία - μία τις σχέσεις επίθεσης που αποτελούν τη θεωρία και να δούμε αν όντως κάθε σχέση έχει τουλάχιστον ένα επιχείρημα που δεν ανήκει στο ευσταθές σύνολο. Παρατηρούμε ότι για την πρώτη σχέση (a, b, c) το επιχείρημα a δεν ανήκει στο ευσταθές σύνολο. Για τη σχέση (a, b, d) τα επιχειρήματα b, d δεν ανήκουν στο σύνολο και για τη σχέση (b, c, d) το επιχείρημα d δεν ανήκει στο σύνολο. Έτσι λέμε ότι το σύνολο $\{b, c\}$ είναι μια ευσταθής επέκταση.

Θα πάρουμε τώρα ένα τυχαίο σύνολο από το σύνολο επιχειρημάτων a και θα δούμε αν αποτελεί ευσταθή επέκταση της θεωρίας του παραδείγματος που μελετούμε. Έστω το σύνολο επιχειρημάτων $\{a, c\}$. Ρίχνοντας μια ματιά στις τρεις σχέσεις της θεωρίας βλέπουμε ότι ικανοποιείται η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων. Ελέγχουμε τώρα με προσοχή για την ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Τα επιχειρήματα a και c ανήκουν στο σύνολο άρα δε χρειάζεται να ελέγξουμε κάτι για αυτά. Το επιχείρημα b δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα a και c άρα μπορεί να μείνει έξω από το ευσταθές σύνολο. Το επιχείρημα d τώρα βλέπουμε ότι δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα a, b και b, c . Δε δέχεται επίθεση όμως από τα επιχειρήματα a και c μαζί. Άρα για το επιχείρημα d δεν ισχύει η ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Άρα λέμε ότι το σύνολο $\{a, c\}$ δεν αποτελεί ευσταθή επέκταση της θεωρίας του παραδείγματος.

Για να κατανοούμε καλύτερα ποια επιχειρήματα από το σύνολο A της θεωρίας ανήκουν στην ευσταθής επέκταση, αναθέτουμε στα επιχειρήματα τιμές False (F) και True (T) όπου το F δηλώνει ότι το επιχείρημα δεν ανήκει στο ευσταθές σύνολο ενώ το T δηλώνει ότι το επιχείρημα ανήκει στο ευσταθές σύνολο.

Πιο κάτω βλέπουμε ένα πίνακα με όλες τις ευσταθείς επεκτάσεις που υπάρχουν για το παράδειγμα κατανόησης 3.3. Θυμίζουμε ότι η θεωρία του παραδείγματος είναι η εξής:

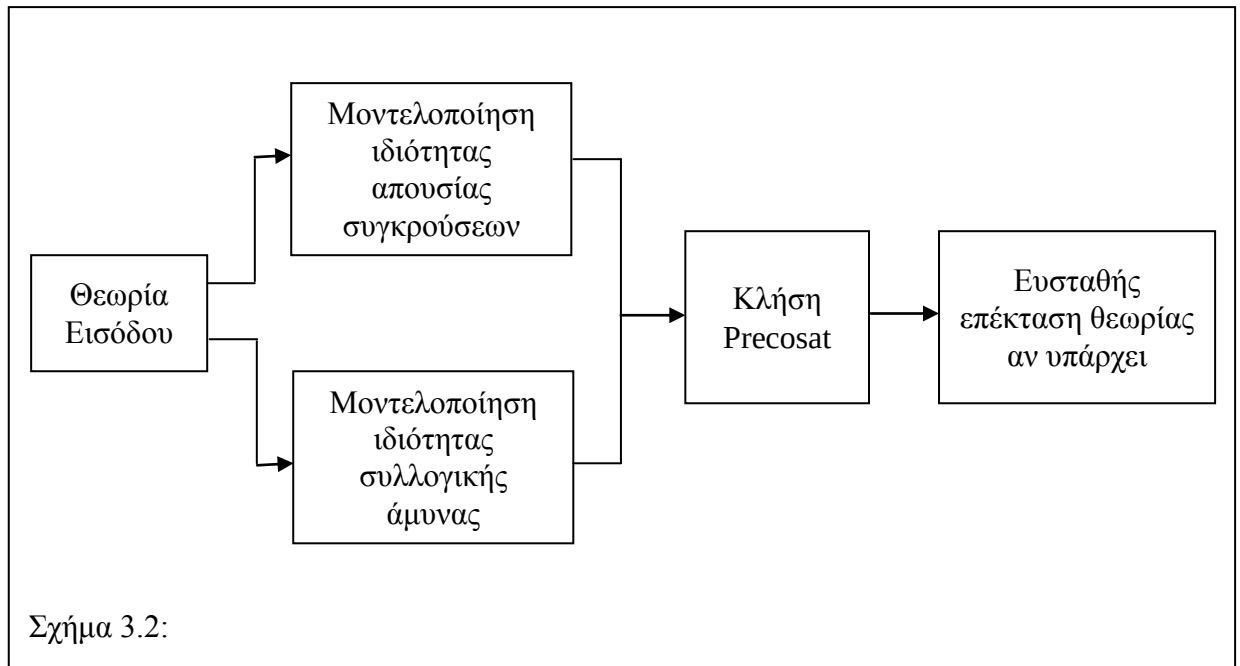
$$AF = \langle \{a,b,c,d\}, \{(a,b,c), (a,b,d), (b,c,d)\} \rangle$$

Πίνακας 3.2: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.3

	a	b	c	d
Ευσταθής επέκταση 1	T	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 2	F	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 3	F	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 4	T	T	F	F

Η διαδικασία που ακολουθήσαμε για να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος ήταν σχετικά εύκολη λόγω του ότι είχαμε μια θεωρία με 4 επιχειρήματα και 3 μόνο σχέσεις επίθεσης. Τι γίνεται όμως όταν η θεωρία αποτελείται από περισσότερα επιχειρήματα και περισσότερες σχέσεις επίθεσης; Η διαδικασία παραμένει η ίδια, γίνεται όμως πιο χρονοβόρα. Γι' αυτό και εμείς θα χρησιμοποιήσουμε ένα Sat Solver τον Precosat, του οποίου η λειτουργία και η χρήση περιγράφεται σε επόμενο κεφάλαιο, ο οποίος θα κάνει τη δουλειά αυτή για εμάς. Έτσι μετατρέπουμε ένα πρόβλημα ευσταθών επεκτάσεων σε ένα SAT πρόβλημα αφού μπορούμε να εκφράσουμε τις δύο ιδιότητες σε κανόνες τους οποίους παίρνει ο Precosat σαν είσοδο και μας επιστρέφει την ευσταθή επέκταση αν υπάρχει.

Πιο κάτω βλέπουμε σχηματικά τη διαδικασία που ακολουθείται από τη στιγμή που δίνουμε τη θεωρία στο πρόγραμμα μέχρι να μας δώσει τη λύση ο Sat Solver όπου εδώ είναι ο Precosat.



3.2 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης μιας n -αδικής θεωρίας

Στο υποκεφάλαιο 3.1 εξηγήσαμε τι είναι οι τριαδικές σχέσεις επίθεσης και αναλύσαμε το πώς βρίσκουμε τις ευσταθείς επεκτάσεις για θεωρίες που αποτελούνται από τριαδικές σχέσεις επίθεσης. Τώρα θα δούμε πως βρίσκουμε τις ευσταθείς επεκτάσεις για θεωρίες που αποτελούνται από σχέσεις επίθεσης μεγαλύτερου βαθμού. Δηλαδή για τετραδικές σχέσεις, πενταδικές σχέσεις κλπ. Θα γενικεύσουμε δηλαδή το πώς βρίσκουμε τις ευσταθείς επεκτάσεις σε οποιαδήποτε θεωρία οποιουδήποτε βαθμού.

Αφού συνεχίζουμε να ασχολούμαστε με ευσταθείς επεκτάσεις δεν πρέπει να ξεχνούμε τις δύο ιδιότητες που πρέπει να ισχύουν έτσι ώστε ένα σύνολο να ονομάζεται ευσταθής επέκταση. Όπως προαναφέραμε οι δύο ιδιότητες είναι αυτή της απουσίας συγκρούσεων και αυτή της συλλογικής άμυνας. Ας δούμε λοιπόν πιο κάτω τι αλλάζει στις δύο ιδιότητες.

Ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων (Conflict free)

Όπως εξηγήσαμε και σε προηγούμενα υποκεφάλαια η ιδιότητα αυτή μας δηλώνει ότι σε ένα ευσταθές σύνολο δεν πρέπει να περιέχονται όλα τα επιχειρήματα μιας επίθεσης. Δηλαδή για κάθε σχέση επίθεσης που υπάρχει στη θεωρία, οποιουδήποτε βαθμού και αν είναι η θεωρία, πρέπει τουλάχιστον ένα επιχείρημα της σχέσης να μην ανήκει στο ευσταθές σύνολο.

Ιδιότητα συλλογικής άμυνας (Collective defense)

Η ιδιότητα συλλογικής άμυνας λέει ότι ένα σύνολο S για να ονομάζεται ευσταθές επέκταση πρέπει να επιτίθεται σε κάθε επιχείρημα που ανήκει στο σύνολο A και δεν ανήκει στο S .

Ας δούμε κάποια παραδείγματα τα οποία θα μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε καλύτερα την έννοια των ευσταθών επεκτάσεων σε θεωρίες που αποτελούνται από σχέσεις μεγαλύτερου βαθμού.

Παράδειγμα κατανόησης 3.4

Έστω ότι μας δίνεται η εξής θεωρία η οποία αποτελείται από τετραδικές σχέσεις επίθεσης. $AF = \langle \{a,b,c,d,e,f\}, \{(a,b,c,d), (a,c,d,e), (b,d,e,f), (a,b,e,f), (a,c,d,f)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει έξι επιχειρήματα και πέντε τετραδικές σχέσεις επίθεσης. Κάθε σχέση μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει τέσσερις σχέσεις επίθεσης.

Πιο κάτω βλέπουμε πιο αναλυτικά τις επιθέσεις που προκύπτουν από αυτή τη θεωρία.

$(a,b,c,d) \Rightarrow$ (a,b,c) επιτίθενται στο d
 (a,b,d) επιτίθενται στο c
 (a,c,d) επιτίθενται στο b
 (b,c,d) επιτίθενται στο a

$(a,c,d,e) \Rightarrow$ (a,c,d) επιτίθενται στο e
 (a,c,e) επιτίθενται στο d
 (a,d,e) επιτίθενται στο c
 (c,d,e) επιτίθενται στο a

$(b,d,e,f) \Rightarrow$ (b,d,e) επιτίθενται στο f
 (b,d,f) επιτίθενται στο e
 (b,e,f) επιτίθενται στο d
 (d,e,f) επιτίθενται στο b

$(a,b,e,f) \Rightarrow$ (a,b,e) επιτίθενται στο f
 (a,b,f) επιτίθενται στο e
 (a,e,f) επιτίθενται στο b
 (b,e,f) επιτίθενται στο a

$(a,c,d,f) \Rightarrow$ (a,c,d) επιτίθενται στο f
 (a,c,f) επιτίθενται στο d
 (a,d,f) επιτίθενται στο c
 (c,d,f) επιτίθενται στο a

Ας δούμε τώρα ποιες είναι οι ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία μας σύμφωνα με τις μοντελοποιήσεις που δώσαμε για τις δύο ιδιότητες στο υποκεφάλαιο 3.2.

Πίνακας 3.3: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.4

	a	b	c	d	e	f
Ευσταθής επέκταση 1	T	T	T	F	F	T
Ευσταθής επέκταση 2	T	T	T	F	T	F
Ευσταθής επέκταση 3	T	T	F	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 4	T	T	F	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 5	T	F	T	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 6	T	F	F	T	T	T
Ευσταθής επέκταση 7	T	F	T	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 8	F	T	T	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 9	F	F	T	T	T	T

Ευσταθής επέκταση 10	F	T	T	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 11	F	T	T	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 12	T	F	T	T	F	F

Ας πάρουμε την ευσταθής επέκταση 1 και να δούμε γιατί όντως είναι μια ευσταθής επέκταση της θεωρίας μας. Η ευσταθής επέκταση 1 μας λέει ότι στο σύνολο S ανήκουν τα επιχειρήματα A, B, C , και F , τα επιχειρήματα δηλαδή που έχουν την τιμή T στις αντίστοιχες θέσεις στον πίνακα 3.3. Θα επιβεβαιώσουμε το ότι δεν παραβιάζεται καμία από τις δύο ιδιότητες.

Η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων δεν παραβιάζεται αφού ρίχνοντας μια ματιά στις σχέσεις της θεωρίας βλέπουμε ότι τουλάχιστον ένα επιχείρημα από κάθε σχέση επίθεσης δεν ανήκει στο σύνολο S . Για τις σχέσεις επίθεσης (a, b, c, d) και (a, c, d, f) το επιχείρημα d δεν ανήκει στο σύνολο, για τις σχέσεις (a, c, d, e) και (b, d, e, f) έχουμε τα επιχειρήματα d και e που δεν ανήκουν στο σύνολο ενώ για τη σχέση (a, b, e, f) το επιχείρημα e δεν ανήκει στο σύνολο S . Άρα η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων δεν παραβιάζεται από καμία σχέση επίθεσης.

Η ιδιότητα συλλογικής άμυνας επίσης δεν παραβιάζεται αφού κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει στο σύνολο δέχεται επίθεση από αυτά που ανήκουν στο σύνολο S . Τα επιχειρήματα που δεν ανήκουν στο ευσταθές σύνολο είναι τα d και e και είναι αυτά που πρέπει να ελέγξουμε. Όπως μπορούμε να δούμε από τη θεωρία μας, το επιχείρημα d δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα a , b και c και το επιχείρημα e δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα a , b και f . Άρα δεν παραβιάζεται ούτε αυτή η ιδιότητα.

Θα πάρουμε τώρα ένα τυχαίο σύνολο που δεν ανήκει στον πίνακα 3.3 και θα δείξουμε ότι δεν είναι ευσταθής επέκταση της θεωρίας.

Έστω το σύνολο $\{a, b, f\}$. Η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων ικανοποιείται όχι όμως και η ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Αυτό γιατί τα επιχειρήματα a, b και f που ανήκουν στο σύνολο δεν επιτίθενται στα επιχειρήματα c και d που δεν ανήκουν στο σύνολο.

Άρα λέμε ότι το σύνολο $\{a,b,f\}$ δεν είναι ευσταθής επέκταση της θεωρίας του παραδείγματος μας.

Ας δούμε τώρα ένα παράδειγμα με πενταδικές σχέσεις επίθεσης.

Παράδειγμα κατανόησης 3.5

Έστω ότι μας δίνεται η εξής θεωρία η οποία αποτελείται από πενταδικές σχέσεις επίθεσης. $AF = \langle \{a,b,c,d,e,f,g\}, \{(a,c,e,f,g), (b,c,d,f,g)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει επτά επιχειρήματα και δύο πενταδικές σχέσεις επίθεσης.

Πιο κάτω βλέπουμε τις ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία αυτή.

Πίνακας 3.4: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.5

	a	b	c	d	e	f	g
Ευσταθής επέκταση 1	T	T	T	T	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 2	T	T	T	T	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 3	T	T	T	F	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 4	T	F	T	T	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 5	F	T	T	F	T	T	T
Ευσταθής επέκταση 6	F	F	T	T	T	T	T
Ευσταθής επέκταση 7	T	T	F	T	T	T	T

3.3 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με μη συμμετρικές σχέσεις

Στο υποκεφάλαιο αυτό έχουμε μια παραλλαγή για το πώς υπολογίζονται οι ευσταθείς επεκτάσεις δοθέντος μιας θεωρίας και συγκεκριμένα έχουμε μια αλλαγή του τι ορίζεται μια σχέση επίθεσης.

Δοθέντος μιας θεωρίας, έστω θεωρία με τετραδικές σχέσεις επίθεσης, δεν είναι απαραίτητο να σημαίνει ότι τα τρία επιχειρήματα επιτίθενται στο τέταρτο, όπως είχαμε στο υποκεφάλαιο 3.2. Υπάρχει η επιλογή δηλαδή το ένα επιχείρημα να επιτίθεται στα άλλα τρία, τα δύο να επιτίθενται στα άλλα δύο, τα τρία να επιτίθενται στο άλλο ένα, κοκ για σχέσεις μεγαλύτερου βαθμού. Μπορούμε δηλαδή να επιλέξουμε ένα τυχαίο υποσύνολο του συνόλου των επιχειρημάτων μιας επίθεσης και να καθορίσουμε ότι αυτό το υποσύνολο επιτίθεται στο υποσύνολο των επιχειρημάτων που δεν επιλέξαμε.

Ας δούμε ένα παράδειγμα για να κατανοήσουμε καλύτερα το τι γίνεται.

Παράδειγμα κατανόησης 3.6

Έστω ότι μας δίνεται η εξής θεωρία η οποία αποτελείται από πενταδικές σχέσεις επίθεσης. $AF = \langle \{a,b,c,d,e,f,g\}, \{(a,c,e,f,g), (b,c,d,f,g)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει επτά επιχειρήματα και δύο πενταδικές σχέσεις επίθεσης. Θέτουμε ότι τα 2 πρώτα επιχειρήματα που εμφανίζονται στη σχέση επιτίθενται στα υπόλοιπα. Έχουμε δηλαδή τις εξής σχέσεις επίθεσης.

$(a,c,e,f,g) \Rightarrow$ (a, c) επιτίθενται στο e
 (a, c) επιτίθενται στο f
 (a, c) επιτίθενται στο g

$(b,c,d,f,g) \Rightarrow$ (b, c) επιτίθενται στο d
 (b, c) επιτίθενται στο f
 (b, c) επιτίθενται στο g

Σύμφωνα με τις σχέσεις επίθεσης που παράγονται από τη θεωρία του παραδείγματος, προκύπτει μόνο μία ευσταθής επέκταση και είναι η εξής: a b c -d -e -f -g. Τα επιχειρήματα παίρνουν τιμές F και T όπως φαίνεται στον πιο κάτω πίνακα.

Πίνακας 3.5: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.6

a	b	c	d	e	f	g
T	T	T	F	F	F	F

Στο πιο πάνω παράδειγμα θέσαμε ότι και στις 2 σχέσεις επίθεσης τα 2 επιχειρήματα επιτίθενται στα υπόλοιπα 3. Αυτό μπορεί να αλλάζει για κάθε σχέση επίθεσης. Δηλαδή σε μια θεωρία με πενταδικές σχέσεις και με αριθμό επιθέσεων 4, μπορούμε να θέσουμε ότι για την πρώτη σχέση το ένα επιχείρημα επιτίθεται στα υπόλοιπα τέσσερα, για τη δεύτερη σχέση ότι τα τρία επιχειρήματα επιτίθενται στα υπόλοιπα δύο, κοκ για όλες τις σχέσεις.

Ας δούμε ένα ακόμη παράδειγμα, πιο σύνθετο αυτή τη φορά για να καταλάβουμε τη διαφορά.

Παράδειγμα κατανόησης 3.7

Έστω ότι μας δίνεται η εξής θεωρία η οποία αποτελείται από πενταδικές σχέσεις επίθεσης. $AF = \langle \{a,b,c,d,e,f,g,h\}, \{(f,a,c,d,g), (h,f,a,c,e), (h,e,g,f,a), (b,g,e,d,h)\} \rangle$. Η θεωρία αυτή έχει οχτώ επιχειρήματα και τέσσερις πενταδικές σχέσεις επίθεσης. Ο αριθμός τώρα των επιχειρημάτων που επιτίθενται δεν είναι σταθερός. Για κάθε σχέση επίθεσης αλλάζει. Για την πρώτη σχέση επιτίθεται μόνο το επιχείρημα $\{f\}$, για τη δεύτερη τα επιχειρήματα $\{h, f\}$ για την τρίτη τα επιχειρήματα $\{h, e\}$ και για την τέταρτη τα επιχειρήματα $\{b, g, e\}$. Έχουμε δηλαδή τις εξής επιθέσεις.

$\{f\} \rightarrow \{a, c, d, g\}$

$\{h, f\} \rightarrow \{a, c, e\}$

$\{h, e\} \rightarrow \{g, f, a\}$

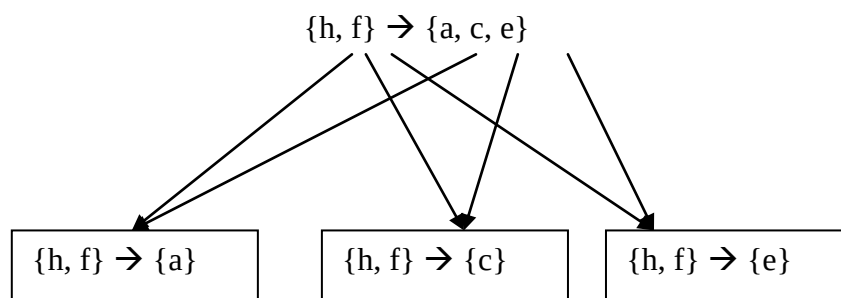
$\{b, g, e\} \rightarrow \{d, h\}$

Με την αλλαγή αυτή παρατηρούμε ότι κάποιο επιχείρημα μπορεί να δέχεται επίθεση από ένα επιχείρημα από μόνο του, ή από δύο επιχειρήματα μαζί ή και από τρία επιχειρήματα μαζί. Ας πάρουμε τυχαία το επιχείρημα a όπου βλέπουμε ότι δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα $\{h, f\}$, $\{h, e\}$ αλλά και από το επιχείρημα $\{f\}$ το οποίο μπορεί από μόνο του να επιτεθεί σε άλλα επιχειρήματα.

Οι ευσταθής επεκτάσεις της θεωρίας αυτής υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και πριν. Ισχύουν δηλαδή οι ιδιότητες Απουσίας Συγκρούσεων και Συλλογικής Άμυνας, με

τη διαφορά ότι τώρα για την ιδιότητα Απουσίας Συγκρούσεων έχουμε περισσότερους περιορισμούς από πριν. Αυτό γιατί για κάθε σχέση επίθεσης της θεωρίας προκύπτουν περισσότεροι από ένας περιορισμοί.

Ας πάρουμε για παράδειγμα τη δεύτερη σχέση επίθεσης $\{h, f\} \rightarrow \{a, c, e\}$ για να δούμε ποιοι περιορισμοί προκύπτουν σχετικά με την ιδιότητα Απουσίας Συγκρούσεων. Αρχικά παρατηρούμε ότι από αυτή τη σχέση προκύπτουν τρεις σχέσεις επίθεσης, αφού τα δύο επιχειρήματα επιτίθενται στα υπόλοιπα τρία. Δηλαδή προκύπτουν οι εξής επιθέσεις:



Για κάθε μια από αυτές τις σχέσεις έχουμε και ένα περιορισμό για την πρώτη ιδιότητα. Όπως είπαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, δεν μπορούν να ανήκουν όλα τα επιχειρήματα μιας επίθεσης στο ευσταθές σύνολο. Άρα εδώ έχουμε τους πιο κάτω περιορισμούς, ένα για κάθε σχέση.

$$-(h \wedge f \wedge a) \Leftrightarrow -h \vee -f \vee -a$$

$$-(h \wedge f \wedge c) \Leftrightarrow -h \vee -f \vee -c$$

$$-(h \wedge f \wedge e) \Leftrightarrow -h \vee -f \vee -e$$

Με τον ίδιο τρόπο προκύπτουν και άλλοι περιορισμοί για όλες τις σχέσεις επίθεσης της θεωρίας.

Ας δούμε τώρα τι γίνεται με την ιδιότητα Συλλογικής Άμυνας. Θα εξετάσουμε το επιχείρημα a το οποίο δέχεται τις περισσότερες επιθέσεις. Όπως προαναφέραμε το επιχείρημα a δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα $\{h, f\}$, $\{h, e\}$ και $\{f\}$. Η ιδιότητα

Συλλογικής Άμυνας μας λέει ότι αν το επιχείρημα a δεν ανήκει στο ευσταθές σύνολο τότε πρέπει να ανήκει στο σύνολο τουλάχιστον ένα από τα υποσύνολα $\{h, f\}$, $\{h, e\}$ και $\{f\}$. Έτσι έχουμε τον πιο κάτω περιορισμό.

$$\neg a \Rightarrow (h \wedge f) \vee (h \wedge e) \vee f$$

Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε όλους τους περιορισμούς για όλες τις σχέσεις επίθεσης για την ιδιότητα Απουσίας Συγκρούσεων, και όλους τους περιορισμούς για όλα τα επιχειρήματα για την ιδιότητα Συλλογικής Άμυνας.

Έτσι προκύπτουν οι πιο κάτω ευσταθής επεκτάσεις για το παράδειγμα κατανόησης 3.7

Πίνακας 3.6: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.7

a	b	c	d	e	f	g	h
F	T	T	T	T	F	F	T
F	T	F	F	F	T	F	T

3.4 Υπολογισμός ευσταθούς επέκτασης με επιπλέον περιορισμούς

Στο υποκεφάλαιο αυτό έχουμε να κάνουμε πάλι με ευσταθείς επεκτάσεις όπως και στα προηγούμενα, με τη διαφορά όμως ότι τώρα προσθέτουμε στη θεωρία μας κάποιους επιπλέον περιορισμούς.

Constrained Argumentation Frameworks

Ορισμός:

Ένα σύστημα επιχειρηματολογίας με περιορισμούς (Constrained Argumentation Frameworks) ορίζεται μια τριάδα $CAF=(A,R,C)$ όπου A είναι ένα σύνολο επιχειρημάτων, R είναι οι σχέσεις επίθεσης μεταξύ των επιχειρημάτων και C είναι κάποιες λογικές προτάσεις.

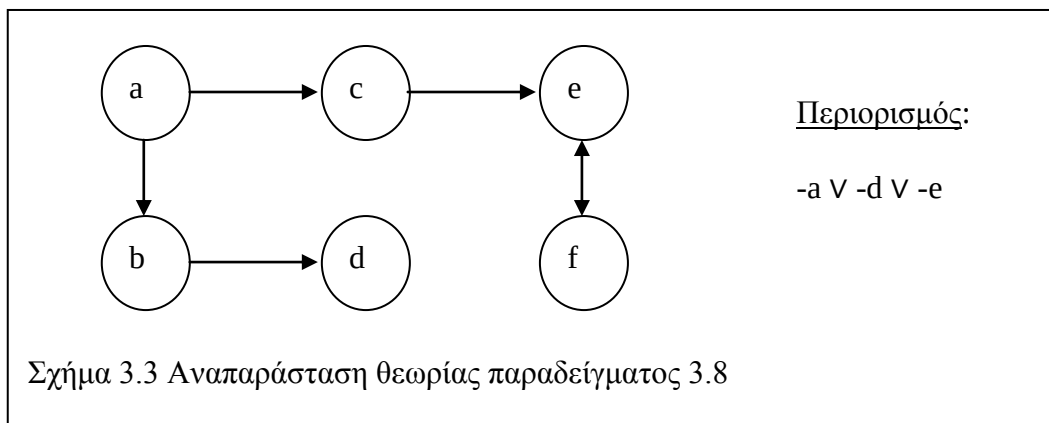
Ευσταθής επέκταση μιας θεωρίας ενός συστήματος επιχειρηματολογίας με περιορισμούς, ορίζεται ένα σύνολο S υποσύνολο του συνόλου επιχειρημάτων A το οποίο ικανοποιεί τις ιδιότητες απουσίας συγκρούσεων και συλλογικής άμυνας και ικανοποιεί τις λογικές προτάσεις που ανήκουν στο C .

Όπως και πριν στη θεωρία του Dung, έτσι και τώρα ένα ευσταθές σύνολο δεν μπορεί να είναι κενό, εκτός από την τετριμμένη περίπτωση όπου το σύνολο επιχειρημάτων A είναι κενό ($A=\emptyset$).

Ακολουθεί ένα παράδειγμα με δυαδικές σχέσεις επίθεσης, για να δούμε τι ακριβώς είναι ένα σύστημα επιχειρηματολογίας με περιορισμούς.

Παράδειγμα Κατανόησης 3.8

Έστω η θεωρία $CAF=\langle A=\{a,b,c,d,e,f\}, R=\{(a,b), (a,c), (b,d), (c,e), (e,f), (f,e)\}, C=-a \vee -d \vee -e \rangle$.



Με βάση τον ορισμό που δώσαμε για τις ευσταθής επεκτάσεις σε αυτή την παραλλαγή του συστήματος επιχειρηματολογίας, ένα ευσταθές σύνολο πρέπει να ικανοποιεί τις ιδιότητες απουσίας συγκρούσεων και συλλογικής άμυνας, αλλά και να ικανοποιεί την πρόταση C . Να ικανοποιεί δηλαδή τον περιορισμό $-a \vee -d \vee -e$.

Άρα έχουμε μόνο μια ευσταθής επέκταση για αυτή τη θεωρία και είναι το σύνολο $S=\{a,d,f\}$. Τα επιχειρήματα δηλαδή παίρνουν τις εξής τιμές:

Πίνακας 3.7: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.8

a	b	c	d	e	f
T	F	F	T	F	T

Ας δούμε πως προέκυψε αυτή η λύση. Ξεκινάμε με το επιχείρημα a το οποίο δε δέχεται καμία επίθεση, άρα πρέπει σίγουρα να πάρει την τιμή T. Τα επιχειρήματα b και c συνδέονται με κάποιο τρόπο με το a όπως βλέπουμε και στο σχήμα, το οποίο έχει πάρει ήδη τιμή T, άρα πρέπει να πάρουν τιμή F για να ισχύει η ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων. Προχωράμε στο επιχείρημα d το οποίο δέχεται επίθεση μόνο από το b. Αφού όμως το b έχει τιμή F, τότε το d πρέπει να πάρει τιμή T για να ισχύει η ιδιότητα συλλογικής άμυνας. Αν το d πάρει τιμή F δεν θα υπάρχει κάποιο επιχείρημα στο ευσταθές σύνολο το οποίο να υπερασπίζεται το d. Μένουν τώρα τα επιχειρήματα e και f. Παρατηρούμε ότι τα δύο αυτά επιχειρήματα επιτίθενται το ένα στο άλλο, άρα πρέπει να μπει στο ευσταθές σύνολο το ένα μόνο από τα δύο επιχειρήματα. Με μια πρώτη ματιά μπορούμε να πούμε ότι υπάρχουν δύο λύσεις, είτε το e να πάρει την τιμή F και το f την τιμή T, ή το αντίστροφο, το e να πάρει την τιμή T και το f την τιμή F. Έχουμε όμως να ελέγξουμε και τον περιορισμό C ο οποίος λέει ότι τουλάχιστον ένα από τα επιχειρήματα a, d και e πρέπει να πάρουν την τιμή F. Αφού τα a και d έχουν ήδη πάρει τιμή T, πρέπει το e να πάρει την τιμή F για να ισχύει ο περιορισμός C. Και επομένως το f παίρνει τιμή T. Άρα η μόνη ευσταθής επέκταση που προκύπτει είναι το σύνολο $S=\{a,d,f\}$.

Ας δούμε τώρα ένα πιο σύνθετο παράδειγμα με τετραδικές σχέσεις επίθεσης, που είναι και αυτό που είχαμε να υλοποιήσουμε στην παρούσα διπλωματική, αφού όπως προανέφερα η διπλωματική αυτή ασχολείται με θεωρίες ν-αδικού βαθμού.

Θα πάρουμε το παράδειγμα κατανόησης 3.5 και θα δούμε πώς αλλάζουν οι λύσεις που βρήκαμε όταν προσθέσουμε κάποιους επιπλέον περιορισμούς. Θα το δούμε με τις αλλαγές στο παράδειγμα κατανόησης 3.9.

Παράδειγμα Κατανόησης 3.9

Έστω ότι έχουμε τη θεωρία του παραδείγματος 3.5 με επιπλέον τον περιορισμό $(a \leq b)$.

Η θεωρία μας δηλαδή διαμορφώνεται ως εξής.

$CAF = \langle A = \{a, b, c, d, e, f, g\}, R = \{(a, c, e, f, g), (b, c, d, f, g)\}, C = a \leq b \rangle$.

Πιο κάτω βλέπουμε ξανά τον πίνακα με τις λύσεις που βρήκαμε για την ίδια θεωρία χωρίς όμως τον επιπλέον περιορισμό. Θα απορρίψουμε τις λύσεις που δεν ικανοποιούν τον περιορισμό που προσθέσαμε και θα δούμε ποιες λύσεις θα είναι τελικά οι ευσταθείς επεκτάσεις για το παράδειγμά μας.

Πίνακας 3.4: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.5

	a	b	c	d	e	f	g
Ευσταθής επέκταση 1	T	T	T	T	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 2	T	T	T	T	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 3	T	T	T	F	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 4	T	F	T	T	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 5	F	T	T	F	T	T	T
Ευσταθής επέκταση 6	F	F	T	T	T	T	T
Ευσταθής επέκταση 7	T	T	F	T	T	T	T

Από τον πιο πάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι ευσταθείς επεκτάσεις 1, 2, 3 και 7 είναι αυτές που εξακολουθούν να είναι ευσταθείς επεκτάσεις για το παράδειγμά μας αφού οι υπόλοιπες δεν ικανοποιούν τον περιορισμό $(a \leq b)$.

Άρα οι λύσεις μας είναι οι εξής:

Πίνακας 3.7: Ευσταθείς επεκτάσεις για τη θεωρία του παραδείγματος 3.8

	a	b	c	d	e	f	g
Ευσταθής επέκταση 1	T	T	T	T	T	T	F
Ευσταθής επέκταση 2	T	T	T	T	T	F	T
Ευσταθής επέκταση 3	T	T	T	F	F	T	T
Ευσταθής επέκταση 4	T	T	F	T	T	T	T

Κεφάλαιο 4

Σύστημα Υλοποίησης

4.1 Ο προτασιακός επιλυτής Precosat	42
4.2 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης μιας n -αδικής θεωρίας	44
4.3 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης όταν επιλέγουμε ποια επιχειρήματα επιτίθενται	45
4.4 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθούς επέκτασης με επιπλέον περιορισμούς	48

Η υλοποίηση όλων των προγραμμάτων έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού C. Χρησιμοποιήθηκε επίσης ένας Sat Solver, ο Precosat του οποίου τη λειτουργία εξηγούμε στο υποκεφάλαιο 4.1.

4.1 Ο προτασιακός επιλυτής Precosat

Ο Precosat είναι ένας Sat Solver ή αλλιώς προτασιακός επιλυτής, ο οποίος λύνει προβλήματα ικανοποιησιμότητας. Δέχεται ως είσοδο ένα αρχείο από προτάσεις σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF) και προσπαθεί να βρει λύση, να βρει δηλαδή μια ανάθεση τιμών για όλες τις μεταβλητές η οποία να κάνει όλες τις προτάσεις του αρχείου αληθείς. Αν βρει λύση τότε επιστρέφει SATISFIABLE και επιστρέφει τη λύση, αλλιώς αν δεν υπάρχει επιστρέφει UNSATISFIABLE.

Το αρχείο που δέχεται ο Precosat πρέπει να ξεκινά με τις εξής δύο γραμμές:

c DEMACS FILE

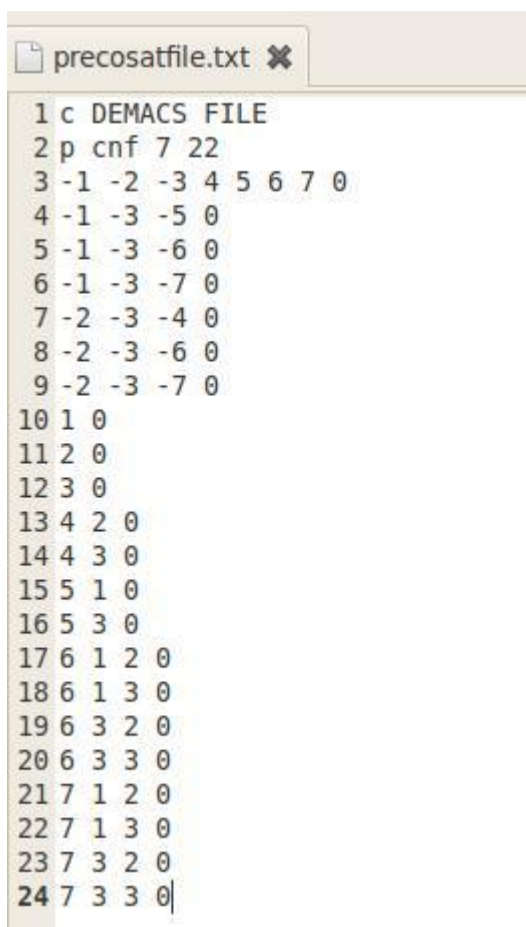
p cnf x y

Τα x και y αντιπροσωπεύουν τον συνολικό αριθμό των μεταβλητών και τον συνολικό αριθμό των προτάσεων που πρέπει να ικανοποιούνται από τη λύση που θα επιστρέψει ο Precosat.

Οι επόμενες γραμμές του αρχείου είναι οι προτάσεις που πρέπει να ισχύουν μετατρεμμένες σε συζευκτική κανονική μορφή. Δηλαδή μία πρόταση της μορφής -1 -2 3 σημαίνει ότι πρέπει η μεταβλητή 1 να πάρει τιμή F, ή η μεταβλητή 2 να πάρει τιμή F, ή η μεταβλητή 3 να πάρει τιμή T. Επίσης κάθε γραμμή τελειώνει με το 0 το οποίο δηλώνει ότι τελείωσε η πρόταση.

Πιο κάτω βλέπουμε τη μορφή που έχει ένα αρχείο που δέχεται σαν είσοδο ο Precosat.

Εικόνα 4.1: Αρχείο που δέχεται ο Precosat



```
1 c DEMACS FILE
2 p cnf 7 22
3 -1 -2 -3 4 5 6 7 0
4 -1 -3 -5 0
5 -1 -3 -6 0
6 -1 -3 -7 0
7 -2 -3 -4 0
8 -2 -3 -6 0
9 -2 -3 -7 0
10 1 0
11 2 0
12 3 0
13 4 2 0
14 4 3 0
15 5 1 0
16 5 3 0
17 6 1 2 0
18 6 1 3 0
19 6 3 2 0
20 6 3 3 0
21 7 1 2 0
22 7 1 3 0
23 7 3 2 0
24 7 3 3 0|
```

4.2 Υλοποίηση υπολογισμού των ευσταθών επεκτάσεων μιας n -αδικής θεωρίας

Στο πρώτο κομμάτι της διπλωματικής αυτής έπρεπε να υπολογίζουμε μία ευσταθής επέκταση για μια θεωρία η οποία δινόταν ως είσοδος στο πρόγραμμα. Αρχικά η θεωρίες ήταν τριαδικές, στη συνέχεια όμως επεκτείναμε το πρόγραμμα έτσι ώστε να βρίσκει ευσταθή επέκταση για οποιαδήποτε θεωρία, οποιουδήποτε βαθμού.

Με την έναρξη του προγράμματος ζητείται από τον χρήστη να καθορίσει το βαθμό της θεωρίας, δηλαδή αν οι σχέσεις επίθεσης είναι τριαδικές, τετραδικές, κλπ. Στη συνέχεια ζητείται από το χρήστη να καθορίσει τον αριθμό των επιχειρημάτων που θα αποτελούν τη θεωρία καθώς επίσης και τον αριθμό των επιθέσεων που θα έχει η θεωρία. Στο τέλος δίνεται στο χρήστη η δυνατότητα να δώσει μια δική του θεωρία με τα στοιχεία που έδωσε. Αν ο χρήστης επιλέξει να δώσει δική του θεωρία, τότε η θεωρία αυτή πρέπει να βρίσκεται αποθηκευμένη στο αρχείο `thewria.txt`. Αν ο χρήστης δε δώσει δική του θεωρία τότε με τα στοιχεία που δίνει για αριθμό επιχειρημάτων και αριθμό επιθέσεων δημιουργείται τυχαία μια θεωρία.

Αφού δημιουργηθεί η θεωρία (είτε τυχαία είτε από το αρχείο `thewria.txt`), μοντελοποιούμε τις δύο ιδιότητες που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 3 και δημιουργούμε το αρχείο `precosatfile.txt` το οποίο περιέχει όλους τους περιορισμούς που προκύπτουν από τις ιδιότητες που πρέπει να ισχύουν για τις ευσταθείς επεκτάσεις. Το αρχείο αυτό το παίρνει σαν είσοδο ο Precosat και μας επιστρέφει λύση αν υπάρχει.

Πιο κάτω βλέπουμε μια πιθανή εκτέλεση του προγράμματος.

Εικόνα 4.2: Πιθανή Εκτέλεση του προγράμματος

```
Dwse to vathmo twn sxesewn pou tha exei i thewria, px. 3adikes, 4adikes,...nadikes: 5
Dwse ton arithmo twn epixeirimatwn pou exei i thewria: 10
Dwse ton arithmo twn epithesewn pou exei i thewria: 6
I thewria einai 5-adikou vathmou, exei 10 epixeirimata kai 6 epitheseis

Epelexe 1 gia na dimiourgithe i thewria tixaia i 2 gia na dwseis ti thewria apo arxeio: 1

THEWRIA

1 1 1 0 1 0 1 0 0 0
0 1 1 0 0 1 1 0 1 0
0 1 1 1 0 1 0 0 0 1
0 0 1 1 0 1 0 1 0 1
1 0 0 1 1 1 0 1 0 0
1 0 1 0 1 0 1 1 0 0

VRETHIKE LISI
Ta epixeirimata pou emfanizontai me to prosimo '-' einai auta pou den anikoun sti lisi.

1 2 3 4 -5 6 7 8 -9 -10
```

Στην πιο πάνω εικόνα θέσαμε ότι η θεωρία είναι 5αδική, ο αριθμός των επιχειρημάτων είναι 10 και ο αριθμός των επιθέσεων ισούται με 6. Η θεωρία δημιουργείται τυχαία. Ο πίνακας που αναπαριστά τη θεωρία δηλώνει ότι κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει και μία σχέση επίθεσης και κάθε στήλη αντιπροσωπεύει ένα επιχείρημα. Στην πρώτη γραμμή για παράδειγμα έχουμε την τιμή 1 στα επιχειρήματα 1,2,3,5 και 7, άρα η πρώτη σχέση επίθεσης είναι η (1, 2, 3, 5, 7). Όπως εξηγήσαμε και στο κεφάλαιο 3, η σχέση αυτή δηλώνει ότι το επιχείρημα 1 δέχεται επίθεση από τα επιχειρήματα 2, 3, 5, 7, το επιχείρημα 2 δέχεται επίθεση από τα 1, 3, 5, 7 και ούτε κάθε εξής για όλα τα επιχειρήματα της σχέσης. Παίρνουμε δηλαδή ανά 4 τα επιχειρήματα και τα βάζουμε να επιτίθενται στο πέμπτο επιχείρημα που αποτελεί τη σχέση.

4.3 Υλοποίηση υπολογισμού ευσταθών επεκτάσεων όταν επιλέγουμε ποια επιχειρήματα επιτίθενται

Εδώ είχαμε να υλοποιήσουμε τον αλγόριθμο που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 3.3 όπου για κάθε σχέση μιας θεωρίας επιλέγαμε ποια επιχειρήματα επιτίθονταν σε ποια. Η θεωρία δημιουργείται όπως και πριν, είτε τυχαία είτε δίνοντάς την ο χρήστης σε αρχείο.

Τώρα όμως αυτό που αλλάζει είναι το ότι καθορίζεται τυχαία πόσα είναι τα επιχειρήματα κάθε σχέσης επίθεσης που θα επιτίθενται. Όπως εξηγήσαμε και στον αλγόριθμο στο υποκεφάλαιο 3.3, αν έχουμε μία 5αδική θεωρία, δεν σημαίνει ότι τα τέσσερα επιχειρήματα επιτίθενται στο πέμπτο. Μπορούν τα δύο να επιτίθενται στα τρία, το ένα στα τέσσερα κλπ.

Πιο κάτω βλέπουμε μια πιθανή εκτέλεση του προγράμματος.

Εικόνα 4.3: Πιθανή Εκτέλεση του προγράμματος

```
Dwse to vathmo twn sxesewn pou tha exei i thewria, px. 3adikes, 4adikes,...,n-adikes: 5
Dwse ton arithmo twn epixeirimatwn pou exei i thewria: 10
Dwse ton arithmo twn epithesewn pou exei i thewria: 14

Epelexe 1 gia na dimiourgithe i thewria tixaia i 2 gia na dwseis ti thewria apo arxeio: 1

I thewria einai 5-adikou vathmou, exei 10 epixeirimata kai 14 epitheseis.

EPITHESEIS
{ 5 2 9} --> { 3 7}
{ 8 7 1} --> { 4 2}
{ 5} --> { 8 7 6 2}
{ 8 6} --> { 5 10 3}
{ 9 1} --> { 10 7 3}
{ 4 1} --> { 5 9 6}
{ 9 7 5} --> { 6 8}
{ 9 4} --> { 6 7 1}
{ 9 6 3} --> { 4 2}
{ 6 5 8} --> { 1 10}
{ 4 7} --> { 1 2 6}
{ 7} --> { 8 3 6 9}
{ 3 10 9} --> { 1 5}
{ 7 5 8} --> { 2 9}

VRETHIKE LISI
Ta epixeirimata pou emfanizontai me to prosimo '-' einai auta pou den anikoun sti lisi.

-1 2 3 4 -5 -6 -7 8 9 10
```

Στην πιο πάνω εικόνα βλέπουμε τη θεωρία που δημιουργήθηκε τυχαία η οποία αποτελείται από 10 επιχειρήματα και 14 σχέσεις επίθεσης όπως επιλέξαμε. Κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει και μια σχέση επίθεσης, το σύνολο αριστερά του τόξου (→) επιτίθεται στο σύνολο δεξιά του τόξου. Όπως παρατηρούμε, στην πρώτη σχέση επίθεσης τα 3 επιχειρήματα επιτίθενται στα 2, στη δεύτερη σχέση τα 3 πάλι επιτίθενται στα 2, στην τρίτη το ένα επιτίθεται στα 4, κλπ. Το πόσα επιχειρήματα είναι αυτά που

επιτίθενται καθορίζεται τυχαία, γι' αυτό και δεν είναι ο ίδιος αριθμός σε όλες τις σχέσεις επίθεσης.

Ας ελέγξουμε τη λύση που μας επέστρεψε ο Precosat για να διαπιστώσουμε ότι είναι σωστή και είναι όντως μια ευσταθής επέκταση για τη θεωρία που δημιουργήθηκε. Θα ελέγξουμε τις δύο ιδιότητες που πρέπει να ισχύουν ξεχωριστά.

Ιδιότητα Απουσίας Συγκρούσεων

Για να ισχύει η ιδιότητα αυτή πρέπει να μην υπάρχει κάποια σχέση επίθεσης της οποίας όλα τα επιχειρήματα να ανήκουν στο ευσταθές σύνολο. Από τη λύση βλέπουμε ότι τα επιχειρήματα που ανήκουν στο σύνολο είναι τα $S=\{2, 3, 4, 8, 9, 10\}$ ενώ αυτά που μένουν έξω είναι τα $\{1, 5, 6, 7\}$. Όπως παρατηρούμε δεν υπάρχει κάποια σχέση επίθεσης που να αποτελείται μόνο από τα επιχειρήματα του συνόλου S . Δεν υπάρχει δηλαδή για παράδειγμα η σχέση $(2, 3, 4, 9, 10)$ ή κάποια ανάλογη σχέση με επιχειρήματα μόνο από το σύνολο S .

Ιδιότητα Συλλογικής Άμυνας

Για να ισχύει αυτή η ιδιότητα όπως αναφέραμε και σε προηγούμενα κεφάλαια πρέπει όλα τα επιχειρήματα που δεν ανήκουν στο ευσταθές σύνολο να δέχονται επίθεση από κάποια επιχειρήματα που να ανήκουν στο σύνολο. Ας το ελέγξουμε αυτό εξετάζοντας όλα τα επιχειρήματα που δεν ανήκουν στο ευσταθές σύνολο, τα επιχειρήματα δηλαδή που στη λύση έχουν το πρόσημο '-'.

Ξεκινάμε με το επιχείρημα 1 και βλέπουμε από τη θεωρία ότι το επιχείρημα 1 δέχεται επίθεση από τα $\{9, 4\}$, $\{6, 5, 8\}$, $\{4, 7\}$ και $\{3, 10, 9\}$. Αυτό το βλέπουμε από την εικόνα, από τις σχέσεις επίθεσης 8, 10, 11 και 13 αντίστοιχα. Όπως μπορούμε να δούμε από τη λύση, στο ευσταθές σύνολο ανήκουν τα επιχειρήματα $\{9, 4\}$ και $\{3, 10, 9\}$ άρα για το επιχείρημα 1 ικανοποιείται η ιδιότητα συλλογικής άμυνας.

Το επιχείρημα 5 δέχεται επίθεση από τα $\{8, 6\}$, $\{4, 1\}$ και $\{3, 10, 9\}$ άρα ικανοποιείται για αυτό η ιδιότητα αφού στο σύνολο ανήκουν τα επιχειρήματα $\{3, 10, 9\}$.

Το επιχείρημα 6 δέχεται επίθεση από τα $\{5\}$, $\{4, 1\}$, $\{9, 7, 5\}$, $\{9, 4\}$, $\{4, 7\}$ και $\{7\}$ άρα ικανοποιείται για αυτό η ιδιότητα αφού στο σύνολο ανήκουν τα επιχειρήματα $\{9, 4\}$.

Το επιχείρημα 7 δέχεται επίθεση από τα $\{5, 2, 9\}$, $\{5\}$, $\{9, 1\}$ και $\{9, 4\}$ άρα ικανοποιείται για αυτό η ιδιότητα αφού στο σύνολο ανήκουν τα επιχειρήματα $\{9, 4\}$.

Αφού ισχύουν και οι δύο ιδιότητες τότε μπορούμε να πούμε ότι όντως η λύση που επέστρεψε ο Precosat είναι σωστή και η λύση αυτή είναι μια ευσταθής επέκταση της θεωρίας που δημιουργήθηκε.

4.4 Υλοποίηση υπολογισμού των ευσταθών επεκτάσεων με επιπλέον περιορισμούς

Εδώ είχαμε να υλοποιήσουμε τον αλγόριθμο που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 3.4. Πρέπει δηλαδή να δημιουργούμε τυχαία μια θεωρία, ή να τη δίνουμε σε αρχείο, να δημιουργούμε επιπλέον τυχαία κάποιους περιορισμούς εκτός από αυτούς που προκύπτουν από τις δύο ιδιότητες και να βρίσκουμε μία ευσταθής επέκταση για τη θεωρία.

Ας δούμε όμως πως δημιουργούνται οι επιπλέον περιορισμοί. Αρχικά επιλέγουμε τυχαία κάποια επιχειρήματα από τη θεωρία μας, και δημιουργούμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που δημιουργούνται με αυτά τα επιχειρήματα, βάζοντας στα επιχειρήματα τιμές F και T. Στη συνέχεια επιλέγουμε και πάλι τυχαία κάποιους από αυτούς τους συνδυασμούς και θέτουμε ότι αυτοί είναι οι περιορισμοί μας. Δηλαδή η λύση που θα βρούμε πρέπει να ικανοποιεί τουλάχιστον ένα από τους περιορισμούς που θα επιλέξουμε.

Πιο κάτω βλέπουμε μια πιθανή εκτέλεση του προγράμματος και στη συνέχεια θα εξηγήσουμε το παράδειγμα που φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα για να δούμε πως προκύπτει η λύση.

Εικόνα 4.4: Πιθανή Εκτέλεση του προγράμματος

```
Dwse to vathmo tw n sxesewn pou tha exei i thewria, px. 3adikes, 4adikes,...,n-adikes: 5
Dwse ton arithmo tw n epixeirimatwn pou exei i thewria: 8
Dwse ton arithmo tw n epithesewn pou exei i thewria: 3

Epelexe 1 gia na dimiourgithei i thewria tixaia i 2 gia na dwseis ti thewria apo arxelo: 1

I thewria einai 5-adikou vathmou, exei 8 epixeirimata kai 3 epitheseis.

EPITHESEIS
{ 6 8 3} --> { 4 7}
{ 5 2} --> { 3 6 8}
{ 5 4} --> { 2 8 7}

Epilexthikan tixaia 3 arguments apo ta opoia tha apotelountai oi epipleon periorismoι
Ta arguments auta einai ta exis: 6 3 7

Oloi oi dinatoi sindiasmoi me ta 3 arguments einai 8. Apo autous epilexthikan oi 2 na einai peiorismoι kai einai oi exis:

table_periorismoι
6 3 -7
-6 3 7

VRETHIKE LISI
Ta epixeirimata pou emfanizontai me to prosimo '-' einai auta pou den anikoun sti lisi.

1 -2 3 4 5 6 -7 -8
```

Όπως βλέπουμε και στην εικόνα, η θεωρία αποτελείται από 8 επιχειρήματα και από 3 σχέσεις επίθεσης. Οι επιθέσεις φαίνονται στην εικόνα. Για τη δημιουργία των επιπλέον περιορισμών επιλέχθηκαν τυχαία τα επιχειρήματα {6, 3, 7}. Δίνοντας τιμές F και T στα επιχειρήματα αυτά δημιουργούνται 8 διαφορετικοί συνδυασμοί. Ας δούμε ποιοι είναι αυτοί οι συνδυασμοί.

Πίνακας 4.1: Συνδυασμοί με τα 3 επιχειρήματα

3	6	7
F	F	F
F	F	T
F	T	F
F	T	T
T	F	F
T	F	T
T	T	F
T	T	T

Από τους πιο πάνω συνδυασμούς επιλέχθηκαν τυχαία οι συνδυασμοί στις γραμμές 7 και 4 να είναι οι επιπλέον περιορισμοί. Άρα η λύση μας πρέπει να ικανοποιεί έναν από αυτούς τους περιορισμούς.

Όπως παρατηρούμε στη λύση που βρέθηκε από τον Precosat τα επιχειρήματα 3 και 6 παίρνουν τιμή T ενώ το επιχείρημα 7 παίρνει τιμή F αφού στη λύση εμφανίζεται με το πρόσημο '-'. Οι τιμές αυτές είναι ο συνδυασμός της γραμμής 7 που επιλέχθηκε να είναι περιορισμός, άρα ικανοποιείται και συνεπάγεται ότι η λύση μας είναι σωστή.

Πιο κάτω βλέπουμε μια πιθανή εκτέλεση του προγράμματος όπου η θεωρία και οι περιορισμοί που δημιουργούνται δεν μας δίνουν κάποια λύση.

Εικόνα 4.5: Πιθανή Εκτέλεση του προγράμματος

```
Dwse to vathmo tw n sxesewn pou tha exei i thewria, px. 3adikes, 4adikes,...,n-adikes: 5
Dwse ton arithmo tw n epixeirimatwn pou exei i thewria: 7
Dwse ton arithmo tw n epitheewn pou exei i thewria: 2

Epelexe 1 gia na dimiourgithei i thewria tixaia i 2 gia na dwseis ti thewria apo arxeio: 1

I thewria einai 5-adikou vathmou, exei 7 epixeirimata kai 2 epitheiseis.

EPITHESEIS
{ 2 7 3} --> { 5 1}
{ 1} --> { 5 3 2 7}

Epilexthikan tixaia 3 arguments apo ta opoia tha apotelountai oi epipleon periorismoi
Ta arguments auta einai ta exis: 6 3 7

Oloi oi dinatoi sindiasmoi me ta 3 arguments einai 8. Apo autous epilexthikan oi 3 na einai peiorismoi kai einai oi exis:

table_periorismoi
-6 3 7
6 -3 7
-6 -3 -7

NO SOLUTION
```

Όπως παρατηρούμε δεν υπάρχει λύση για τη θεωρία και τους περιορισμούς αυτούς και έτσι εμφανίζεται στην οθόνη το μήνυμα NO SOLUTION.

Κεφάλαιο 5

Πειραματική Αξιολόγηση

5.1 Πειραματική Αξιολόγηση	51
----------------------------	----

5.1 Πειραματική Αξιολόγηση

Αφού υλοποιήσαμε τους αλγορίθμους που εξηγήσαμε πιο πριν κάναμε κάποια πειράματα στον δεύτερο αλγόριθμο, ο οποίος ήταν αυτός που έβρισκε ευσταθής επέκταση σε μη συμμετρικές σχέσεις.

Πιο κάτω παρουσιάζονται κάποιοι πίνακες με τα πειράματα. Σε κάθε πίνακα κρατάμε κάποιες μεταβλητές σταθερές ενώ κάποιες άλλες μεταβάλλονται.

Πίνακας 5.1: Βαθμός σχέσεων=4, Αριθμός Επιχειρημάτων=100, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
4	100	30	0.01
4	100	60	0.20
4	100	90	0.41

Πίνακας 5.2: Βαθμός σχέσεων=6, Αριθμός Επιχειρημάτων=100, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
6	100	30	0.01
6	100	60	0.30
6	100	90	0.62

Πίνακας 5.3: Βαθμός σχέσεων=8, Αριθμός Επιχειρημάτων=100, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
8	100	30	0.01
8	100	60	0.01
8	100	90	0.26

Πίνακας 5.4: Βαθμός σχέσεων=4, Αριθμός Επιχειρημάτων=500, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
4	500	100	0.02
4	500	200	0.05
4	500	300	0.08

Πίνακας 5.5: Βαθμός σχέσεων=6, Αριθμός Επιχειρημάτων=500, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
6	500	100	0.57
6	500	200	0.74
6	500	300	0.84

Πίνακας 5.6: Βαθμός σχέσεων=8, Αριθμός Επιχειρημάτων=500, Αριθμός επιθέσεων μεταβάλλεται

Βαθμός Σχέσεων	Αριθμός Επιχειρημάτων	Αριθμός Επιθέσεων	Χρόνος Εκτέλεσης (sec)
8	500	100	0.012
8	500	200	0.025
8	500	300	0.061

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και Μελλοντικές Επεκτάσεις

6.1 Συμπεράσματα	54
6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις	54

6.1 Συμπεράσματα

Από τους πίνακες 5.1 5.2 και 5.3 παρατηρούμε ότι όταν είναι πολύ μικρός ο αριθμός των επιθέσεων είναι πολύ μικρός και ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου. Όταν για παράδειγμα ο αριθμός των επιθέσεων είναι 30 τότε ο χρόνος είναι πολύ μικρός.

Στους πίνακες 5.4 5.5 και 5.6 παρατηρούμε ότι για μεγαλύτερο αριθμό επιχειρημάτων αυξάνεται ο χρόνος εκτέλεσης όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιθέσεων. Αυτό συμβαίνει επειδή όσο αυξάνονται οι επιθέσεις, γίνεται πιο πυκνή η θεωρία, δηλαδή τα επιχειρήματα εμφανίζονται περισσότερες φορές στις σχέσεις, άρα δέχονται και περισσότερες φορές επίθεση. Γι αυτό αυξάνεται και ο χρόνος.

Κάτι άλλο που παρατηρήσαμε στην πειραματική αξιολόγηση είναι ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιθέσεων μεγαλώνουν οι ανάγκες για μνήμη.

Οι χρόνοι στα πειράματα ποικίλλουν αρκετά γιατί με ίδιο αριθμό επιχειρημάτων και αριθμό επιθέσεων μπορούν να δημιουργηθούν πάρα πολλές διαφορετικές θεωρίες ειδικά στον συγκεκριμένο αλγόριθμο όπου οι σχέσεις είναι μη συμμετρικές.

Τέλος, πρέπει να σημειώσουμε ότι ο αριθμός των επιθέσεων πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό των επιχειρημάτων, και ο αριθμός των επιχειρημάτων πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον βαθμό των σχέσεων.

6.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Υπάρχουν αρκετές επεκτάσεις που μπορούν να γίνουν σε αυτή τη διπλωματική εργασία καθώς επίσης και πολλές βελτιώσεις.

Αρχικά θα μπορούσαν να γίνουν κάποιες βελτιστοποιήσεις κάνοντας χρήση διαφορετικών δομών οι οποίες θα έκαναν καλύτερη διαχείριση μνήμης και λιγότερη σπατάλη.

Επίσης μπορεί να γίνει υλοποίηση των ίδιων αλγορίθμων οι οποίοι όμως θα υπολογίζουν κάποιες άλλες επεκτάσεις όπως για παράδειγμα την προτιμώμενη επέκταση (Preferred Semantics).

Μία επιπρόσθετη επέκταση που μπορεί να γίνει στην παρούσα διπλωματική είναι να γίνει η χρήση κάποιων άλλων Solvers και να γίνει στο τέλος μία σύγκριση μεταξύ των Solvers που θα χρησιμοποιηθούν.

Βιβλιογραφία

- [1] Douglas Walton, “Argumentation Theory: A Very Short Introduction”, University of Windsor Inform, 2009.
- [2] T.J.M. Bench-Capon, Paul E. Dunne, “Argumentation in artificial intelligence”, Department of Computer Science, University of Liverpool, Liverpool, United Kingdom, 1965.
- [3] Martin Caminada, “A Gentle Introduction to Argumentation Semantics”, University of Luxembourg, summer 2008.
- [4] Pietro Baroni and Massimiliano Giacomin, “Semantics of Abstract Argument Systems”, University of Brescia, Brescia, Italy.
- [5] Philippe Besnard and Sylvie Doutre, “Checking the acceptability of a set of arguments”, University of Paul Sabatier, France.
- [6] Sylvie Coste – Marquis and Caroline Derved and Pierre Marquis, “Constrained Argumentation Frameworks”, Universite d’ Artois, Lens, France.