

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΠΟΡΩΝ ΜΕ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ**

Μαρίνα Μιχαήλ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Επέκταση προτύπου για την ανάλυση της ζήτησης
σε συστήματα διαχείρισης πόρων με δυνατότητα αποθήκευσης**

Μαρίνα Μιχαήλ

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια
Άννα Φιλίππου

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων
απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου
Κύπρου

Μάιος 2013

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να αφιερώσω τη διπλωματική μου εργασία στην μνήμη της μητέρας μου Ελένης, που όλα αυτά τα χρόνια, στήριζε την κάθε μου επιλογή.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την καθηγήτρια μου κυρία Άννα Φιλίππου, που με εμπιστεύτηκε και μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα. Θα ήθελα επίσης να την ευχαριστήσω για τη πολύτιμη βοήθεια και τις εύστοχες παρατηρήσεις, υποδείξεις και συμβουλές της, όπου χωρίς αυτές δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί η διπλωματική μου εργασία.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τις θείες μου Αντωνία, Άντρη και Γεωργία που ήταν στο πλευρό μου όλο αυτό το διάστημα, όπου χωρίς αυτές δεν θα ήμουν σε θέση να ολοκληρώσω τις σπουδές μου.

Τέλος ευχαριστώ την φίλη και συμφοιτήτρια μου Ηλέκτρα και την ξαδέρφη μου Έλλη, για την στήριξη και εμπύχωση που μου έδιναν σε δύσκολες στιγμές.

Περίληψη

Η διπλωματική εργασία αυτή ασχολείται με την ανάπτυξη ενός προτύπου άλγεβρας διεργασιών, το οποίο μοντελοποιεί ένα σύστημα παροχής ενέργειας. Η άλγεβρα διεργασιών που προτείνουμε, EDAUS (Energy Demand Analysis Using Storage), είναι μια χρονική άλγεβρα διεργασιών και περιλαμβάνει εργασίες που αιτούνται ενέργεια, προμήθειες που προσφέρουν ενέργεια, αλλά και αποθήκες όπου είναι δυνατό να αποθηκεύεται ενέργεια η οποία δεν χρησιμοποιείται κατά την εκτέλεση ενός συστήματος.

Η EDAUS βασίζεται στις άλγεβρες διεργασιών PADS [2] και AESC [9]. Η PADS μοντελοποιεί τη ζήτηση και την προμήθεια πόρων από τις διεργασίες ενός υπολογιστικού συστήματος, ενώ η AESC επιπρόσθετα προσφέρει την δυνατότητα του καθορισμού της ποσότητας του πόρου που μπορεί να προφερθεί, αλλά και τον ορισμό της ποσότητας που αιτείται κάποια εργασία. Το στοιχείο που ξεχωρίζει την EDAUS, σε σχέση με αυτές τις δύο άλγεβρες διεργασιών, είναι ότι στο σύστημα υπάρχει και η διεργασία της αποθήκης, εκτός από την προμήθεια και τη ζήτηση. Μια αποθήκη ενός συστήματος διατυπωμένου στην EDAUS, έχει την δυνατότητα να αποθηκεύσει την ενέργεια που δεν χρησιμοποιείται σε κάθε βήμα της εκτέλεση του συστήματος, αλλά και να προμηθεύσει με ενέργεια το σύστημα όταν αυτό χρειάζεται.

Στην διπλωματική εργασία αυτή:

- Επεκτείναμε το βασικό πρότυπο της AESC, δίνοντας νέους ορισμούς στην σύνταξη και στην σημασιολογία, ώστε να υποστηρίζεται η αποθήκευση ενέργειας.
- Επίσης ορίσαμε την έννοια του χρονοπρογραμματισμού, όπου εκφράζει πότε ένα σύνολο από χορηγίες και αποθήκες μπορούν να ικανοποιήσουν ένα σύνολο από εργασίες.
- Ακόμα ορίσαμε την έννοια της υπολειπόμενης ενέργειας, $remainder(SE, T)$, που υπολογίζει την ενέργεια που δεν χρησιμοποιήθηκε για την ικανοποίηση των αιτημάτων μιας εργασίας T .
- Τέλος, αποδείξαμε ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_1 και η υπολειπόμενη τους ενέργεια μια εργασία T_2 , τότε το σύνολο αυτό μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
	1.1 Κίνητρο	1
	1.2 Βασική Ιδέα διπλωματικής εργασίας	2
	1.3 Οφέλη από την αποθήκευση ενέργειας	2
	1.4 Τρόποι αποθήκευσης ενέργειας	3
	1.5 Χρησιμότητα της EDAUS	3
	1.5 Δομή διπλωματικής εργασίας	4
Κεφάλαιο 2	Προηγούμενες Εργασίες	5
	2.1 Άλγεβρες Διεργασιών	5
	2.2 Άλγεβρα Διεργασιών PADS	7
	2.2.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες	7
	2.2.2 Σύνταξη	8
	2.2.3 Σημασιολογία	8
	2.3 Άλγεβρα Διεργασιών AESC	10
	2.3.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες	10
	2.3.2 Σύνταξη	11
	2.3.3 Σημασιολογία	11
Κεφάλαιο 3	Άλγεβρα Διεργασιών EDAUS.....	13
	2.1 Περιγραφή	13
	2.2 Δομικά στοιχεία και Έννοιες της EDAUS	14
	2.2.1 Δράσεις	15
	2.2.2 Διεργασίες	16
	2.2.3 Χρόνος	17
	2.3 Σύνταξη	18
	2.4 Σημασιολογία	19
	2.5 Σχέση προτιμήσεων	29

Κεφάλαιο 4 Χρονοπρογραμματισμός.....	36
3.1 Περιγραφή	36
3.2 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού	36
3.3 Υπολειπόμενη Ενέργεια	38
3.4 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών	59
 Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα	 64
5.1 Συμπεράσματα	64
6.2 Μελλοντικές εργασίες	66
 Βιβλιογραφία	 67

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο	1
1.2 Βασική Ιδέα διπλωματικής εργασίας	2
1.3 Οφέλη από την αποθήκευση ενέργειας	2
1.4 Τρόποι αποθήκευσης ενέργειας	3
1.5 Χρησιμότητα της EDAUS	3
1.6 Δομή διπλωματικής εργασίας	4

1.1 Κίνητρο

Στις μέρες μας, στον τομέα παραγωγής και διαχείρισης ενέργειας, υπάρχει όλο και μεγαλύτερη χρήση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας δεν πρόκειται να εξαντληθούν ποτέ, σε αντίθεση με τα αποθέματα των ορυκτών καυσίμων.

Όμως η ενέργεια που παράγεται από ανανεώσιμες πηγές είναι κυρίως ημερήσια, ωριαία και εποχιακή. Για παράδειγμα, στην ηλιακή ενέργεια όταν πέφτει ο ήλιος ή υπάρχει συννεφιά, σταματά η παραγωγή (προμήθεια) ενέργειας από την ηλιακή ακτινοβολία. Το ίδιο συμβαίνει αντίστοιχα και στην αιολική ενέργεια όταν υπάρχει άπνοια. Έτσι δημιουργείται μια ανισορροπία ανάμεσα στην προμήθεια και την παραγωγή ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές σε ώρες που σταματά η παραγωγή τους λόγω μη προβλέψιμων μετεωρολογικών δεδομένων.

Μια λύση στο πιο πάνω πρόβλημα είναι η αποθήκευση ενέργειας σε ώρες που δεν καταναλώνεται όλο το ποσό ενέργειας που παράγεται.

1.2 Βασική Ιδέα διπλωματικής εργασίας

Η βασική ιδέα αυτής της διπλωματικής εργασίας οφείλεται κυρίως στην πιο πάνω παρατήρηση, δηλαδή στο γεγονός ότι η αποθήκευση ενέργειας δίνει αρκετά οφέλη σε συστήματα παροχής ενέργειας.

Για το λόγο αυτό αποφασίσαμε να δημιουργήσουμε ένα νέο πρότυπο άλγεβρας διεργασιών, την EDAUS (Energy Demand Analysis Using Storage), η οποία βασίζεται στις άλγεβρες διεργασιών PADS [2] και AESC [9]. Η PADS μοντελοποιεί τη ζήτηση και την προμήθεια πόρων από τις διεργασίες ενός υπολογιστικού συστήματος, ενώ η AESC επιπρόσθετα προσφέρει την δυνατότητα του καθορισμού της ποσότητας του πόρου που μπορεί να προσφερθεί, αλλά και τον ορισμό της ποσότητας που αιτείται κάποια εργασία.

Το μειονέκτημα της άλγεβρας διεργασιών AESC το οποίο θελήσαμε να βελτιώσουμε είναι το γεγονός ότι η ενέργεια που δεν καταναλώνεται σε μια μονάδα χρόνου, λόγω μη ύπαρξης αναγκών, δεν χρησιμοποιείται σε μελλοντική μονάδα χρόνου αλλά χάνεται. Αντιθέτως στην EDAUS το ποσό της ενέργειας που δεν χρησιμοποιείται για την ικανοποίηση των αιτημάτων μιας μονάδας χρόνου, μπορεί να αποθηκευτεί και να χρησιμοποιηθεί σε μια μελλοντική μονάδα χρόνου όπου η παραγωγή ενέργειας δεν καλύπτει όλα τα αιτήματα ζήτησης. Πιο συγκεκριμένα μια αποθήκη ενός συστήματος διατυπωμένου στην EDAUS, έχει την δυνατότητα να αποθηκεύσει την ενέργεια που δεν χρησιμοποιήθηκε κατά την εκτέλεση του συστήματος, αλλά και να προμηθεύσει με ενέργεια το σύστημα όταν αυτό χρειάζεται.

1.3 Οφέλη από την αποθήκευση ενέργειας

Κάποια οφέλη που υπάρχουν από την χρήση αποθηκευτικών μονάδων, σε συστήματα παροχής ενέργειας, είναι:

- Λύνεται το πρόβλημα με τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, οι οποίες μερικές φορές παράγουν λιγότερη ενέργεια από αυτή που απαιτείται, ενώ κάποιες άλλες φορές

υπάρχει πλεόνασμα ενέργειας από αυτές. Αυτό οφείλετε στο γεγονός ότι οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας παρουσιάζουν διακυμάνσεις στην ποσότητα ενέργειας που παράγουν ανάλογα με τα καιρικά φαινόμενα που επικρατούν.

- Παρέχουν αξιοπιστία στα συστήματα παραγωγής ενέργειας γιατί γίνεται καλύτερη διαχείριση της παραγόμενης ενέργειας αφού περιορίζεται η πιθανότητα να μην υπάρχει η απαιτούμενη ποσότητα ενέργειας τη στιγμή που θα ζητηθεί.
- Διασφαλίζεται ότι θα υπάρχει μια εφεδρική ποσότητα ενέργειας αποθηκευμένη για έκτακτες καταστάσεις, όπως βλάβες στο σύστημα παραγωγής ενέργειας.
- Τέλος, υπάρχει η δυνατότητα σε ώρες με χαμηλή αιχμή, όπως η νύχτα, όπου η τιμή του ηλεκτρικού ρεύματος είναι χαμηλότερη, να αποθηκεύεται ηλεκτρική ενέργεια και να χρησιμοποιείται σε ώρες με μεγαλύτερη αιχμή.

1.4 Τρόποι αποθήκευσης ενέργειας

Η ηλεκτρική ενέργεια για να αποθηκευτεί πρέπει να μετατραπεί σε άλλη μορφή ενέργειας, γιατί είναι δύσκολη η αποθήκευση της στη μορφή που είναι. Έτσι πρέπει να μετατρέπετε σε κάποια άλλη μορφή που είναι εύκολο να αποθηκευτεί και στη συνέχεια, όταν πρέπει, να μετατραπεί πίσω σε ηλεκτρική.

Οι τρόποι αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας στηρίζονται στην μετατροπή της σε χημική, μαγνητική ή δυναμική ενέργεια. Ο κυριότερος τρόπος αποθήκευσης είναι οι ηλεκτρικοί συσσωρευτές (μπαταρίες), που είναι συσκευές οι οποίες αποθηκεύουν χημική ενέργεια.

1.5 Χρησιμότητα της EDAUS

Η άλγεβρα διεργασιών EDAUS, έχει ως στόχο την μοντελοποίηση συστημάτων παραγωγής και διαχείρισης ενέργειας. Όμως μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλα συστήματα που χρησιμοποιούν πόρους, όπως σε υπολογιστικά συστήματα που καταναλώνουν ενέργεια. Για παράδειγμα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε power-aware συστήματα, τα οποία διαπραγματεύονται θέματα όπως η εξοικονόμηση ενέργειας και η διαχείριση πόρων.

Μια άλγεβρα διεργασιών η οποία εφαρμόζεται σε power-aware συστήματα είναι η P^2 ACSR [5]. Στην οποία η κατανάλωση ενέργειας καθορίζεται μέσω πολλαπλών πηγών ενέργειας στις οποίες αντιστοιχεί ένα σύνολο από πόρους R και κάθε μια από αυτές μπορεί να προσφέρει ένα περιορισμένο ποσό ενέργειας για κάθε χρονική στιγμή. Αντίθετα στην άλγεβρα διεργασιών EDAUS μπορεί να προσφερθεί ενέργεια χωρίς να υπάρχει κάποιο όριο στην ποσότητα της και επίσης αν δεν χρησιμοποιηθεί όλη η ποσότητα τότε το υπόλοιπο θα αποθηκευτεί και θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάποια μελλοντική στιγμή. Έτσι γίνεται μια πιο ρεαλιστική μοντελοποίηση των συστημάτων αυτών.

1.6 Δομή διπλωματικής εργασίας

Η υπόλοιπη εργασία είναι δομημένη ως ακολούθως. Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι άλγεβρες διεργασιών PADS και AESC, στις οποίες βασίζεται η EDAUS. Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η σύνταξη και η σημασιολογία της νέας άλγεβρας διεργασιών EDAUS. Στο Κεφάλαιο 4 ορίζεται η έννοια του χρονοπρογραμματισμού και τη υπολειπόμενης ενέργειας. Τέλος στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματά μας.

Κεφάλαιο 2

Προηγούμενες Εργασίες

2.1 Άλγεβρες διεργασιών	5
2.2 Άλγεβρα Διεργασιών PADS	7
2.2.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες	7
2.2.2 Σύνταξη	8
2.2.3 Σημασιολογία	8
2.3 Άλγεβρα Διεργασιών AESC	10
2.3.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες	10
2.3.2 Σύνταξη	11
2.3.3 Σημασιολογία	11

2.1 Άλγεβρες διεργασιών

Αρχικά αξίζει να αναφέρουμε ότι οι άλγεβρες διεργασιών διατυπώνουν την συμπεριφορά ενός συστήματος μέσα σε ένα μαθηματικό πλαίσιο ως ένα σύνολο από διεργασίες οι οποίες εκτελούνται παράλληλα και χειρίζονται τα διάφορα δεδομένα του συστήματος που μοντελοποιούν.

Η πρώτη άλγεβρα διεργασιών δημιουργήθηκε από τον Robin Milner το 1973 με 1980 και ήταν η CCS (Calculus of Communicating Systems) [3]. Η άλγεβρα διεργασιών αυτή περιέγραφε την επικοινωνία μεταξύ δύο διεργασιών που έτρεχαν παράλληλα.

Οι βασικοί τελεστές, που ορίστηκαν στην CCS και χρησιμοποιούνται στις άλγεβρες διεργασιών ώστε να καθοριστεί η συμπεριφορά των συστημάτων που διατυπώνουν, είναι:

- **Ακολουθιακός τελεστής**

Δεδομένου ενός συνόλου από ενέργειες τις οποίες μπορούν να εκτελεστούν από μια διεργασία P , τότε η διεργασία αυτή μπορεί να εκτελέσει μια ενέργεια a από αυτές και να εξελιχθεί σε μια νέα διεργασία Q .

$$P = a.Q$$

Η πιο πάνω συμπεριφορά της διεργασίας P , συνήθως την αναπαριστούμε με την μορφή μετάβασης: $P \xrightarrow{a} Q$. Επίσης για να δείξουμε ότι μια διεργασία εκτελεί μία ενέργεια a και μετά τερματίζει, τότε συμβολίζουμε την διεργασία τερματισμού με 0 ή FIN ή NIL .

- **Τελεστής επιλογής**

Ο τελεστής επιλογής συμβολίζεται με $+$ και δίνει την δυνατότητα σε μία διεργασία να επιλέξει ανάμεσα σε διαφορετικές ενέργειες. Όπως για παράδειγμα η διεργασία P μπορεί να επιλέξει ανάμεσα στις εργασίες a και β , και να εξελιχθεί σε κάποια νέα διεργασία.

$$P = a.Q_1 + \beta.Q_2$$

Συχνά συμβολίζουμε την μη ντετερμινιστική αυτή επιλογή με $\sum_{i \in I} a_i.Q_i$. Για παράδειγμα το $\sum_{i \in \{1,2\}} a_i.Q_i$ μπορεί να γραφτεί ως $a_1.Q_1 + a_2.Q_2$

- **Τελεστής παράλληλης σύνθεσης**

Ο τελεστής παράλληλης σύνθεσης συμβολίζεται με $\parallel$, είναι ένας δυαδικός τελεστής και εκφράζει την ικανότητα δύο διεργασιών P και Q να εκτελέσουν παράλληλα τις ενέργειες τους. Για παράδειγμα αν $P = a.P'$ και $Q = \beta.Q'$ τότε η παράλληλη σύνθεση που προκύπτει είναι:

$$P \parallel Q \xrightarrow{a,\beta} P' \parallel Q'$$

Στην συνέχεια θα δούμε αναλυτικά τις άλγεβρες διεργασιών PADS και AESC, στις οποίες βασίζεται η άλγεβρα διεργασιών που προτείνουμε.

2.2 Άλγεβρα Διεργασιών PADS

Η άλγεβρα διεργασιών PADS (Process Algebra for Demand and Supply) είναι μια χρονική άλγεβρα διεργασιών η οποία μοντελοποιεί τη ζήτηση και την προμήθεια πόρων σε συστήματα πραγματικού χρόνου όπως ένα υπολογιστικό σύστημα. Η PADS έχει επεκταθεί με προτεραιότητες όπως φαίνεται στο άρθρο [4].

2.2.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες

Σε ένα σύστημα διατυπωμένο στη PADS υπάρχει ένα σύνολο από επαναχρησιμοποιήσιμους πόρους που συμβολίζεται με R , και τους οποίους διαχειρίζονται οι διεργασίες που το χαρακτηρίζουν. Οι διεργασίες της PADS ανήκουν σε δύο κατηγορίες:

- (1) Τις εργασίες του συστήματος, οι οποίες αιτούνται την χρήση των πόρων ώστε να μπορέσουν να ολοκληρώσουν την δουλειά τους.
- (2) Και τις προμήθειες που καθορίζουν πότε κάθε ένας από τους πόρους μπορεί να είναι διαθέσιμος να χρησιμοποιηθεί από τις εργασίες.

Ένας πόρος $r \in R$ μπορεί να ζητηθεί από μια εργασία, r , να χορηγηθεί από μια προμήθεια, $\bar{r}$, είτε να καταναλωθεί, $\tilde{r}$, όταν ζητείτε και χορηγείται την ίδια χρονική στιγμή.

Οι ενέργειες του συστήματος είναι ένα σύνολο από αιτήσεις, χορηγίες και καταναλώσεις, όπου κάθε πόρος μπορεί να εμφανίζεται μόνο μία φορά. Για παράδειγμα η ενέργεια $\{r_1, \bar{r}_2\}$ που περιέχει την ζήτηση του πόρου r_1 και την κατανάλωση του πόρου r_2 . Το σύνολο όλων των ενεργειών συμβολίζεται με Act και γράφουμε $\alpha, \beta \in Act$ για στοιχεία του συνόλου. Επίσης υπάρχουν δύο ιδιικές κατηγορίες ενεργειών, οι οποίες είναι το Act_R , που είναι το σύνολο όλων δράσεων που περιέχουν μόνο αιτήσεις και το Act_G , που είναι το σύνολο όλων των δράσεων που περιέχουν μόνο χορηγήσεις. Συμβολίζουμε με ρ τα στοιχεία του Act_R και με γ τα στοιχεία του Act_G .

Επίσης στην PADS, ο χρόνος είναι διακριτός και όλες οι ενέργειες απαιτούν μια μονάδα χρόνου για την ολοκλήρωσή τους. Η ενέργεια $\emptyset$ συμβολίζει την αδράνεια μιας μονάδας χρόνου στην οποία δεν υπάρχουν αιτήσεις πόρων.

2.2.2 Σύνταξη

Στην γραμματική της PADS καθορίζεται το σύνολο των εργασιών T , το σύνολο των προμηθειών S και το σύνολο των συστημάτων P .

$$\begin{aligned} T &::= \text{FIN} \mid \sum_{i \in I} \rho_i : T_i \mid C \\ S &::= \text{FIN} \mid \sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \mid D \\ P &::= \text{FIN} \mid T \mid S \mid P \parallel P \mid \sum_{j \in J} \alpha_j : P_j \end{aligned}$$

Πίνακας 2.1 Σύνταξη Άλγεβρας Διεργασιών PADS [2]

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε FIN , είτε μια σταθερά εργασίας C , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου εργασιών $\sum_{i \in I} \rho_i : T_i$. Οι προμήθειες είναι ορισμένες με παρόμοιο τρόπο αφού κάθε μια από αυτές μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας D , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου προμηθειών $\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i$.

Η διεργασία FIL αποτελεί μια διεργασία η οποία έχει τερματίσει την εκτέλεση της και δεν εκτελεί άλλες δράσεις.

Τέλος, ένα σύστημα P θα μπορούσε να είναι είτε FIN , είτε μια εργασία, είτε μια προμήθεια, είτε μια παράλληλη σύνθεση συστημάτων ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου από συστήματα.

2.2.3 Σημασιολογία

Στην σημασιολογία της PADS, αρχικά ορίζονται οι δυνατές λειτουργίες του συστήματος και η σχέση μεταβάσεων $\Rightarrow$. Στην συνέχεια ορίζεται η σχέση προτιμήσεων βάση της οποίας η σχέση μεταβάσεων μετατρέπεται στην σχέση μεταβάσεων με προτίμηση $\rightarrow$, ώστε να επιλυθεί ο μη ντετερμινισμός που υπάρχει.

Στον Πίνακα 2.2 φαίνονται οι κανόνες μετάβασης της PADS. Το αξίωμα Idle δηλώνει ότι μια διεργασία FIN επιτρέπει στον χρόνο να περνά χωρίς την εκτέλεση κάποιας δράσης. Στους κανόνες SumT, SumS και SumP γίνεται η εκτέλεση των δράσεων ρ_i , γ_i και α_j αντίστοιχα, προχωρούμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπουν οι διεργασίες. Ο κανόνας μεταβάσεων Const δηλώνει ότι μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως την διεργασία στην οποία είναι ορισμένη. Τέλος ο κανόνας Par της παράλληλης σύνθεσης, ο οποίος μπορεί να εκτελεί παράλληλα τις δράσεις δύο συστημάτων. Όμως για να εκτελεστεί η παράλληλη σύνθεση πρέπει να ισχύει η μερική συνθήκη:

$$\text{compatible}(\alpha_1, \alpha_2) = \bigwedge_{r \in \text{res}(\alpha_1) \cap \text{res}(\alpha_2)} (r \in \alpha_1 \wedge \bar{r} \in \alpha_2) \vee (r \in \alpha_2 \wedge \bar{r} \in \alpha_1)$$

Όπου δηλώνει ότι τα α_1 και α_2 είναι συμβατά αν η μια ενέργεια περιέχει τη ζήτηση κάποιου πόρου r και η άλλη την χορηγία του πόρου αυτού.

Το $\alpha_1 \oplus \alpha_2$ είναι το σύνολο των ενεργειών που μπορούν να προκύψουν κατά την παράλληλη σύνθεση, και ορίζεται ως ακολούθως:

$$\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \{r \in \alpha_1, \alpha_2 \mid \bar{r} \notin \alpha_1 \cup \alpha_2\} \cup \{\bar{r} \in \alpha_1, \alpha_2 \mid r \notin \alpha_1 \cup \alpha_2\} \\ \cup \{\vec{r} \mid r \in \alpha_i, \bar{r} \in \alpha_{(i+1) \bmod 2}, i \in \{1, 2\}\} \cup \{\vec{r} \mid \vec{r} \in \alpha_1 \cup \alpha_2\}$$

(Idle)	$\text{FIN} \xrightarrow{\emptyset} \text{FIN}$	
(SumT)	$\sum_{i \in I} \rho_i : T_i \xrightarrow{\rho_i} T_i$	$I \neq \emptyset$
(SumS)	$\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \xrightarrow{\gamma_i} S_i$	$I \neq \emptyset$
(Const)	$\frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{C \xrightarrow{\alpha} P'} \quad C \stackrel{\text{def}}{=} P$	
(Par)	$\frac{P_1 \xrightarrow{\alpha_1} P'_1 \quad P_2 \xrightarrow{\alpha_2} P'_2}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{\alpha_1 \oplus \alpha_2} P'_1 \parallel P'_2}$	$\text{compatible}(\alpha_1, \alpha_2)$
(SumP)	$\sum_{j \in J} \alpha_j : P_j \xrightarrow{\alpha_j} P_j$	$J \neq \emptyset$

Πίνακας 2.2 Κανόνες μετάβασης PADS [2]

2.3 Άλγεβρα Διεργασιών AESC

Η άλγεβρα διεργασιών AESC (Algebra for Energy Supply and Consumption) είναι μια χρονική άλγεβρα διεργασιών η οποία μοντελοποιεί συστήματα παραγωγής και διανομής ενέργειας. Η AESC, βασίζεται στην άλγεβρα διεργασιών PADS και προσφέρει την δυνατότητα του καθορισμού της ποσότητας του πόρου που μπορεί να προφερθεί, αλλά και τον ορισμό της ποσότητας που αιτείται κάποια εργασία.

2.3.1 Δομικά στοιχεία και Έννοιες

Σε ένα σύστημα διατυπωμένο στη AESC υπάρχει ένα σύνολο από πόρους που συμβολίζεται με R , και τους οποίους διαχειρίζονται οι διεργασίες που το χαρακτηρίζουν. Ένας πόρος $r \in R$ μπορεί να ζητείται από μια εργασία, r , να χορηγείται από μια προμήθεια, $\bar{r}$, είτε να καταναλώνεται, $\tilde{r}$, όταν ζητείτε και χορηγείται την ίδια χρονική στιγμή.

Οι διεργασίες της AESC ανήκουν σε δύο κατηγορίες:

- (1) Τις εργασίες του συστήματος, οι οποίες αντιπροσωπεύουν τις διάφορες μονάδες που ζητούν ενέργεια και χαρακτηρίζονται από εργασίες ζήτησης που έχουν τη μορφή (r, e, pr) , όπου r είναι ο πόρος από τον οποίο ζητείται e ποσότητα ενέργειας με προτεραιότητα pr .
- (2) Και τις προμήθειες που καθορίζουν πότε για κάθε χρονική στιγμή ποιοι πόροι είναι διαθέσιμοι και χαρακτηρίζονται από εργασίες χορηγίας που έχουν τη μορφή $(\bar{r}, c)$, όπου r είναι ο πόρος που προσφέρει c ποσότητα ενέργειας.

Οι δράσεις του συστήματος είναι ένα πολυσύνολο από αιτήσεις, χορηγίες και καταναλώσεις, Για παράδειγμα η δράση $\{(r_1, 5, 1), (\tilde{r}_2, 3, 1)\}$, περιέχει την ζήτηση 5 μονάδες ενέργειας του πόρου r_1 με προτεραιότητα 1 και την κατανάλωση 3 μονάδων ενέργειας του πόρου r_2 .

Στην AESC, οι αιτήσεις και οι καταναλώσεις των πόρων συνοδεύονται από μία προτεραιότητα. Ο ορισμός αυτός είναι πολύ σημαντικός αφού και στην πραγματική ζωή κάποιες μονάδες που ζητούν ενέργεια επείγουν να εξυπηρετηθούν πιο γρήγορα από κάποιες άλλες όταν η παράλληλη εξυπηρέτησή τους δεν είναι εφικτή [9].

Επίσης στην AESC, ο χρόνος είναι διακριτός και όλες οι ενέργειες απαιτούν μια μονάδα χρόνου για την ολοκλήρωσή τους.

2.3.2 Σύνταξη

Στην γραμματική της AESC καθορίζεται το σύνολο των εργασιών T , το σύνολο των προμηθειών S και το σύνολο των συστημάτων P .

$$\begin{aligned} T &::= NIL \mid \sum_{i \in I} a_i : T_i \mid C \\ S &::= NIL \mid \sum_{i \in I} \beta_i : S_i \mid D \\ P &::= T \mid S \mid P \parallel P \end{aligned}$$

Πίνακας 2.3 Σύνταξη Άλγεβρας Διεργασιών AESC

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας C , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου εργασιών $\sum_{i \in I} \rho_i : T_i$. Οι προμήθειες είναι ορισμένες με παρόμοιο τρόπο αφού κάθε μια από αυτές μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας D , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου προμηθειών $\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i$.

Η διεργασία NIL αποτελεί μια διεργασία η οποία έχει τερματίσει την εκτέλεση της και δεν εκτελεί άλλες δράσεις.

Τέλος, ένα σύστημα P θα μπορούσε να είναι είτε μια εργασία, είτε μια προμήθεια, είτε μια παράλληλη σύνθεση συστημάτων.

2.2.3 Σημασιολογία

Στην σημασιολογία της AESC, αρχικά ορίζονται οι δυνατές λειτουργίες του συστήματος και η σχέση μεταβάσεων $\mapsto$. Στην συνέχεια ορίζεται η σχέση προτεραιότητας βάση της οποίας η σχέση μεταβάσεων μετατρέπεται στην σχέση μεταβάσεων με προτεραιότητα $\rightarrow$, ώστε να επιλυθεί ο μη ντετερμινισμός που υπάρχει.

Στον Πίνακα 2.2 φαίνονται οι κανόνες μετάβασης της AESC. Το αξίωμα Idle δηλώνει ότι μια διεργασία NIL επιτρέπει στον χρόνο να περνά χωρίς την εκτέλεση κάποιας δράσης. Στους κανόνες SumT και SumS γίνεται η εκτέλεση των δράσεων α_i και β_j αντίστοιχα, προχωρούμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπουν οι διεργασίες. Οι κανόνες ConT και ConS δηλώνουν ότι μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως την διεργασία στην οποία είναι ορισμένη. Τέλος ο κανόνας Par της παράλληλης σύνθεσης, ο οποίος μπορεί να εκτελεί παράλληλα τις δράσεις δύο συστημάτων και $\alpha_1 \circ \alpha_2$ είναι το σύνολο όλων των δυνατών που μπορεί να προκύψουν.

Όπου $\alpha \in \alpha_1 \circ \alpha_2$ αν και μόνο αν:

$$\begin{aligned} a = & \{(r, e, pr) \in a_i \mid \neg \exists (\bar{r}, c) \in a_{3-i}\} \cup \{(\bar{r}, c) \in a_i \mid \neg \exists (r, e, pr) \in a_{3-i}\} \\ & \cup \{(\vec{r}, e_1, pr_1), \dots, (\vec{r}, e_n, pr_n) \mid \{(r, e_1, pr_1), \dots, (r, e_n, pr_n)\} = act_r(a_i), (\bar{r}, c) \in a_{3-i}, \\ & c = e_1 + \dots + e_n\} \cup \{(\vec{r}, e_1, pr_1), \dots, (\vec{r}, e_n, pr_n), (\bar{r}, e) \mid \{(r, e_1, pr_1), \dots, (r, e_n, pr_n)\} = act_r(a_i), \\ & (\bar{r}, c) \in a_{3-i}, c = e_1 + \dots + e\} \cup \{(\vec{r}, e_1, pr_1), \dots, (\vec{r}, e_n, pr_n), (r, f_n, pr_n), (r, e_{n+1}, pr_{n+1}), \dots, \\ & (r, e_m, pr_m) \mid \{(r, e_1, pr_1), \dots, (r, e_n + f_n, pr_n), (r, e_{n+1}, pr_{n+1}), \dots, (r, e_m, pr_m)\} = act_r(a_i), \\ & (\bar{r}, c) \in a_{3-i}, c = e_1 + \dots + e\} \end{aligned}$$

Idle	$NIL \xrightarrow{\emptyset} NIL$
SumT	$\sum_{i \in I} \alpha_i : T_i \xrightarrow{\alpha_i} T_i \quad i \in I$
SumS	$\sum_{j \in J} \beta_j : S_j \xrightarrow{\beta_j} S_j \quad j \in J$
ConT	$\frac{T \xrightarrow{a} T'}{C \xrightarrow{a} T'} \quad C \stackrel{def}{=} T$
ConS	$\frac{S \xrightarrow{\beta} S'}{D \xrightarrow{\beta} S'} \quad D \stackrel{def}{=} S$
Par	$\frac{P_1 \xrightarrow{\alpha_1} P_1', P_2 \xrightarrow{\alpha_2} P_2'}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{a} P_1' \parallel P_2'} \quad a \in \alpha_1 \circ \alpha_2$

Πίνακας 2.4 Κανόνες μετάβασης AESC

Κεφάλαιο 3

Άλγεβρα Διεργασιών EDAUS

3.1 Περιγραφή	13
3.2 Δομικά στοιχεία και Έννοιες της EDAUS	14
3.2.1 Δράσεις	15
3.2.2 Διεργασίες	16
3.2.3 Χρόνος	17
3.3 Σύνταξη	18
3.4 Σημασιολογία	19
3.5 Σχέση προτιμήσεων	29

3.1 Περιγραφή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η περιγραφή της άλγεβρας διεργασιών EDAUS (Energy Demand Analysis Using Storage) η οποία αποτελεί μια γλώσσα για μοντελοποίηση συστημάτων παροχής ενέργειας. Τα συστήματα αυτά περιλαμβάνουν εργασίες που αιτούνται ενέργεια, προμήθειες που προσφέρουν ενέργεια, αλλά και αποθήκες όπου είναι δυνατό να αποθηκεύεται ενέργεια η οποία δεν χρησιμοποιείται κατά την εκτέλεση ενός συστήματος. Στόχος είναι να ορισθεί κατά πόσο ένα σύστημα διατυπωμένο στην EDAUS θα μπορεί να χρονοπρογραμματίσει/ικανοποιήσει τα διάφορα αιτήματα που υπάρχουν μέσω των προμηθειών και των αποθηκεύσεων που υπάρχουν σε αυτό.

Η έννοια του χρονοπρογραμματισμού θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο, αλλά αξίζει να αναφέρουμε ότι ο χρονοπρογραμματισμός είναι μια σχέση που συμβολίζεται με $\models$ και εκφράζει πότε ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες ικανοποιεί ένα σύνολο από αιτήματα.

3.2 Δομικά Στοιχεία και Έννοιες της EDAUS

Η άλγεβρα διεργασιών που προτείνουμε βασίζεται σε ένα σύνολο από πόρους R . Οι πόροι αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν με τέσσερις τρόπους μέσα σε ένα σύστημα, ως αντικείμενο προσφοράς αίτησης, κατανάλωσης ή αποθήκευσης. Γράφουμε $r_i \in R$ για τους πόρους και χρησιμοποιούμε τους συμβολισμούς:

r_i : ζήτηση ενέργειας από τον πόρο r_i

$\overline{r_i}$: προμήθεια ενέργειας από τον πόρο r_i

$\tilde{r_i}$: ζήτηση αποθήκευσης από τον πόρο r_i

$\vec{r_i}$: κατανάλωση ενέργειας από τον πόρο r_i

$\tilde{r_i}$: αποθήκευση ενέργειας από τον πόρο r_i

Πιο συγκεκριμένα, στην EDAUS υπάρχουν πέντε είδη ενεργειών που βασίζονται στους τρόπους που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας πόρος. Οι ενέργειες αυτές είναι:

- **Αίτηση ενέργειας**

Η αίτηση ενέργειας είναι η ζήτηση για την χρήση κάποιου ποσού ενέργειας ενός πόρου του συστήματος. Μια αίτηση ενέργειας έχει την μορφή (r, e) , όπου r είναι ο πόρος στον οποίο αναφέρεται το αίτημα και e είναι το ποσό της ενέργειας το οποίο αιτείται.

- **Χορηγία ενέργειας**

Η χορηγία ενέργειας είναι η προσφορά ενέργειας που γίνεται στο σύστημα από κάποιο πόρο. Μια χορηγία έχει την μορφή $(\overline{r}, c)$, όπου r είναι ο πόρος που προσφέρει ενέργεια στο σύστημα και c είναι η ποσότητα της ενέργειας αυτής.

- **Ζήτηση αποθήκευσης**

Η ζήτηση αποθήκευσης είναι η ζήτηση μιας ποσότητας ενέργειας από την αποθήκη ώστε να την αποθηκεύσει. Μια ζήτηση αποθήκης έχει την μορφή $(\tilde{r}, u)$, όπου r είναι ο πόρος στον οποίο αναφέρεται η ζήτηση και u είναι το ποσό της ενέργειας.

- **Κατανάλωση ενέργειας**

Μία κατανάλωση ενέργειας αποτελεί την χρήση της προσφερόμενης ενέργειας του πόρου για τον οποίο υπήρξε ζήτηση. Μια κατανάλωση έχει την μορφή $(\vec{r}, c)$, όπου r είναι ο πόρος από τον οποίο καταναλώνεται c ποσό ενέργειας. Για να προκύψει μια κατανάλωση ενέργειας πρέπει να υπάρχουν ταυτόχρονα στο σύστημα μια αίτηση ενέργειας μαζί με μια χορηγία.

- **Αποθήκευση ενέργειας**

Μια αποθήκευση αποτελεί την φύλαξη του ποσού ενέργειας που δεν χρησιμοποιήθηκε στο σύστημα. Μια αποθήκευση έχει την μορφή $(\vec{r}, u)$, όπου r είναι ο πόρος για τον οποίο αποθηκεύεται το u ποσό ενέργειας. Για να προκύψει μια αποθήκευση ενέργειας πρέπει να υπάρχουν ταυτόχρονα στο σύστημα μια ζήτηση αποθήκευσης μαζί με μια χορηγία.

3.2.1 Δράσεις

Μια δράση είναι ένα πολυσύνολο στο οποίο υπάρχουν διάφορες ενέργειες (αιτήσεις, χορηγίες, ζητήσεις αποθηκεύσεων, αποθηκεύσεις και καταναλώσεις). Με Act ορίζουμε το σύνολο όλων των δυνατών ενεργειών του συστήματος και γράφουμε $a, b \in Act$ για στοιχεία του συνόλου. Επίσης, ορίζουμε και δύο ειδικές κατηγορίες δράσεων, οι οποίες είναι το Act_R , που είναι το σύνολο όλων δράσεων που περιέχουν μόνο αιτήσεις ενέργειας και το Act_G , που είναι το σύνολο όλων των δράσεων που περιέχουν μόνο χορηγήσεις ενέργειας. Συμβολίζουμε με ρ τα στοιχεία του Act_R και με γ τα στοιχεία του Act_G ,

Όμως υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί στην εμφάνιση των διάφορων ενεργειών στις δράσεις.

Οι περιορισμοί αυτοί είναι:

- Κάθε συγκεκριμένη μορφή ενός πόρου $(r, \vec{r}, \tilde{r}, \vec{r}, \tilde{r})$ μπορεί να εμφανιστεί ≤ 1 φορές σε μια δράση. Δηλαδή, για παράδειγμα, δεν θα μπορούσαν να υπάρξουν δύο καταναλώσεις του ίδιου πόρου σε μια δράση, αλλά θα μπορούσε να υπάρχει ένα αίτημα και μια κατανάλωση του ίδιου πόρου.

- Σε μια δράση, δεν μπορεί να υπάρχει ένα αίτημα ενέργειας μαζί με μια προμήθεια του ιδίου πόρου, γιατί τότε θα μπορούσε να καταναλωθεί η απαιτούμενη ενέργεια από τον πόρο ώστε να ικανοποιηθεί το αίτημα.

Τώρα ας δούμε μερικά παραδείγματα δράσεων:

- $\{(r_1, 10), (\overleftarrow{r_1}, 20), (\overline{r_2}, 30)\}$

Στην πιο πάνω δράση υπάρχει μια αίτηση για 10 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r_1 και μια κατανάλωση 20 μονάδων ενέργειας από τον πόρο r_1 . Επίσης υπάρχει και μια χορηγία 30 μονάδων ενέργειας από τον πόρο r_2 .

- $\{(\overleftarrow{r_1}, 20), (\overrightarrow{r_2}, 10), (\widetilde{r_1}, 10)\}$

Στην πιο πάνω δράση υπάρχουν οι καταναλώσεις 20 και 10 μονάδων ενέργειας από τους πόρους r_1 και r_2 αντίστοιχα, καθώς επίσης και η αποθήκευση 10 μονάδων ενέργειας από τον πόρο r_1 .

- $\{(r_1, 20), (r_2, 10)\}$

Αυτή είναι μια δράση της μορφής ρ η οποία ανήκει στο σύνολο Act_R και περιέχει μια αίτηση ενέργειας 20 μονάδων για τον πόρο r_1 και μια αίτηση ενέργειας 10 μονάδων για τον πόρο r_2 .

3.2.2 Διεργασίες

Ένα σύστημα διατυπωμένο στην EDAUS αποτελείται από ένα σύνολο διεργασιών. Οι διεργασίες χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: τις εργασίες, τις προμήθειες και τις αποθήκες. Πιο κάτω αναλύονται οι κατηγορίες όλων των διεργασιών.

- **Εργασίες**

Οι εργασίες είναι οι μονάδες που ζητούν ενέργεια από το σύστημα. Συμβολίζονται με T_i (όπου $i \in \mathbb{N}$) και έχουν την δυνατότητα να εκτελούν δράσεις από το σύνολο Act_R , που περιέχουν αιτήσεις πόρων.

- **Προμήθειες**

Οι προμήθειες είναι οι μονάδες που προσφέρουν ενέργεια στο σύστημα, συμβολίζονται με S_i (όπου $i \in \mathbb{N}$) και έχουν την δυνατότητα να εκτελέσουν δράσεις από το σύνολο το Act_G που περιέχουν χορηγίες ενέργειας.

- **Αποθήκες**

Οι αποθήκες είναι μονάδες στις οποίες μπορεί να γίνει αποθήκευση ενέργειας. Θεωρούμε ότι μπορεί να υπάρξει μόνο μια αποθήκη για κάθε πόρο, ενώ κάθε αποθήκη χαρακτηρίζεται από μια χωρητικότητα η οποία αποτελεί την μέγιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να αποθηκευτεί για τον πόρο. Οι αποθήκες συμβολίζονται με $E(r_i, v_i, max_i)$ (όπου $i \in \mathbb{N}$) και κάθε μια από αυτές ορίζεται βάσει των δράσεων που μπορεί να εκτελέσει. Πιο συγκεκριμένα οι αποθήκες μπορούν να εκτελέσουν δύο είδη δράσεων. Πρώτα από όλα μια αποθήκευση μπορεί να συμπεριφερθεί σαν μια δράση προμήθειας, προσφέροντας έτσι την αποθηκευμένη ενέργειά της στις εργασίες που αιτούνται ενέργεια. Επίσης μπορεί να συμπεριφερθεί σαν μια δράση ζήτησης αποθήκευσης, ώστε να ζητήσει κάποια ποσότητα ενέργειας προς αποθήκευση. Αν υπάρχει υπολειπόμενη ενέργεια από την ικανοποίηση των αιτημάτων σε συνδυασμό με τη ζήτηση αποθήκευσης, τότε θα εμφανιστεί μια δράση αποθήκευσης η οποία θα αυξήσει την ποσότητα της αποθηκευμένης ενέργειας.

3.2.3 Χρόνος

Ο χρόνος στο σύστημά μας θα είναι διακριτός, δηλαδή θα μετριέται μέσω διακριτών τιμών και θα αυξάνεται μέσω διακριτών βημάτων [6]. Ακόμα ένα χαρακτηριστικό του διακριτού χρόνου, που είναι πολύ βοηθητικό στην περίπτωση του συστήματός μας, είναι ότι τα γεγονότα μπορούν να συμβούν μόνο σε ακέραιες χρονικές στιγμές, δηλαδή οι εργασίες θα μπορούν να εμφανίζονται στο σύστημα μόνο σε αυτές τις χρονικές στιγμές. Επίσης κάθε δράση θα παίρνει μια μονάδα χρόνου και για να εκφράσουμε δράσεις οι οποίες έχουν μεγαλύτερη διάρκεια από μια μονάδα χρόνου τότε επαναλαμβάνουμε την ίδια δράση όσες φορές είναι και η διάρκεια που θέλουμε να ορίσουμε [9].

3.3 Σύνταξη

Στην γραμματική της EDAUS καθορίζουμε το σύνολο των εργασιών T , το σύνολο των προμηθειών S , το σύνολο των αποθηκεύσεων E , καθώς και το σύνολο των συστημάτων P .

$$\begin{aligned}
 T &:= NIL \mid \sum_{i \in I} \rho_i : T_i \mid A \\
 S &:= NIL \mid \sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \mid B \\
 E &:= E(r, u, max) \\
 P &:= T \mid S \mid E \mid (P \parallel P)
 \end{aligned}$$

Πίνακας 3.1 Σύνταξη Άλγεβρας Διεργασιών

Το σύμβολο A προέρχεται από ένα σύνολο σταθερών οι οποίες χρησιμοποιούνται για να ορίσουν εργασίες. Κάθε σταθερά A , συνοδεύεται από ένα ορισμό της μορφής $A \stackrel{\text{def}}{=} T$, όπου η εργασία T μπορεί να περιέχει εμφανίσεις της A . [9] Παρόμοια ορίζεται το B για τις προμήθειες.

Μια εργασία T μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας A , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ανάμεσα σε ένα σύνολο εργασιών $\rho_i : T_i$, όπου i τιμές από ένα σύνολο δεικτών I [9]. Η διεργασία NIL αποτελεί μια διεργασία η οποία έχει τερματίσει την εκτέλεση της και δεν εκτελεί άλλες δράσεις.

Για ευκολία, συχνά συμβολίζουμε μια μη ντετερμινιστική επιλογή $\sum_{i \in I} \rho_i : T_i$ χρησιμοποιώντας τον τελεστή '+'. Για παράδειγμα το $\sum_{i \in \{1,2,3\}} \rho_i : T_i$ μπορεί να γραφτεί ως $\rho_1 : T_1 + \rho_2 : T_2 + \rho_3 : T_3$. Έτσι, η διεργασία $\sum_{i \in \{1,2,3\}} \rho_i : T_i$ επιλέγει ντετερμινιστικά μια από τις δράσεις ρ_i και αφού την εκτελέσει κατά την πρώτη μονάδα χρόνου, στην συνέχεια μεταφέρεται στην κατάσταση T_i και συμπεριφέρεται σαν αυτή.

Οι προμήθειες είναι ορισμένες με παρόμοιο τρόπο αφού μια από αυτές μπορεί να είναι είτε NIL , είτε μια σταθερά εργασίας B , ή μια μη ντετερμινιστική επιλογή ενός συνόλου προμηθειών $\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i$.

Μια αποθήκη έχει τη μορφή $E(r, u, max)$, όπου r είναι ο πόρος στον οποίο αντιστοιχεί η αποθήκη, u είναι η ποσότητα της ήδη αποθηκευμένης ενέργειας και max είναι η μέγιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να αποθηκευτεί στην αποθήκη για τον συγκεκριμένο πόρο.

Τέλος γράφουμε P για συστήματα διατυπωμένα στην EDAUS. Ένα σύστημα θα μπορούσε να είναι είτε μια εργασία, είτε μια προμήθεια, είτε μια αποθήκευση, ή μια παράλληλη σύνθεση συνδυασμών των πιο πάνω συνιστωσών. Στην παράλληλη σύνθεση συστημάτων, τα συστήματα τρέχουν παράλληλα και συγχρονίζονται κατά την εκτέλεση των δράσεων τους.

Σημειώνουμε ότι ο ορισμός επιτρέπει σε ένα σύστημα να αποτελεί την παράλληλη σύνθεση όχι μόνο δύο διεργασιών αλλά και περισσότερων. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να έχουμε την παράλληλη σύνθεση του συστήματος $[(T||S)||E(r1, v, max1)]||E(r2, u, max2)$. Ο μόνος περιορισμός που υπάρχει είναι ότι σε μια παράλληλη εκτέλεση μπορεί να υπάρξει μόνο μια αποθήκευση ενός συγκεκριμένου πόρου, δηλαδή δεν μπορεί να υπάρξει παράλληλη εκτέλεση δύο αποθηκεύσεων που αναφέρονται στον ίδιο πόρο.

3.4 Σημασιολογία

Για τη σημασιολογία της EDAUS αρχικά θα ορίσουμε την σχέση μεταβάσεων $\mapsto$, η οποία επιλύει τον μη ντετερμινισμό που μπορεί να υπάρξει με όλους τους δυνατούς τρόπους [2]. Στην συνέχεια θα μετατρέψουμε τη σχέση μεταβάσεων $\mapsto$, σε σχέση μεταβάσεων με προτίμηση $\rightarrow$. Η σχέση αυτή θα μας δώσει την επιθυμητή συμπεριφορά στο σύστημα μας, αφού θα επιλύσει τον μη ντετερμινισμό επιλέγοντας την καλύτερη δυνατή μετάβαση.

Η σχέση μεταβάσεων $\mapsto$ ορίζεται αναδρομικά ως ένα σύνολο από κανόνες της μορφής:

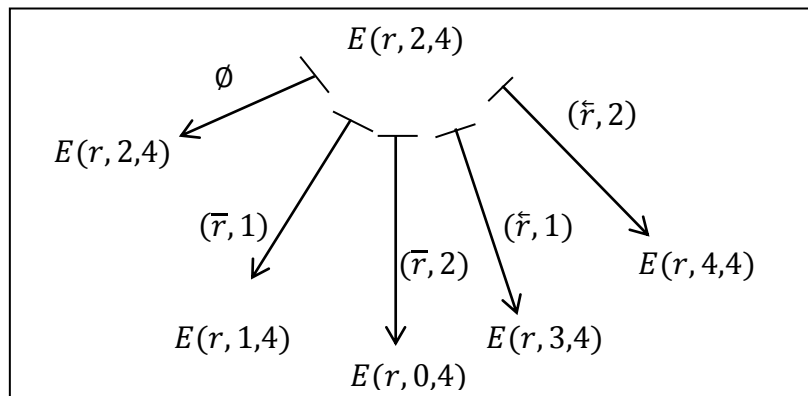
$$\frac{\text{συνθήκες μεταβάσεων}}{\text{συμπέρασμα}} \text{ επιμέρους συνθήκες}$$

Ένας τέτοιος κανόνας δηλώνει: Αν ισχύει η συνθήκη μεταβάσεων και η επιμέρους συνθήκη (αν υπάρχει) τότε ισχύει το συμπέρασμα. Αν ένας κανόνας δεν περιέχει συνθήκη θεωρείται αξίωμα. Επίσης σε κάθε εκτέλεση κάποιας δράσης ο χρόνος μεταβάλλεται κατά μια μονάδα χρόνου και έτσι συμπεραίνουμε ότι κατά την διάρκεια κάθε μονάδας χρόνου γίνεται η εκτέλεση μιας δράσης.

Στον Πίνακα 3.2 φαίνονται οι κανόνες μεταβάσεων για τις εργασίες, τις προμήθειες, τις αποθήκες και τα συστήματα, που απαρτίζουν την σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών.

- Η διεργασία NIL επιτρέπει στον χρόνο να περνά χωρίς την εκτέλεση κάποιας δράσης και αυτό φαίνεται από το αξίωμα Idle.
- Στους κανόνες SumT και SumS παρατηρούμε ότι μετά την εκτέλεση των δράσεων a_i και β_i , αντίστοιχα, προχωρούμε στην επόμενη κατάσταση που προβλέπουν οι διεργασίες. Επίσης για αυτούς τους δύο κανόνες μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υπάρχει μη ντετερμινισμός αφού σε αυτούς υπάρχει ένα σύνολο από δράσεις που θα μπορούσαν να εκτελεστούν και σύμφωνα με τους κανόνες υπάρχει δυνατότητα εκτέλεσης κάθε μιας από αυτές.
- Από τους κανόνες μεταβάσεων ConT και ConS, συμπεραίνουμε ότι μια σταθερά συμπεριφέρεται όπως την διεργασία στην οποία είναι ορισμένη.
- Επίσης υπάρχουν τρεις κανόνες μεταβάσεων για μια αποθήκη (SumE₁, SumE₂ και SumE₃). Ο κανόνας SumE₁ δηλώνει ότι η αποθήκη μπορεί να παραμείνει αδρανής. Ο κανόνας SumE₂ δηλώνει ότι η αποθήκη μπορεί να εκτελέσει μια δράση προμήθειας $(\bar{r}, u)$, ενώ ο κανόνας SumE₃ ότι μπορεί εκτελέσει μια δράση ζήτησης αποθήκευσης $(\tilde{r}, u)$.

Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι υπάρχει η αποθήκευση $E(r, 2, 4)$, η οποία αφορά τον πόρο r , έχει αποθηκευμένη ενέργεια 2 μονάδων και η μέγιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να αποθηκεύσει είναι 4 μονάδες. Όπως μπορούμε να δούμε από το Σχήμα 3.1 που βρίσκεται πιο κάτω, η αποθήκευση αυτή μπορεί είτε να παραμείνει αδρανής, είτε να εκτελέσει δράση προμήθειας μίας $\{(\bar{r}, 1)\}$ ή δύο $\{(\bar{r}, 2)\}$ μονάδων ενέργειας, ή ακόμα και σας δράση ζήτησης αποθήκευσης μίας $\{(\tilde{r}, 1)\}$ ή δύο $\{(\tilde{r}, 2)\}$ μονάδων ενέργειας αντίστοιχα.



Σχήμα 3.1

- Τέλος στον Πίνακα 3.2 μπορούμε να παρατηρήσουμε τον κανόνα Par της παράλληλης σύνθεσης. Ο τελεστής παράλληλης σύνθεσης είναι ένας δυαδικός τελεστής ο οποίος μπορεί να εκτελεί παράλληλα τις δράσεις δύο συστημάτων. Το α είναι το σύνολο των ενεργειών που μπορούν να προκύψουν κατά την παράλληλη σύνθεση, και τον ορισμό του οποίου θα δούμε πιο κάτω.

Ονομασία	Κανόνας
Idle :	$NIL \xrightarrow{\emptyset} NIL$
SumT:	$\sum_{i \in I} \rho_i : T_i \xrightarrow{\rho_i} T_i \quad i \in I$
SumS:	$\sum_{i \in I} \gamma_i : S_i \xrightarrow{\gamma_i} S_i \quad i \in I$
SumE ₁ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\emptyset} E(r, v, max)$
SumE ₂ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\{(r, u)\}} E'(r, v - u, max) \quad \forall 0 < u \leq v$
SumE ₃ :	$E(r, v, max) \xrightarrow{\{(r, u)\}^{\leftarrow}} E'(r, v + u, max) \quad \forall 0 < u \leq max - v$
ConT :	$\frac{T \xrightarrow{\rho} T'}{A \xrightarrow{\rho} T'} \quad A \stackrel{def}{=} T$
ConS:	$\frac{S \xrightarrow{\gamma} S'}{B \xrightarrow{\gamma} S'} \quad B \stackrel{def}{=} S$
Par:	$\frac{P_1 \xrightarrow{a_1} P_1' , P_2 \xrightarrow{a_2} P_2'}{P_1 \parallel P_2 \xrightarrow{a} P_1' \parallel P_2'} \quad a \in a_1 \oplus a_2$

Πίνακας 3.2 Κανόνες μετάβασης

Ορισμός 3.1

Στον Πίνακα 3.3 που βρίσκεται πιο κάτω δίνονται κάποιοι ορισμοί οι οποίοι θα μας βοηθήσουν για να ορίσουμε το $\alpha \in \alpha_1 \oplus \alpha_2$ (που προκύπτει από την παράλληλη σύνθεση), καθώς και τη σχέση προτιμήσεων.

$$\begin{aligned}
 req(r, a) &:= \begin{cases} e & \text{if } (r, e) \in a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 offered(r, \beta) &:= \begin{cases} c & \text{if } (\bar{r}, c) \in \beta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 leftover(r, a, \beta) &:= offered(r, a) + offered(r, \beta) - req(r, a) - req(r, \beta) \\
 consumed(r, \alpha) &:= \begin{cases} e & \text{if } (\tilde{r}, e) \in \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 stored(r, \alpha) &:= \begin{cases} u & \text{if } (\tilde{r}, u) \in \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Πίνακας 3.3

- Το $req(r, a)$ ορίζει την ποσότητα της ζητούμενης ενέργειας για τον πόρο r στη δράση a .
- Το $offered(r, \beta)$ ορίζει την ποσότητα της προσφερόμενης ενέργειας για τον πόρο r στη δράση β .
- Το $leftover(r, a, \beta)$ ορίζει την ποσότητα της ενέργειας που απομένει για τον πόρο r αφού ικανοποιηθούν οι αιτήσεις που υπάρχουν στις δράσεις. Προκύπτει από την αφαίρεση της προσφερόμενης ενέργειας πλην τη ζητούμενη ενέργεια. Διακρίνουμε ότι μέσω της προσφοράς που γίνεται στις δύο δράσεις, το $leftover(r, a, \beta)$ μπορεί να είναι είτε θετικό, είτε αρνητικό. Στην πρώτη περίπτωση, όπου το $leftover(r, a, \beta)$ είναι θετικό, μπορούμε να πούμε ότι ορίζει το ποσό της υπολειπόμενης ενέργειας, δηλαδή της ενέργειας που δεν θα χρησιμοποιηθεί για την ικανοποίηση των αιτημάτων. Στην περίπτωση που είναι αρνητικό, αυτό σημαίνει ότι η προσφερόμενη ποσότητα ενέργειας δεν μπορεί να ικανοποιήσει όλα τα αιτήματα που υπάρχουν.

- Το $\text{consumed}(r, a)$ ορίζει την ποσότητα της ενέργειας που καταναλώνεται από τον πόρο r στη δράση a .
- Το $\text{stored}(r, a)$ ορίζει την ποσότητα της ενέργειας που αποθηκεύεται για τον πόρο r στη δράση a .

Ορισμός 3.2

Το $\alpha \in \alpha_1 \oplus \alpha_2$ ορίζεται ως η δράση που μπορεί να προκύψει από την παράλληλη σύνθεση των δράσεων α_1 και α_2 .

$$\begin{aligned}
\alpha = & \{(r, -\text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2)) \mid \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) < 0\} \\
& \cup \left\{ (\vec{r}, e + e') \mid \begin{array}{l} e = \text{consumed}(r, \alpha_1) + \text{consumed}(r, \alpha_2), \\ e' = \min(\text{req}(r, \alpha_1) + \text{req}(r, \alpha_2), \text{offered}(r, \alpha_1) + \text{offered}(r, \alpha_2)), \\ e + e' > 0 \end{array} \right\} \\
& \cup \{(\vec{r}, c) \mid \text{εάν } \exists(\vec{r}, u) \in \alpha_1 \cup \alpha_2, c = \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) \text{ και } c > 0\} \\
& \cup \left\{ (\vec{r}, v), (\vec{r}, c) \mid \begin{array}{l} \text{εάν } (\vec{r}, u) \in \alpha_1 \cup \alpha_2, u < \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2), \\ v = \text{stored}(r, \alpha_1) + \text{stored}(r, \alpha_2) + u \\ c = \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) - u \end{array} \right\} \\
& \cup \left\{ (\vec{r}, v) \mid \begin{array}{l} \text{εάν } (\vec{r}, u) \in \alpha_1 \cup \alpha_2, \\ u = \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2), \\ v = \text{stored}(r, \alpha_1) + \text{stored}(r, \alpha_2) + u \end{array} \right\} \\
& \cup \left\{ (\vec{r}, v), (\vec{r}, c) \mid \begin{array}{l} \text{εάν } (\vec{r}, u) \in \alpha_1 \cup \alpha_2, \\ u > \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) > 0, \\ v = \text{stored}(r, \alpha_1) + \text{stored}(r, \alpha_2) + \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2), \\ c = u - \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) \end{array} \right\} \\
& \cup \left\{ (\vec{r}, v) \mid \begin{array}{l} \text{άν } \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) \leq 0, \\ \text{και } v = \text{stored}(r, \alpha_1) + \text{stored}(r, \alpha_2) > 0 \end{array} \right\} \\
& \cup \{(\vec{r}, u) \mid \text{εάν } (\vec{r}, u) \in \alpha_1 \cup \alpha_2 \text{ και } \text{leftover}(r, \alpha_1, \alpha_2) \leq 0\}
\end{aligned}$$

Παράδειγμα 3.1

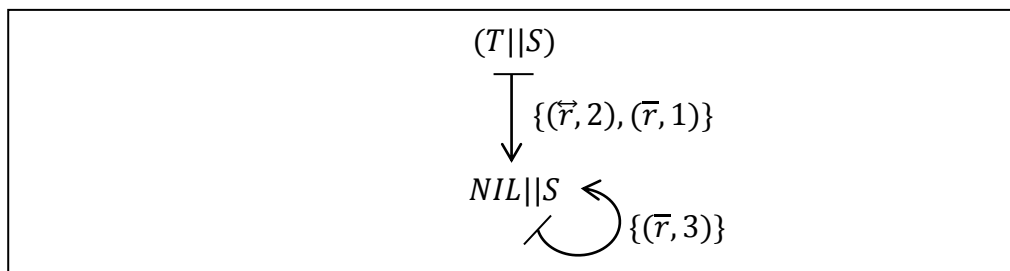
Έστω ότι υπάρχουν μια προμήθεια, μια εργασία και μια αποθήκευση:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\bar{r}, 3)\} : S$, προσφέρει 3 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r και μετά επιστρέφει ξανά στην κατάσταση S .
- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\} : NIL$, η οποία ζητά από τον πόρο r 2 μονάδες ενέργειας για την πρώτη μονάδα χρόνου και μετά τερματίζει.
- Η αποθήκευση $E(r, 2, 4)$ που μπορεί να προσφέρει 2 μονάδες ενέργειας πόρου r και έχει χωρητικότητα 4 μονάδες ενέργειας.

Στο Σχήμα 3.2 μπορούμε να παρατηρήσουμε το σύστημα μεταβάσεων $(T||S)$, στο Σχήμα 3.3 το σύστημα μεταβάσεων $(T||E)$, στο Σχήμα 3.4 το σύστημα μεταβάσεων $(S||E)$ και στο Σχήμα 3.5 το σύστημα μεταβάσεων $(T||S)||E$

Αν σε ένα σύστημα είχαμε την παράλληλη σύνθεση μιας εργασίας και μιας προμήθειας $(T || S)$, τότε αν η εργασία αιτείται κάποιο πόρο και χορηγείται από την προμήθεια την ίδια χρονική στιγμή, τότε παίρνουμε μια κατανάλωση του συγκεκριμένου πόρου και στην συνέχεια προκύπτει μια προμήθεια της ενέργειας που απέμεινε (αν αυτό είναι δυνατόν).

Όπως παρατηρούμε από το Σχήμα 3.2, στην περίπτωση του συστήματος $(T||S)$, κατά την πρώτη μονάδα χρόνου, υπάρχει ικανοποίηση του αιτήματος της εργασίας T από την προμήθεια S και υπάρχει και μια υπολειπόμενη προμήθεια η οποία παίρνει την τιμή της από το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ που ισούται με ένα. (Όπου α_1 είναι το σύνολο των δράσεων της εργασίας T και α_2 είναι το σύνολο των δράσεων της προμήθειας S).

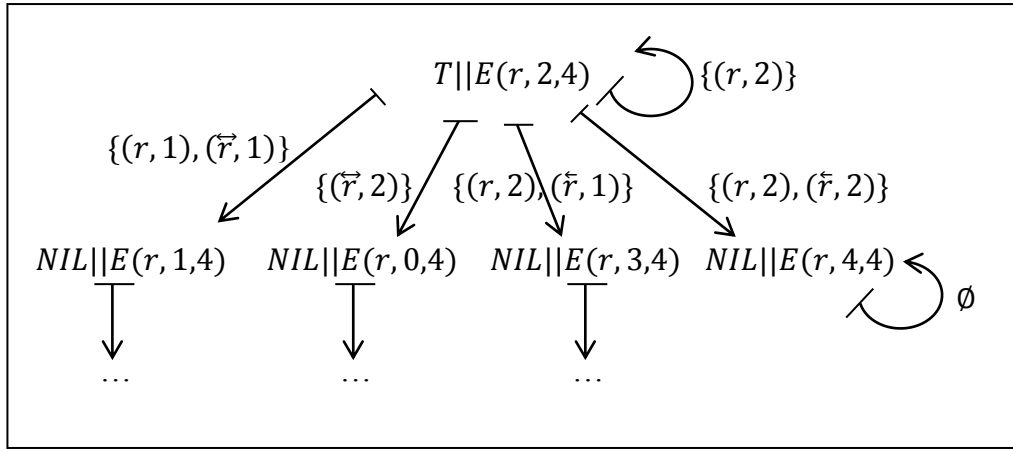


Σχήμα 3.2 Συστήματα μεταβάσεων $T||S$

Αν σε ένα σύστημα είχαμε την παράλληλη σύνθεση μιας εργασίας και μιας αποθήκης $(T || E)$, τότε αν η εργασία αιτείται κάποιο πόρο και χορηγείται από την αποθήκη την ίδια χρονική στιγμή, τότε παίρνουμε μια κατανάλωση του συγκεκριμένου πόρου, καθώς επίσης η ποσότητα της αποθηκευμένης ενέργειας μειώνεται κατά το ποσό που χορηγήθηκε. Η υπόλοιπη ενέργεια που μένει στην αποθήκη μπορεί να προσφερθεί προς κατανάλωση στην εκτέλεση της επόμενης μονάδας χρόνου.

Επίσης όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 3.3, στην περίπτωση του συστήματος μεταβάσεων $(T||E)$, υπάρχουν πέντε δυνατές μεταβάσεις κατά την πρώτη μονάδα χρόνου. Στην πρώτη $[T||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(r, 2)\}} NIL||E(r, 2, 4)\{(r, 2)\}}]$ η αποθήκη παραμένει αδρανής χωρίς να εκτελέσει κάποια δράση. Στην δεύτερη $[T||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(r, 1), (\bar{r}, 1)\}} NIL||E(r, 1, 4)]$ προσφέρει μια μονάδα ενέργειας προς κατανάλωση και έτσι δεν ικανοποιείται ολόκληρο το αίτημα της εργασίας T. Επίσης σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε ότι στην αποθήκη παραμένει μια μονάδα ενέργεια που δεν χρησιμοποιείται. Στην τρίτη δυνατή μετάβαση $[T||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\bar{r}, 2)\}} NIL||E(r, 0, 4)]$ η αποθήκη προσφέρει 2 μονάδες ενέργειας προς κατανάλωση και έτσι το αίτημα της εργασίας T ικανοποιείται. Στην τέταρτη δυνατή μετάβαση $[T||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(r, 2), (\bar{r}, 1)\}} NIL||E(r, 3, 4)]$, η αποθήκη κάνει ζήτηση για αποθήκευση μιας μονάδας ενέργεια και έτσι το αίτημα δεν ικανοποιείται. Ενώ στην πέμπτη περίπτωση $[T||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(r, 2), (\bar{r}, 2)\}} NIL||E(r, 4, 4)]$, η αποθήκη κάνει ζήτηση για αποθήκευση δύο μονάδων ενέργεια και έτσι το αίτημα δεν ικανοποιείται.

Η μετάβασης η οποία επιθυμούμε να εκτελέσει το σύστημα μας είναι η τρίτη δυνατή μετάβαση. Αυτό γιατί χρησιμοποιεί την αποθήκη με τον πιο βέλτιστο δυνατό τρόπο, ικανοποιώντας την εργασία T χωρίς να αφήνει κάποιο αίτημα της το οποίο να μην έχει ικανοποιηθεί. Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι άλλες δυνατές μεταβάσεις που δεν αξιοποιούν την αποθήκη με το καλύτερο δυνατό τρόπο, πρέπει να «απενεργοποιηθούν» μέσω της σχέσης προτιμήσεων.



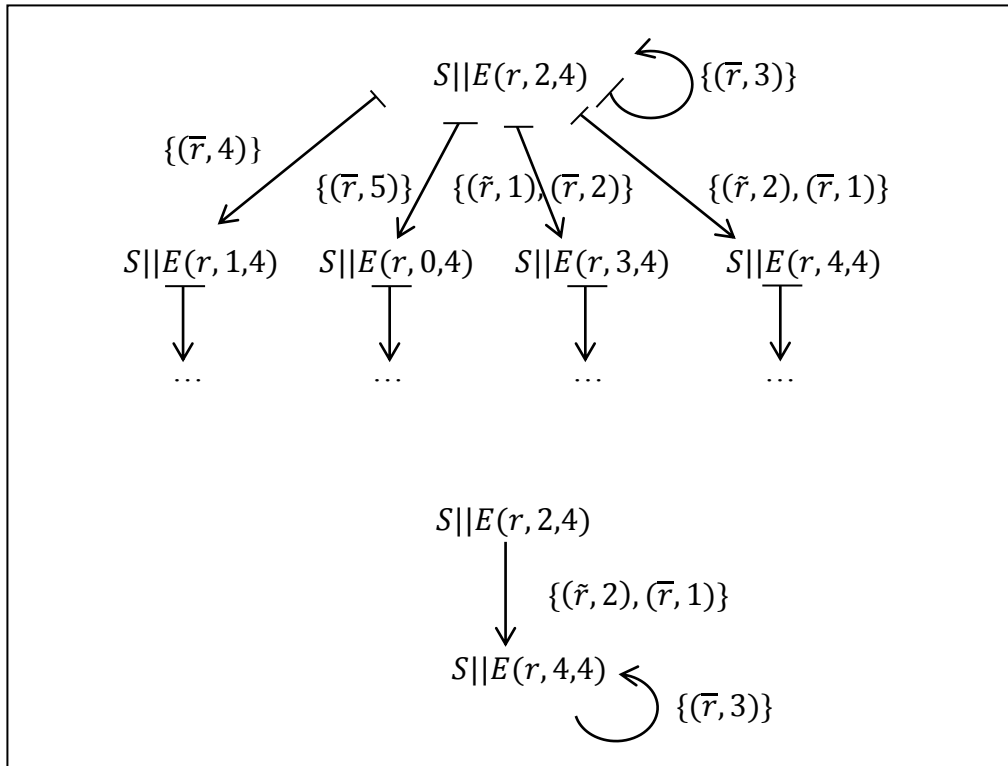
Σχήμα 3.3: Σύστημα μεταβάσεων $T||E$

Αν σε ένα σύστημα είχαμε την παράλληλη σύνθεση μιας προμήθειας και μιας αποθήκης ($S || E$), τότε η αποθήκη, αφού εμφανίσει στη δράση της μια ζήτηση αποθήκευσης, θα μπορεί να εκτελέσει μια δράση αποθήκευσης αν και μόνο αν χορηγείται από την προμήθεια ένα ποσό ενέργειας την ίδια χρονική στιγμή. Επίσης σημαντικό είναι το ποσό της ενέργειας που θα αποθηκευτεί να μην ξεπερνά το πόσο της μέγιστης αποθήκευσης που μπορεί να υπάρξει.

Στο Σχήμα 3.4 παρατηρούμε το συστήματος μεταβάσεων ($S||E$), όπου υπάρχουν πέντε δυνατές μεταβάσεις κατά την πρώτη μονάδα χρόνου. Στην πρώτη περίπτωση $[S||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 3)\}} S||E(r, 2, 4)]$, η αποθήκη παραμένει αδρανής χωρίς να εκτελέσει κάποια δράση. Στην δεύτερη $[S||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 4)\}} S||E(r, 1, 4)]$, η αποθήκη προσφέρει 1 μονάδα ενέργειας και έτσι προκύπτει μια προμήθεια τεσσάρων μονάδων ενέργειας αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 4. (Όπου α_1 είναι το σύνολο των δράσεων προμήθειας S και α_2 είναι το σύνολο των δράσεων της αποθήκη E). Στην τρίτη περίπτωση $[S||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 5)\}} S||E(r, 0, 4)]$, η αποθήκη προσφέρει 2 μονάδα ενέργειας και έτσι προκύπτει μια προμήθεια πέντε μονάδων ενέργειας αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 5. Στην τέταρτη δυνατή μετάβαση $[S||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 1), (\tilde{r}, 2)\}} S||E(r, 3, 4)]$, η δράση που προκύπτει είναι μια δράση αποθήκευσης 1 μονάδας ενέργειας και προμήθεια 2 μονάδων ενέργειας, αφού υπάρχει η δράση $(\tilde{r}, 1)$ και το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 3. Ενώ στην πέμπτη δυνατή μετάβαση $[S||E(r, 2, 4) \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 2), (\tilde{r}, 1)\}} S||E(r, 4, 4)]$, η δράση που προκύπτει είναι μια δράση αποθήκευσης 2 μονάδων ενέργειας και προμήθεια 1 μονάδας ενέργειας, αφού

υπάρχει η δράση $(\tilde{r}, 2)$ και το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 3. Επίσης από το Σχήμα 3.4 παρατηρούμε ότι το σύστημά μας δεν θα σταματήσει την εκτέλεση του αφού σε κάθε περίπτωση στην επόμενη μονάδα χρόνου θα μπορούσε να υπάρξουν νέες μεταβάσεις.

Το επιθυμητό σύστημα μεταβάσεων φαίνεται στο δεύτερο γράφο του Σχήματος 3.4, όπου η μόνη δράση που θα μπορούσε να εκτελέσει μια αποθήκη, όταν δεν υπάρχουν αιτήματα ενέργειας και υπάρχει υπολειπόμενη ενέργεια είναι η αποθήκευση. Το πώς θα μπορούσαμε να περιορίσουμε την αποθήκη θα οριστεί πιο κάτω με την έννοια της σχέσης προτιμήσεων.

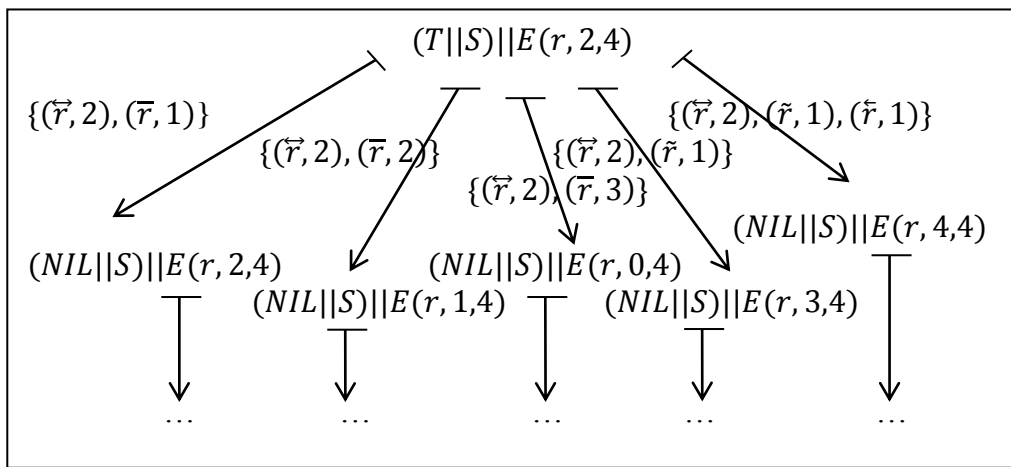


Σχήμα 3.4: Σύστημα Μεταβάσεων $S||E$

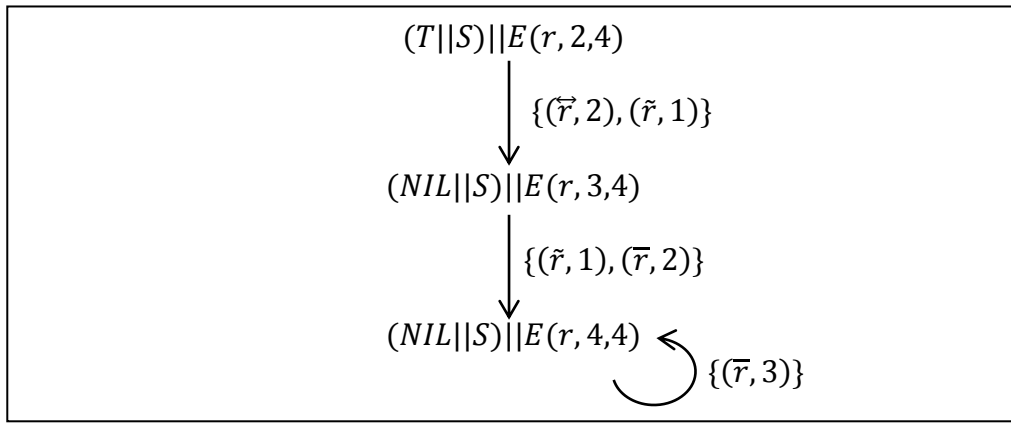
Στο Σχήμα 3.5, βλέπουμε το σύστημα μεταβάσεων $(T||S)||E$. Όπως γνωρίζουμε ο τελεστής παράλληλης σύνθεσης είναι ένας δυαδικός τελεστής, επομένως βάσει του Ορισμού 3.2 το α_1 είναι οι δράσεις που προκύπτουν από την παράλληλη εκτέλεση του συστήματος $T||S$ και το α_2 είναι το σύνολο των δράσεων της αποθήκη E . Έτσι από την παράλληλη εκτέλεση $T||S$ προκύπτει ότι το $\alpha_1 = \{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 1)\}$. Όταν η δράση αυτή τρέξει παράλληλα με την αποθήκη θα μας δώσει πέντε διαφορετικές περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση $[(T||S)||E(r, 2, 4)] \xrightarrow{\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 1)\}} (NIL||S)||E(r, 2, 4)$, η αποθήκη θα παραμείνει αδρανείς έτσι θα

προκύψουν οι δράσεις $\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 1)\}$ που προέκυψαν από το α_1 . Στην δεύτερη περίπτωση $[(T||S)||E(r, 2, 4)]^{\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 2)\}} \xrightarrow{\quad} (NIL||S)||E(r, 1, 4)$, θα προσφέρει μια μονάδα ενέργειας και έτσι προκύπτει μια προμήθεια δύο μονάδων ενέργειας αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 2. Στην Τρίτη περίπτωση $[(T||S)||E(r, 2, 4)]^{\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 3)\}} \xrightarrow{\quad} (NIL||S)||E(r, 0, 4)$, η αποθήκη θα προσφέρει δύο μονάδες ενέργειας και έτσι προκύπτει μια προμήθεια τριών μονάδων ενέργειας αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 3. Στην τέταρτη περίπτωση $[(T||S)||E(r, 2, 4)]^{\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 1)\}} \xrightarrow{\quad} (NIL||S)||E(r, 3, 4)$, η δράση που προκύπτει είναι μια δράση κατανάλωσης δύο μονάδων ενέργειας και μια δράση αποθήκευσης μίας μονάδας ενέργειας, αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 1 και υπάρχει η δράση $(\tilde{r}, 1)$. Ενώ στην πέμπτη περίπτωση $[(T||S)||E(r, 2, 4)]^{\{(\tilde{r}, 2), (\bar{r}, 1), (\tilde{r}, 1)\}} \xrightarrow{\quad} (NIL||S)||E(r, 3, 4)$, η δράση που προκύπτει είναι μια δράση κατανάλωσης δύο μονάδων ενέργειας, μια δράση αποθήκευσης μίας μονάδας ενέργειας και μια δράση ζήτησης ενέργειας για αποθήκευση, αφού το $leftover(r, \alpha_1, \alpha_2)$ είναι ίσο με 1 και υπάρχει η δράση $(\tilde{r}, 2)$. Επίσης από το Σχήμα 3.5 παρατηρούμε ότι το σύστημά μας δεν θα σταματήσει την εκτέλεση του αφού σε κάθε περίπτωση στην επόμενη μονάδα χρόνου θα μπορούσε να υπάρξουν νέες μεταβάσεις από την κατάσταση στην οποία έφτασε το σύστημα.

Το επιθυμητό σύστημα μεταβάσεων φαίνεται Σχήμα 3.6, όπου θα μπορούσε να ικανοποιηθεί το αίτημα της εργασίας T και στην συνέχεια να προκύψει μια αποθήκευση που θα δώσει την μέγιστη δυνατή τιμή στην αποθήκη. Το πώς θα μπορούσαμε να περιορίσουμε την αποθήκη θα οριστεί πιο κάτω με την έννοια της σχέσης προτιμήσεων.



Σχήμα 3.5: Σύστημα Μεταβάσεων $(T||S)||E$



Σχήμα 3.6: Σύστημα Μεταβάσεων $(T||S)||E$

3.5 Σχέση προτιμήσεων

Όπως παρατηρούμε από τα συστήματα μεταβάσεων που προέκυψαν στο Παράδειγμα 3.1 όταν στο σύστημα υπάρχει κάποια αποθήκη τότε εμφανίζονται κάποιες μεταβάσεις που δεν αποδίδουν την αναμενόμενη συμπεριφορά στο σύστημα. Αυτό που θέλουμε να πετύχουμε είναι μια δράση να αποκλείει μια άλλη αν κάνει καλύτερη χρήση της αποθήκευσης. Για τον λόγο αυτό θα ορισθεί η σχέση προτιμήσεων που θα αποκλείσει όλες τις ανεπιθύμητες μεταβάσεις.

Αρχικά ας υποθέσουμε ότι το α και β είναι δράσεις που προκύπτουν από την παράλληλη εκτέλεση του ίδιου συστήματος. Αν ισχύει η σχέση προτιμήσεων $\alpha < \beta$, αυτό σημαίνει ότι η δράση β θα πρέπει να αποκλείσει την εμφάνιση της δράσης α .

Ορισμός 3.3

Ορίζουμε τη σχέση προτιμήσεων $<$ ώστε να ισχύει ότι $\alpha < \beta$ αν ικανοποιείται μια από τις πιο κάτω παραδοχές:

1. Αν σε δύο δράσεις α και β ισχύει ότι $\exists(\tilde{r}, u) \in \alpha$ και $\nexists(\tilde{r}, u) \in \beta$, τότε $\alpha < \beta$
2. Αν σε δύο δράσεις α και β ισχύει ότι $consumed(r, \alpha) < consumed(r, \beta)$ και $\exists(r, e) \in \alpha$, τότε $\alpha < \beta$

3. Αν σε δύο δράσεις α και β ισχύει ότι $consumed(r, \alpha) = consumed(r, \beta) \neq 0$ και $offered(r, \alpha) > offered(r, \beta)$, τότε $\alpha < \beta$
4. Αν σε δύο δράσεις α και β ισχύει ότι $consumed(r, \alpha) > consumed(r, \beta)$ και $req(r, \alpha) = req(r, \beta) = 0$, τότε $\alpha < \beta$
5. Αν σε δύο δράσεις α και β ισχύει ότι $stored(r, \alpha) < stored(r, \beta)$ και $req(r, \alpha) = req(r, \beta) = 0$, τότε $\alpha < \beta$

Σύμφωνα με την πρόταση 1 του ορισμού, μια δράση η οποία δεν περιέχει ζήτηση αποθήκευσης αποκλείει την εμφάνιση μιας δράσης που περιέχει. Αν σε μια δράση υπάρχει ζήτηση αποθήκευσης σημαίνει ότι προσφέρθηκε λιγότερη ενέργεια προς αποθήκευση σε σχέση με αυτή που η αποθήκη θα μπορούσε να αποθηκεύσει. Από την σημασιολογία γνωρίζουμε ότι μια αποθήκη $E(r, v, max)$ μπορεί να εκτελέσει δράσεις ζήτησης της μορφής $(\tilde{r}, u)$, όπου $0 < u \leq max - v$, επομένως μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι τουλάχιστον μια δράση ζήτησης αποθήκευσης θα μετατραπεί ολόκληρη σε αποθήκευση.

Στην πρόταση 2 παρατηρούμε ότι δράσεις με μεγαλύτερη κατανάλωση ενέργειας αποκλείουν την εμφάνιση δράσεων με μικρότερη κατανάλωση που περιέχουν αιτήματα ενέργειας. Αυτή η πρόταση περιορίζει την αποθήκη ώστε να μην μπορεί να προσφέρει λιγότερη ενέργεια από αυτή που πραγματικά χιάζεται να προσφέρει.

Η πρόταση 3 αναφέρεται σε δράσεις που έχουν ίδια κατανάλωσης ενέργειας, αλλά αυτή με το μικρότερο ποσό προσφερόμενης ενέργειας αποκλείει την εμφάνιση δράσεων με μεγαλύτερο ποσό προσφερόμενης ενέργειας. Αυτή η πρόταση περιορίζει την αποθήκη ώστε να μην μπορεί να προσφέρει περισσότερη ενέργεια από αυτή που πραγματικά χιάζεται να προσφέρει.

Στην πρόταση 4 παρατηρούμε ότι μεταξύ 2 δράσεων που δεν περιέχουν αιτήματα ενέργειας, η δράσης με τη μικρότερη κατανάλωση ενέργειας αποκλείει την εμφάνιση της δράσης με μεγαλύτερη κατανάλωση ενέργειας. Έτσι πετυχαίνετε εξοικονόμηση ενέργειας στην περίπτωση που ικανοποιούνται όλα τα αιτήματα ενέργειας που υπήρχαν.

Τέλος στην πρόταση 5 παρατηρούμε ότι μεταξύ 2 δράσεων που δεν περιέχουν αιτήματα ενέργειας, η δράσης με τη μεγαλύτερη αποθηκευμένη ενέργεια αποκλείει την εμφάνιση της δράσης με μικρότερη αποθηκευμένη ενέργεια. Έτσι μια αποθήκη μπορεί να αποθηκεύσει όσο το δυνατόν περισσότερη ενέργεια γίνεται.

Με το συνδυασμό των προτάσεων 2, 3 και 5 πετυχαίνουμε την βέλτιστη συμπεριφορά μιας αποθήκης. Όπου όταν χιάζεται προσφέρει το ποσό της ενέργειας που χρειάζεται ή όταν είναι δυνατόν αποθηκεύει την πιο πολύ ποσότητα ενέργειας που μπορεί.

Ορισμός 3.4

Η σχέση μεταβάσεων με προτίμηση $\xrightarrow{a}$ ορίζεται βάσει του ακόλουθου κανόνα:

$$\boxed{\frac{P \xrightarrow{a} Q}{P \xrightarrow{a} Q} \quad \text{αν δεν υπάρχει } P \xrightarrow{\beta} Q', a < \beta} \quad [2]$$

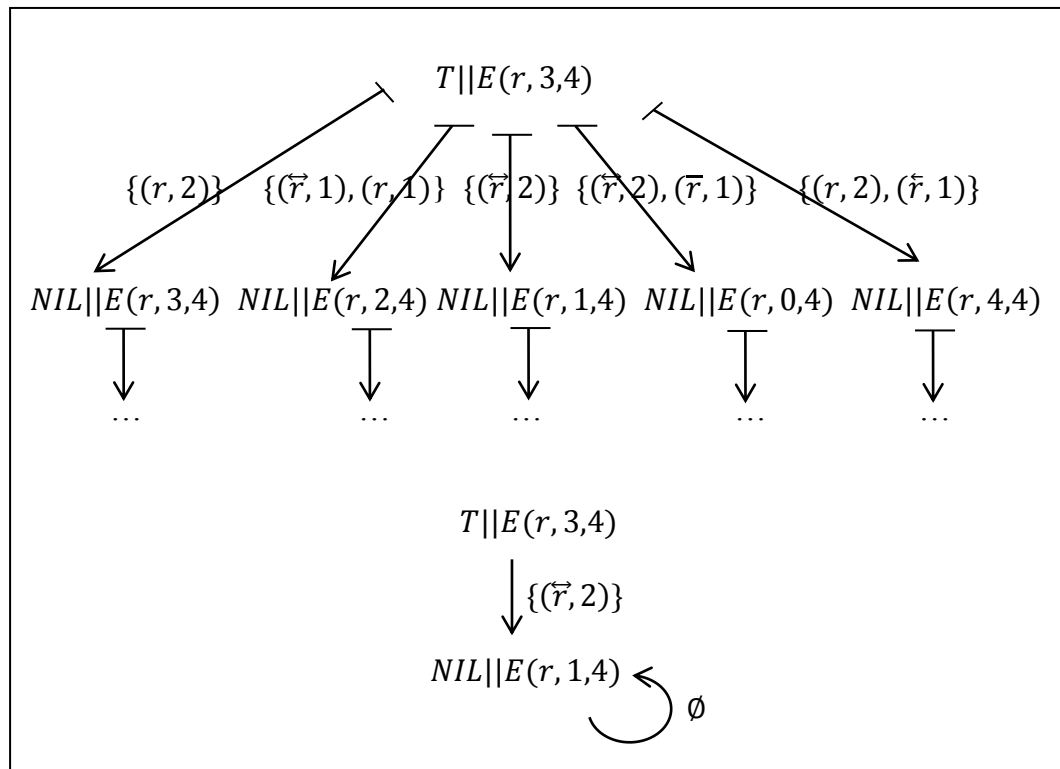
Δηλαδή η σχέση μεταβάσεων $P \xrightarrow{a} Q$ προκύπτει αν και μόνο αν υπάρχει η σχέση μεταβάσεων $P \xrightarrow{a} Q$, χωρίς προτίμηση, και δεν υπάρχει άλλη σχέση μεταβάσεων $P \xrightarrow{\beta} Q'$, χωρίς προτίμηση τέτοια ώστε $a < \beta$.

Παράδειγμα 3.2

Έστω ότι υπάρχουν μια εργασία και μια αποθήκευση: Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\} : NIL$ και η αποθήκευση $E(r, 3, 4)$.

Το σύστημα μεταβάσεων που μπορεί να προκύψει στο παράδειγμα αυτό φαίνεται στο πρώτο γράφο του Σχήματος 3.7, όπου παρατηρούμε τις τέσσερις δυνατές μεταβάσεις. Εμείς θέλουμε αυτή στην οποία υπάρχει η μεγαλύτερη κατανάλωση ενέργειας χωρίς να υπάρχει απώλεια ενέργειας από την αποθήκη.

Από το πρώτο σημείο του Ορισμού 3.3 παρατηρούμε ότι αποκλείονται οι δράσεις που περιέχουν ζήτηση αποθήκευσης, επομένως αποκλείεται η εμφάνιση της δράσης $\{(r, 2), (\vec{r}, 1)\}$. Από το δεύτερο σημείο του Ορισμού 3.3 μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η δράση $\{(\vec{r}, 2)\}$ και $\{(\vec{r}, 2), (\vec{r}, 1)\}$ είναι ισοδύναμες και αποκλείουν την εμφάνιση των δράσεων $\{(r, 2)\}$ και $\{(\vec{r}, 1), (r, 1)\}$. Αυτό συμβαίνει γιατί ισχύουν οι σχέσεις προτιμήσεων $\{(r, 2)\} < \{(\vec{r}, 1), (r, 1)\} < \{(\vec{r}, 2)\}$ και $\{(r, 2)\} < \{(\vec{r}, 1), (r, 1)\} < \{(\vec{r}, 2), (\vec{r}, 1)\}$. Επίσης από το τρίτο σημείο του Ορισμού 3.3 γνωρίζουμε ότι η δράση $\{(\vec{r}, 2)\}$ αποκλείει την εμφάνιση της δράσης $\{(\vec{r}, 2), (\vec{r}, 1)\}$, αφού ισχύει ότι $\{(\vec{r}, 2), (\vec{r}, 1)\} < \{(\vec{r}, 2)\}$. Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η δράση, που μπορεί να προκύψει στο σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση (δεύτερος γράφος στο Σχήμα 3.7), είναι η $\{(\vec{r}, 2)\}$.



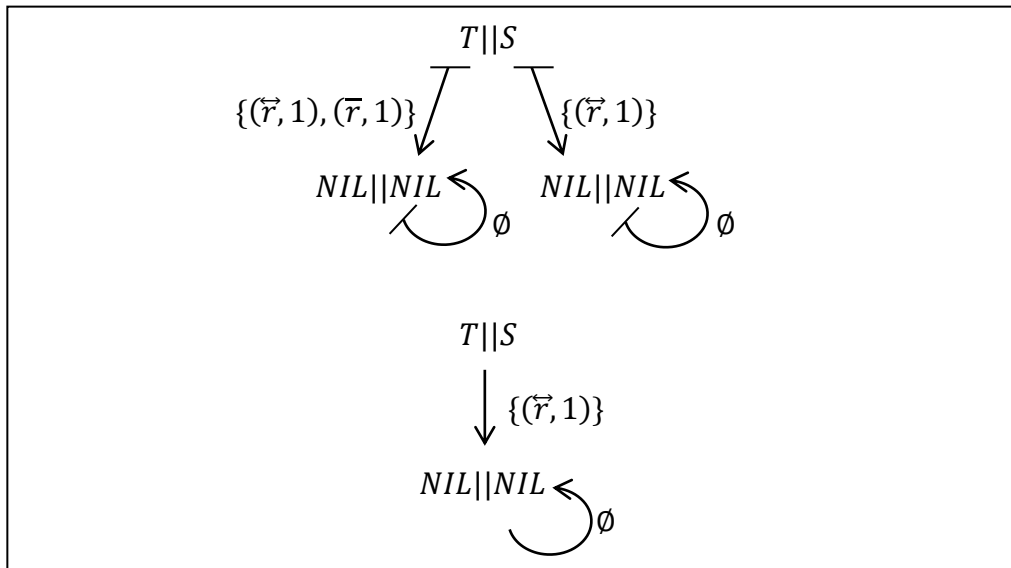
Σχήμα 3.7: Σύστημα Μεταβάσεων $T||E$

Παράδειγμα 3.3

Έστω ότι υπάρχουν μια εργασία και μια προμήθεια: Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 1)\} : NIL$ και η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\bar{r}, 2)\} : NIL + \{(\bar{r}, 1)\} : NIL$.

Στον πρώτο γράφο του Σχήματος 3.8 φαίνεται το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει από την παράλληλη εκτέλεση του συστήματος $T||S$, όπου υπάρχει η πιθανότητα εμφάνισης δύο δυνατών μεταβάσεων. Στην πρώτη περίπτωση $[T||S \xrightarrow{\{(\bar{r}, 1), (\bar{r}, 1)\}} NIL||NIL]$, χρησιμοποιείται η χορηγία 2 μονάδων ενέργειας $(\bar{r}, 2)$ από την προμήθεια. Ενώ στην δεύτερη περίπτωση $[T||S \xrightarrow{\{(\bar{r}, 1)\}} NIL||NIL]$, χρησιμοποιείται η χορηγία 1 μονάδας ενέργειας $(\bar{r}, 1)$ από την προμήθεια.

Από το τρίτο σημείο του Ορισμού 3.3 γνωρίζουμε ότι η δράση $\{(\bar{r}, 1)\}$ αποκλείει την εμφάνιση της δράσης $\{(\bar{r}, 1), (\bar{r}, 1)\}$, αφού ισχύει ότι $\{(\bar{r}, 1), (\bar{r}, 1)\} < \{(\bar{r}, 1)\}$. Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η δράση, που μπορεί να προκύψει στο σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση (δεύτερος γράφος στο Σχήμα 3.8), είναι η $\{(\bar{r}, 1)\}$.



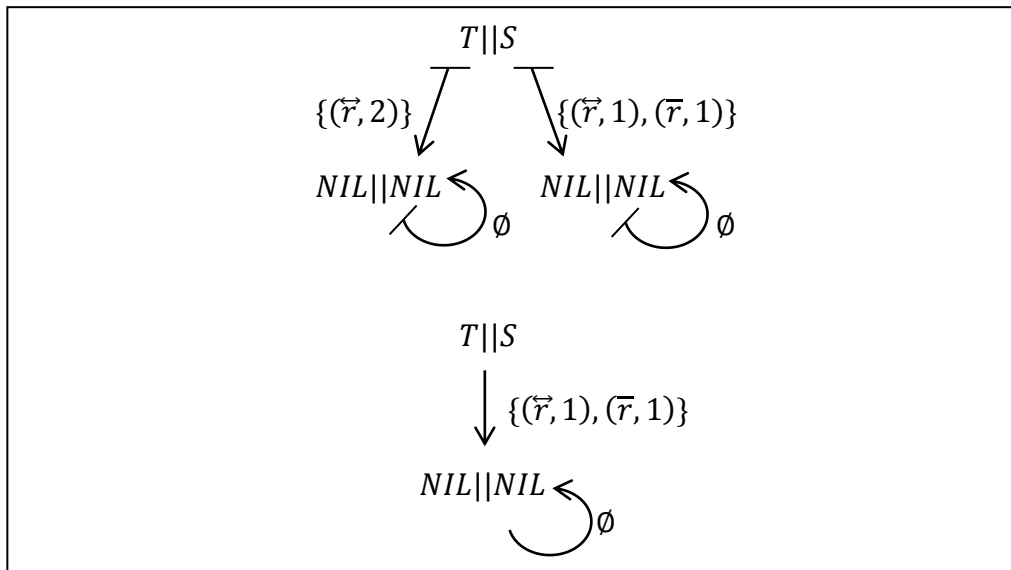
Σχήμα 3.8: Σύστημα μεταβάσεων $T||S$

Παράδειγμα 3.4

Έστω ότι υπάρχουν μια εργασία και μια προμήθεια: Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\} : NIL + \{(r, 1)\} : NIL$ και η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\bar{r}, 2)\} : NIL$.

Στον πρώτο γράφο του Σχήματος 3.9 φαίνεται το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει από την παράλληλη εκτέλεση του συστήματος $T||S$, όπου υπάρχει η πιθανότητα εμφάνισης δύο δυνατών μεταβάσεων. Στην πρώτη περίπτωση $[T||S \xrightarrow{\{(\bar{r}, 2)\}} NIL||NIL]$, ικανοποιείται το αίτημα 2 μονάδων ενέργειας $(r, 2)$. Ενώ στην δεύτερη περίπτωση $[T||S \xrightarrow{\{(\bar{r}, 1), (r, 1)\}} NIL||NIL]$, ικανοποιείται το αίτημα 1 μονάδας ενέργειας $(r, 1)$.

Από το τέταρτο σημείο του Ορισμού 3.3 γνωρίζουμε ότι η δράση $\{(\bar{r}, 1), (r, 1)\}$ αποκλείει την εμφάνιση της δράσης $\{(\bar{r}, 2)\}$, αφού ισχύει ότι $\{(\bar{r}, 2)\} < \{(\bar{r}, 1), (r, 1)\}$. Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η δράση, που μπορεί να προκύψει στο σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση (δεύτερος γράφος στο Σχήμα 3.9), είναι η $\{(\bar{r}, 1), (r, 1)\}$.



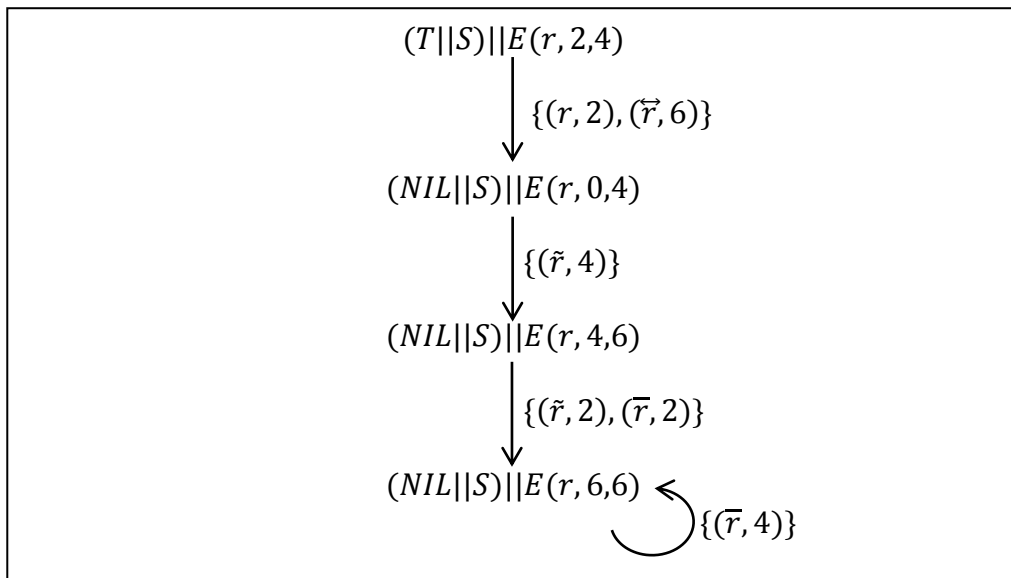
Σχήμα 3.9: Σύστημα μεταβάσεων $T||S$

Παράδειγμα 3.5

Έστω ότι υπάρχουν μια Προμήθεια, μια εργασία και μια αποθήκευση:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\vec{r}, 4)\}: S$
- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 8)\} : \{(r, 2)\}: NIL$
- Και η αποθήκευση $E(r, 2, 6)$

Στο Σχήμα 3.10 φαίνεται το σύστημα μεταβάσεων με προτίμηση. Όπως γνωρίζουμε ο τελεστής παράλληλης εκτέλεσης είναι ένας δυαδικός τελεστής, επομένως βάση του Ορισμού 3.2 το α_1 είναι οι δράσεις που προκύπτουν από την παράλληλη σύνθεση του συστήματος $T||S$ και το α_2 είναι το σύνολο των δράσεων της αποθήκη E . Έτσι από την παράλληλη σύνθεση $T||S$, κατά την πρώτη μονάδα χρόνου, προκύπτει ότι το $\alpha_1 = \{(r, 4), (\vec{r}, 4)\}$. Όταν η δράση αυτή τρέξει παράλληλα με την αποθήκη θα μας δώσει μια αίτηση για ενέργεια 2 μονάδων και συνολικά καταναλώνονται 6 μονάδες ενέργειας, όπου είναι και το μέγιστο που μπορούσε να σώσει το σύστημά μας. Μετά την ολοκλήρωση της πρώτης μονάδας χρόνου η εργασία φτάνει σε NIL και έτσι τώρα στο σύστημα παραμένουν η προμήθεια και η αποθήκη. Έτσι κατά την δεύτερη μονάδα χρόνου εμφανίζεται μια αποθήκευση τεσσάρων μονάδων ενέργειας. Στην επόμενη μονάδα χρόνου εμφανίζεται μια αποθήκευση δύο μονάδων ενέργειας και μια προμήθεια αφού η αποθήκη δεν μπορεί να αποθηκεύσει περισσότερη ενέργεια. Τέλος το σύστημά μας δεν μπορεί να μεταβεί σε νέα κατάσταση αφού η αποθήκη πείρε την μέγιστη τιμή της και έτσι προκύπτει μια προμήθεια τεσσάρων μονάδων ενέργειας.



Σχήμα 3.10: Σύστημα Μεταβάσεων $(T||S)||E$

Κεφάλαιο 4

Χρονοπρογραμματισμός

4.1 Περιγραφή	36
4.2 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού	36
4.3 Υπολειπόμενη Ενέργεια	38
4.4 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών	59

4.1 Περιγραφή

Στο κεφάλαιο αυτό θα δοθεί ο ορισμός του χρονοπρογραμματισμού ενός συστήματος, δηλαδή πότε ένα σύνολο από αιτήματα ενέργειας είναι χρονοπρογραμματίσιμο από ένα σύνολο με προμήθειες και αποθήκες. Επίσης θα αναπτυχθεί η έννοια τη υπολειπόμενης ενέργειας. Τέλος, θα αποδείξουμε ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_1 και η υπολειπόμενη τους ενέργεια μια εργασία T_2 , τότε το σύνολο αυτό μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί.

4.2 Ορισμός Χρονοπρογραμματισμού

Αρχικά ας ορίσουμε κάποιες έννοιες, οι οποίες θα μας βοηθήσουν για τον ορισμό του χρονοπρογραμματισμού.

Γράφουμε α^μ για το σύνολο των πόρων που εμφανίζονται σε μία δράση α με την μορφή που εμφανίζονται [9]. Για παράδειγμα $\{(\vec{r}_1, c), (\tilde{r}_1, u), (\overline{r}_3, c), (r_2, e)\}^\mu = \{\vec{r}_1, \tilde{r}_1, \overline{r}_3, r_2\}$.

Γράφουμε T^* για το σύνολο όλων των παράλληλων συνθέσεων της μορφής $T_1 || T_2 || \dots || T_n, n \geq 1$.

Επίσης γράφουμε SE^* για το σύνολο όλων των παράλληλων συνθέσεων της μορφής $S_1 || S_2 || \dots || S_n || E_1 || E_2 || \dots || E_m$, $n \geq 0$, $m \geq 0$, $n + m \geq 1$. Ονομάζουμε τα στοιχεία του SE^* *παροχές ενέργειας* και γράφουμε T και SE για στοιχεία των συνόλων T^* και SE^* αντίστοιχα.

Ορισμός 4.1

Μια εργασία $T \in T^*$ είναι χρονοπρογραμματίσιμη από ένα παροχέα $SE \in SE^*$ αν για κάθε μετάβαση $T || SE \Rightarrow P$ τότε για όλα τα $P \xrightarrow{a}$ έχουμε $\alpha^\mu \cap R = \emptyset$.

Αν μια εργασία T είναι χρονοπρογραμματίσιμη από ένα παροχέα SE τότε γράφουμε $SE \models T$.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.1, μια εργασία είναι χρονοπρογραμματίσιμη από ένα παροχέα αν για κάθε κατάσταση που μπορεί να προκύψει από τον συνδυασμό του και κάθε δράση που είναι εφικτή από αυτή, δεν υπάρχει αίτημα ενέργειας που να μένει ανικανοποίητο.

Παράδειγμα 4.1

Έστω οι εργασίες $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{(r_1, 10), (r_2, 5)\}: NIL + \{(r_1, 20)\}: NIL$, $T_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{(r_1, 20)\}: NIL$ και η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\overline{r_1}, 15), (\overline{r_2}, 5)\}: NIL$.

Η εργασία T_1 ζητά 10 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r_1 και 5 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r_2 , ή 20 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r_1 . Η εργασία T_2 ζητά μόνο 20 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r_1 . Η προμήθεια S προσφέρει 15 μονάδες ενέργειας του πόρου r_1 και 5 μονάδες ενέργειας του πόρου r_2 .

Από την παράλληλη σύνθεση της εργασίας T_1 και της προμήθειας S μπορούν να προκύψουν δύο μεταβάσεις. Στην πρώτη δυνατή μετάβαση $[T_1 || S \xrightarrow{\{(\overline{r_1}, 10), (\overline{r_2}, 5), (\overline{r_1}, 5)\}} NIL || NIL]$, προκύπτουν δύο καταναλώσεις 10 και 5 μονάδες ενέργειας των πόρων r_1 και r_2 αντίστοιχα, και μια χορηγία 5 μονάδων ενέργειας του πόρου r_1 . Στην δεύτερη δυνατή μετάβαση $[T_1 || S \xrightarrow{\{(\overline{r_1}, 15), (r_1, 5), (\overline{r_2}, 5)\}} NIL || NIL]$, προκύπτουν μια κατανάλωση 15 μονάδων ενέργειας και μια ζήτηση 5 μονάδων ενέργειας του πόρου r_1 , καθώς και μια χορηγία 5 μονάδων ενέργειας

του πόρου r_2 . Όπως παρατηρούμε στην δεύτερη μετάβαση, που μπορεί να προκύψει, υπάρχει ένα αίτημα 5 μονάδων ενέργειας που μένει ανικανοποίητο. Όμως γνωρίζουμε από τον Ορισμό 4.4 της σχέσης προτιμήσεων ότι ισχύει η σχέση $\{(\vec{r}_1, 15), (r_1, 5), (\vec{r}_2, 5)\} < \{(\vec{r}_1, 10), (\vec{r}_2, 5), (\vec{r}_1, 5)\}$, η οποία αποκλείει την εμφάνιση της δεύτερης μετάβασης και έτσι το σύστημά μας είναι χρονοπρογραμματίσιμο.

Αν όμως είχαμε την παράλληλη σύνθεση της εργασίας T_2 μαζί με τη προμήθεια S τότε θα προέκυπτε μόνο η μετάβαση $[T_2 || S \xrightarrow{\{(\vec{r}_1, 15), (r_1, 5), (\vec{r}_2, 5)\}} NIL || NIL]$, που περιέχει ένα αίτημα 5 μονάδων ενέργειας που μένει ανικανοποίητο και έτσι η προμήθεια S δεν μπορεί να χρονοπρογραμματίσει την εργασία T_2 .

4.3 Υπολειπόμενη Ενέργεια

Το υποκεφάλαιο αυτό ασχολείται με την έννοια της υπολειπόμενης ενέργειας η οποία συλλαμβάνει την ενέργεια που μένει αχρησιμοποίητη κατά την εκτέλεση μιας ή περισσότερων εργασιών στα πλαίσια ενός παροχέα ενέργειας. Η μελέτη περιορίζεται σε συστήματα που έχουν στη διάθεσή τους ένα και μόνο πόρο που ονομάζεται r .

Έστω μια προμήθεια $S \in SE^*$, μια αποθήκευση $E \in SE^*$ και μια εργασία $T \in T^*$, για τις οποίες ισχύει η σχέση $SE \models T$. Ορίζουμε ως υπολειπόμενη ενέργεια τη διεργασία (παροχέα ενέργειας) που διαθέτει το κομμάτι ενέργειας του SE που δεν χρησιμοποιήθηκε για την ικανοποίηση των αιτήσεων της εργασίας T .

Ορισμός 4.2

Έστω ένας παροχέας SE και μία εργασία T , όπου ισχύει η σχέση $SE \models T$, ορίζουμε $remainder(SE, T)$ ως

$$remainder(SE, T) = \begin{cases} remainderS(S, T) & \text{αν } SE = S \\ remainderE(E(r, u, max), T) & \text{αν } SE = E \\ remainderSE(S, E(r, u, max), T) & \text{αν } SE = S || E \end{cases}$$

Η υπολειπόμενη ενέργεια από την ικανοποίηση μιας εργασίας T από μια παροχή ενέργειας SE χαρακτηρίζεται από τρεις περιπτώσεις:

- 1) Όταν η παροχή είναι $SE = S$ τότε ο υπολογισμός της υπολειπόμενης ενέργειας γίνεται από την διαδικασία $remainderS(S, T)$
- 2) Όταν η παροχή είναι $SE = E$ τότε ο υπολογισμός της υπολειπόμενης ενέργειας γίνεται από τη διαδικασία $remainderE(E(r,u,max),T)$
- 3) Ενώ όταν η παροχή είναι $SE = S || E$ τότε ο υπολογισμός της υπολειπόμενης ενέργειας γίνεται από τη διαδικασία $remainderSE(S,E(r,u,max),T)$

Τους ορισμούς των $remainderS(S,T)$, $remainderE(E(r,u,max),T)$ και $remainderSE(S,E(r,u,max),T)$ θα δούμε πιο κάτω ως Ορισμούς 4.3, 4.4 και 4.6 αντίστοιχα.

Ορισμός 4.3

Έστω μια προμήθεια S και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Ορίζουμε το $remainderS(S,T)$ ως

$$remainderS(S,T) = \left\{ \begin{array}{l} NIL \\ S \\ remainderS(S,T') \\ remainderS(S',T) \\ \{(\bar{r}, v - v_j)\} : remainderS(S',T_j) \\ a : remainderS(S',T') \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \alpha v \ S = NIL \\ \alpha v \ T = NIL \\ \alpha v \ T = C, C \stackrel{def}{=} T \\ \alpha v \ S = D, D \stackrel{def}{=} S' \\ \alpha v \ S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ \quad v_j = \min(v_1, \dots, v_n) \\ \alpha v \ S = a : S', T = \emptyset : T', \end{array} \right.$$

Για τον υπολογισμό της υπολειπόμενης ενέργειας μιας προμήθειας υπάρχουν οι πιο κάτω περιπτώσεις:

- 1) Αν $S = NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με NIL
- 2) Αν $T = NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με την προμήθεια S
- 3) Αν $T = C, C \stackrel{def}{=} T'$ τότε το υπόλοιπο υπολογίζεται από το $remainderS(S, T')$
- 4) Αν $S = D, D \stackrel{def}{=} S'$ τότε το υπόλοιπο υπολογίζεται από το $remainderS(S', T)$
- 5) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\{(\bar{r}, v - v_j)\} : remainderS(S', T_j)$. Αυτό ισχύει γιατί στην περίπτωση όπου έχουμε την μη ντετερμινιστική επιλογή ενός αθροίσματος από δράσεις ζήτησης, προτιμούμε να ικανοποιούμε τη μικρότερη αίτηση ενέργειας ώστε να υπάρχει εξοικονόμηση ενέργειας (από το σημείο 4 του Ορισμού 3.4). Επίσης στην συγκεκριμένη περίπτωση το αίτημα μπορεί να ικανοποιηθεί αφού ισχύει η σχέση $S \models T$ και να απομείνει ένα ποσό υπολειπόμενης ενέργειας ίσο με $\{(\bar{r}, v - v_j)\}$ και στην συνέχεια υπολογίζεται το $remainderS(S', T_j)$.
- 6) Αν $S = a : S'$ και $T = \emptyset : T'$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $a : remainderS(S', T')$.

Ορισμός 4.4

Έστω μια αποθήκη $E(r, u, max)$ και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $E \models T$. Ορίζουμε το $remainderE(E(r, u, max), T)$ ως

$$remainderE(E(r, u, max), T) = E(r, notusedE(T, u), max)$$

Το ποσό της υπολειπόμενης ενέργειας που παραμένει στην αποθήκη, μετά την ικανοποίηση της εργασίας T , είναι το ποσό που δεν χρησιμοποιήθηκε για την ικανοποίηση της, και το οποίο υπολογίζεται με τη διαδικασία $notusedE(T, u)$.

$$notusedE(T,u) = \begin{cases} u & \text{αν } T = NIL \\ 0 & \text{αν } u = 0 \\ notusedE(T',u) & \text{αν } T = C, C \stackrel{def}{=} T' \\ notusedE(T_j,u') & \text{αν } T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\} : T_i, v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u \geq v_j, \\ & u' = u - v_j \\ 0 & \text{αν } T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\} : T_i, v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u < v_j \\ notusedE(T',u) & \text{αν } T = \emptyset : T' \end{cases}$$

Για τον υπολογισμό του ποσού της ενέργειας που δεν χρησιμοποιήθηκε από την αποθήκης για την ικανοποίηση της εργασίας T υπάρχουν τέσσερις περιπτώσεις:

- 1) Αν $T = NIL$ τότε η υπολειπόμενη ενέργεια είναι u
- 2) Αν $u = 0$ τότε η υπολειπόμενη ενέργεια είναι 0
- 3) Αν $T = C, C \stackrel{def}{=} T$ τότε το ποσό της ενέργειας που παραμένει στην αποθήκη υπολογίζεται από τη διαδικασία $notusedE(T', u)$
- 4) Αν $T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\} : T_i$, και ισχύει η σχέση $u \geq v_j$, όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$, τότε το $u' = u - v_j$, και η ενέργεια που παραμένει στην αποθήκη υπολογίζεται από τη διαδικασία $notusedE(T_j, u')$.
- 5) Αν $T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\} : T_i$ και ισχύει η σχέση $u < v_j$, όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια είναι 0 . Η περίπτωση αυτή δεν μπορεί να υπάρξει, αφού ισχύει η σχέση $E \models T$, όμως υπάρχει στον ορισμό γιατί το $notusedE(T, u)$ χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του $remainderS(E(S, E(r, u, max), T))$.
- 6) Αν $T = \emptyset : T'$, τότε η ενέργεια που παραμένει στην αποθήκη υπολογίζεται από την διαδικασία $notusedE(T', u)$.

Ορισμός 4.5

Έστω μια προμήθεια S , μια αποθήκευση $E(r, u, max)$ και μια εργασία T , όπου ισχύει η σχέση $S || E \models T$. Ορίζουμε το $remainderSE(S, E(r, u, max), T)$ ως:

$$remainder SE(S, E(r, u, max), T) = remS(S, T, u) || E(r, notusedE(T, u), max)$$

Η υπολειπόμενη ενέργεια από την ικανοποίηση μιας εργασίας T από μια προμήθεια S και μια αποθήκευσης $E(r, u, max)$, υπολογίζεται από την πιο πάνω παράλληλη σύνθεση. Το $notusedE(T, u)$ (Ορισμός 4.4), υπολογίζει το ποσό της ενέργειας που παραμένει στην αποθήκη. Ενώ το $remS(S, T, u)$ (Ορισμός 4.6) υπολογίζει την υπολειπόμενη ενέργεια από την ικανοποίηση τις εργασίας T από την προμήθεια S .

Ορισμός 4.6

Έστω μια προμήθεια S , μια αποθήκευση $E(r, u, max)$ και μια εργασία T , όπου ισχύει η σχέση $S || E \models T$. Ορίζουμε το $remS(S, T, u)$ ως:

$$remS(S, T, u) = \begin{cases} NIL \\ S \\ remS(S, T', u) \\ remS(S', T, u) \\ \{(\bar{r}, v - \max(0, extra(S', T_j, u - v_j)))\} : \\ \quad remS(S', T_j, u - v_j) \\ \{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u)))\} : \\ \quad remS(S', T_j, 0) \\ \emptyset : remS(S', T_j, \max(0, u - v_j)) \\ \emptyset : remS(S', T', u) \\ \{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T', u)))\} : remS(S', T', u) \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha v \ S = NIL \\ \alpha v \ T = NIL \\ \alpha v \ T = C, C \stackrel{def}{=} T \\ \alpha v \ S = D, D \stackrel{def}{=} S' \\ \alpha v \ S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ \quad v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u > v_j \\ \alpha v \ S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ \quad v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u \leq v_j \\ \alpha v \ S = \emptyset : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ \quad v_j = \min(v_1, \dots, v_n) \\ \alpha v \ S = \emptyset : S', T = \emptyset : T' \\ \alpha v \ S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \emptyset : T' \end{cases}$$

Για τον υπολογισμό της υπολειπόμενης ενέργειας, όπως παρατηρούμε χρησιμοποιείται η βοηθητική συνάρτηση $extra(S,T,u)$ όπου τον ορισμό της θα δούμε πιο κάτω (Ορισμός 4.7). Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει το ποσό της ενέργειας που πρέπει επιπρόσθετα να χρησιμοποιηθεί ώστε να ικανοποιηθούν όλα τα αιτήματα της εργασίας T από την προμήθεια S και την αποθήκη $E(r,u,max)$.

Για τον υπολογισμό της υπολειπόμενης ενέργειας υπάρχουν οι πιο κάτω περιπτώσεις:

- 1) Αν $S = NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με NIL
- 2) Αν $T = NIL$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με την προμήθεια S
- 3) Αν $T = C, C \stackrel{def}{=} T'$ τότε το υπόλοιπο υπολογίζεται από το $remS(S,T',u)$
- 4) Αν $S = D, D \stackrel{def}{=} S'$ τότε το υπόλοιπο υπολογίζεται από το $remS(S',T,u)$
- 5) Αν $S = \{(\bar{r},v)\}: S' , T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\}: T_i ,$ και ισχύει η σχέση $u > v_j$ όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\{(\bar{r}, v - \max(0, extra(S', T_j, u - v_j)))\}: remS(S', T_j, u - v_j)$. Αυτό ισχύει γιατί στην περίπτωση όπου έχουμε τη μη ντετερμινιστική επιλογή ενός αθροίσματος από δράσεις ζήτησης, προτιμούμε να ικανοποιούμε την μικρότερη αίτηση ενέργειας ώστε να υπάρχει εξοικονόμηση ενέργειας (από το σημείο 4 του Ορισμού 3.4). Επίσης στη συγκεκριμένη περίπτωση παρατηρούμε ότι το αίτημα μπορεί να ικανοποιηθεί από την αποθήκευση και έτσι να απομείνει ένα ποσό υπολειπόμενης ενέργειας ίσο με $\{(\bar{r}, v - \max(0, extra(S', T_j, u - v_j)))\}$ για την πρώτη μονάδα χρόνου, και στην συνέχεια υπολογίζεται το $remS(S', T_j, u - v_j)$ για την επόμενη μονάδα χρόνου.
- 6) Αν $S = \{(\bar{r},v)\}: S' , T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\}: T_i$ και ισχύει η σχέση $u \leq v_j$ όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u)))\}: remS(S', T_j, 0)$. Η περίπτωση αυτή είναι παρόμοια με την πιο πάνω, με την διαφορά ότι η αποθήκευση δεν μπορεί να ικανοποιήσει ή ικανοποιεί ακριβώς το αίτημα. Έτσι το ποσό της υπολειπόμενης ενέργειας είναι ίσο με $\{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u)))\}$ για την πρώτη μονάδα χρόνου, και στην συνέχεια υπολογίζεται το $remS(S', T_j, 0)$.

- 7) Αν $S = \emptyset : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$ και όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\emptyset : remS(S', T_j, \max(0, u - v_j))$. Στην περίπτωση αυτή το ποσό της υπολειπόμενης ενέργειας είναι ίσο με $\emptyset$, και στη συνέχεια υπολογίζεται το $remS(S', T_j, 0)$ για την επόμενη μονάδα χρόνου.
- 8) Αν $S = \emptyset : S'$ και $T = \emptyset : T'$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\emptyset : remS(S', T', u)$.
- 9) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$ και $T = \emptyset : T'$ τότε το υπόλοιπο είναι ίσο με $\{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T', u)))\} : remS(S', T', u)$. Στην περίπτωση αυτή το ποσό της υπολειπόμενης ενέργειας είναι ίσο με $\{(\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T', u)))\}$, και στη συνέχεια υπολογίζεται το $remS(S', T', u)$ για την επόμενη μονάδα χρόνου.

Ορισμός 4.7

Έστω μια προμήθεια S , μιας αποθήκευση $E(r, u, max)$ και μιας εργασία T , όπου ισχύει η σχέση $S||E \models T$. Ορίζουμε το $extra(S, T, u)$ ως:

$$extra(S, T, u) = \begin{cases} 0 & \text{αν } T = NIL \\ max(extra(S', T', u) - v, 0) & \text{αν } T = \emptyset : T', S = \{(\bar{r}, v)\} : S' \\ extra(NIL, T', u) & \text{αν } T = \emptyset : T', S = NIL \\ extra(S', T', u) & \text{αν } T = \emptyset : T', S = \emptyset : S' \\ extra(S, T', u) & \text{αν } T = C, C \stackrel{def}{=} T \\ extra(S', T, u) & \text{αν } S = D, D \stackrel{def}{=} S' \\ max(v_j - u, 0) + (extra(NIL, T_j, max(u - v_j, 0))) & \text{αν } S = NIL, T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ & v_j = \min(v_1, \dots, v_n) \\ max(v_j - u, 0) + (extra(S', T_j, max(u - v_j, 0))) & \text{αν } S = \emptyset : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ & v_j = \min(v_1, \dots, v_n) \\ v_j + extra(S', T_j, 0) - u - v & \text{αν } S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ & v_j = \min(v_1, \dots, v_n), \\ & extra(S', T_j, max(0, u - v_j)) + v_j \geq u + v \\ 0 & \text{αν } S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ & v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u \geq v_j, \\ & v_j + extra(S', T_j, u - v_j) < u + v \\ 0 & \text{αν } S = \{(\bar{r}, v)\} : S', T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \\ & v_j = \min(v_1, \dots, v_n), u < v_j, \\ & v_j + extra(S', T_j, 0) < u + v \end{cases}$$

Η συνάρτηση $extra(S, T, u)$ επιστρέφει ένα ακέραιο αριθμό που αντιπροσωπεύει το ποσό της ενέργειας που απαιτείται επιπρόσθετα από την προμήθεια, ώστε να ικανοποιηθούν όλα τα αιτήματα.

Για τον υπολογισμό του ποσού της ενέργειας που απαιτείται να ικανοποιηθεί, υπάρχουν οι πιο κάτω περιπτώσεις:

- 1) Αν $T = NIL$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με 0.
- 2) Αν $T = \emptyset : T'$ και $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\max(\text{extra}(S', T', u) - v, 0)$.
- 3) Αν $T = \emptyset : T'$ και $S = NIL$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\text{extra}(NIL, T', u)$.
- 4) Αν $T = C, C \stackrel{\text{def}}{=} T'$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\text{extra}(S, T', u)$.
- 5) Αν $S = D, D \stackrel{\text{def}}{=} S'$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\text{extra}(S', T, u)$.
- 6) Αν $S = NIL$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$ και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\max(v_j - u, 0) + (\text{extra}(NIL, T_j, \max(u - v_j, 0)))$.
- 7) Αν $S = \emptyset : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$ και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$ τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $\max(v_j - u, 0) + (\text{extra}(S', T_j, \max(u - v_j, 0)))$.
- 8) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και ισχύει η σχέση $\text{extra}(S', T_j, \max(0, u - v_j)) + v_j \geq u + v$, όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$, τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με $v_j + \text{extra}(S', T_j, 0) - u - v$. Στην περίπτωση αυτή δεν μπορούν να ικανοποιηθούν όλα τα αιτήματα και έτσι μένει ένα ποσό ενέργειας το οποίο πρέπει να ικανοποιηθεί.
- 9) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και ισχύουν οι σχέσεις $u \geq v_j$ και $v_j + \text{extra}(S', T_j, u - v_j) < u + v$ όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$, τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με 0. Η περίπτωση αυτή είναι όταν το ποσό της αποθηκευμένης ενέργειας και της προμήθειας, μπορούν να ικανοποιήσουν όλα τα αιτήματα και έτσι δεν υπάρχει κάποιο ποσό ενέργειας που να παραμένει ανικανοποίητο.
- 10) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$ και ισχύουν οι σχέσεις $u < v_j$ και $v_j + \text{extra}(S', T_j, 0) < u + v$ όπου $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$, τότε το ποσό της ενέργειας είναι ίσο με 0. Αυτή η περίπτωση είναι παρόμοια με την πιο πάνω, όπου όλα τα αιτήματα ικανοποιούνται.

Παράδειγμα 4.2

Έστω ότι υπάρχουν μια προμήθεια και μια εργασία:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\overline{r}, 20)\}: S$, η οποία προσφέρει 20 μονάδες ενέργειας του πόρου r .
- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 10)\}: NIL + \{(r, 20)\}: NIL$, η οποία ζητά 10 ή 20 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r .

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας, όταν η παροχή είναι μια προμήθεια $SE = S$ και ισχύει η σχέση $SE \models T$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ υπολογίζεται από την διαδικασία $remainderS(S, T)$. Επομένως η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$remainder(SE, T) \stackrel{\text{def}}{=} \{(\overline{r}, 10)\}: S$$

Παράδειγμα 4.3

Έστω ότι υπάρχουν μια εργασία και μια αποθήκευση:

- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 10)\}: \{(r, 20)\}: NIL$, η οποία ζητά 10 μονάδες ενέργειας την πρώτη μονάδα χρόνου και 20 μονάδες ενέργειας την δεύτερη μονάδα χρόνου, από τον πόρο r .
- Η αποθήκευση $E(r, 35, 40)$ που μπορεί να προσφέρει 35 μονάδες ενέργειας πόρου r και έχει χωρητικότητα 40 μονάδες ενέργειας.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας, όταν η παροχή είναι μια αποθήκευση $SE = E$ και ισχύει η σχέση $SE \models T$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ υπολογίζεται από τη διαδικασία $remainderE(E(r, 35, 40), T)$. Επομένως η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$remainder(SE, T) \stackrel{\text{def}}{=} E(r, 5, 40)$$

Παράδειγμα 4.4

Έστω ότι υπάρχουν μια προμήθεια, μια εργασία και μια αποθήκευση:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset: \{(\overline{r}, 2)\}: \{(\overline{r}, 2)\}: S$, οποία προσφέρει 2 μονάδες ενέργειας του πόρου r κατά την δεύτερη και την τρίτη μονάδα χρόνου.
- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\}: \{(r, 3)\}: \{(r, 1)\}: NIL$, η οποία ζητά 2 μονάδες ενέργειας την πρώτη μονάδα χρόνου και 3 μονάδες ενέργειας τη δεύτερη μονάδα χρόνου και 1 μονάδα την τρίτη μονάδα χρόνου από τον πόρο r .
- Η αποθήκευση $E(r, 3, 4)$ που μπορεί να προσφέρει 3 μονάδες ενέργειας πόρου r και έχει χωρητικότητα 4 μονάδες ενέργειας.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας, όταν η παροχή είναι μια παράλληλη σύνθεση μιας προμήθειας μαζί με μια αποθήκη $SE = S||E$ και ισχύει η σχέση $SE \models T$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ υπολογίζεται από τη διαδικασία $remainderSE(S, E(r, 3, 4), T)$. Επομένως η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$remainder(SE, T) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset: \emptyset: \{(\overline{r}, 1)\}: S||E(r, 0, 4)$$

Παράδειγμα 4.5

Έστω ότι υπάρχουν μια προμήθεια, μια εργασία και μια αποθήκευση:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\overline{r}, 3)\}: S$, η οποία προσφέρει 3 μονάδες ενέργειας του πόρου r .
- Η εργασία $T \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\}: \{(r, 4)\}: NIL$, η οποία ζητά 2 μονάδες ενέργειας την πρώτη μονάδα χρόνου και 4 μονάδες ενέργειας τη δεύτερη μονάδα χρόνου από τον πόρο r .
- Η αποθήκευση $E(r, 0, 4)$ που μπορεί να προσφέρει 0 μονάδες ενέργειας πόρου r και έχει χωρητικότητα 4 μονάδες ενέργειας.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας, όταν η παροχή είναι μια παράλληλη σύνθεση μιας προμήθειας μαζί με μια αποθήκη $SE = S||E$ και ισχύει η σχέση $S||E \models T$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ υπολογίζεται από τη διαδικασία $remainderSE(S, E(r, 0, 4), T)$. Επομένως η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$remainder(SE, T) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset: \emptyset: S||E(r, 0, 4)$$

Ορισμός 4.8

Δοθειςών μιας δράσης προμήθειας $a_1 = \{(\bar{r}, v)\}$ και μιας δράσης ζήτησης $a_2 = \{(r, c)\}$ ορίζουμε ως τη διαφορά των δύο δράσεων να είναι ίση με $\beta = a_1 - a_2 = \{(\bar{r}, v - c)\}$.

Με βάση τον πιο πάνω ορισμό μπορούμε να πούμε ότι η διαφορά δύο δράσεων μας δίνει το ποσό της ενέργειας που δεν χρησιμοποιήθηκε από την προμήθεια.

Ορισμός 4.9

Το άθροισμα $\beta = a_1 + a_2$ δύο δράσεων ισούται με:

$$\beta = \begin{cases} \{(\bar{r}, v_1 + v_2)\} & \alpha \vee a_1 = \{(\bar{r}, v_1)\}, a_2 = \{(\bar{r}, v_2)\} \\ \{(r, v_1 + v_2)\} & \alpha \vee a_1 = \{(r, v_1)\}, a_2 = \{(r, v_2)\} \\ a_2 & \alpha \vee a_1 = \emptyset \\ a_1 & \alpha \vee a_2 = \emptyset \end{cases}$$

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος 2 δράσεων υπάρχουν οι ακόλουθες περιπτώσεις:

- Δοθειςών δύο δράσεων προμήθειας $a_1 = \{(\bar{r}, v_1)\}$ και $a_2 = \{(\bar{r}, v_2)\}$, τότε το άθροισμά τους είναι ίσο με $\beta = a_1 + a_2 = \{(\bar{r}, v_1 + v_2)\}$.
- Δοθειςών δύο δράσεων ζήτησης $a_1 = \{(r, v_1)\}$ και $a_2 = \{(r, v_2)\}$, τότε το άθροισμά τους είναι ίσο με $\beta = a_1 + a_2 = \{(r, v_1 + v_2)\}$.
- Αν μία από τις δύο δράσεις είναι ίση με $\emptyset$ τότε το άθροισμα ισούται με την άλλη δράση.

Ορισμός 4.10

Η μέγιστη σχέση μεταβάσεων $\xrightarrow{a}_m$ ορίζεται βάσει του ακόλουθου κανόνα:

$$\boxed{\frac{P \xrightarrow{a} Q}{P \xrightarrow{a}_m Q} \quad \text{αν δεν υπάρχει } P \xrightarrow{\beta} Q', offered(r, \beta) > offered(r, a)}$$

Ο πιο πάνω ορισμός δηλώνει ότι ισχύει η μέγιστη σχέση μεταβάσεων $P \xrightarrow{a}_m P'$ αν $P \xrightarrow{a} P'$ και το a είναι η δράση στην οποία υπάρχει η μεγαλύτερη προσφορά που μπορεί να υπάρξει στο σύστημα για τον πόρο r .

Λήμμα 4.1

Έστω μια προμήθειας S και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Τότε, $remainderS(S, T) \xrightarrow{a'}_m R$ αν και μόνο αν $S \xrightarrow{\beta} S', T \xrightarrow{\alpha} T', T \parallel S \xrightarrow{a \oplus \beta} T' \parallel S'$ και $a' = \beta - a, R = remainderS(S', T')$

Απόδειξη:

Η απόδειξη του λήμματος θα γίνει με επαγωγή και βασίζεται στον Ορισμό 4.3 της υπολειπόμενης ενέργειας $remainderS(S, T)$.

- 1) Το $remainderS(S, T) = NIL \xrightarrow{\emptyset} NIL = R$. Επίσης $S \xrightarrow{\emptyset} NIL$ και για κάθε δράση $T \xrightarrow{a} T'$, αφού $S \models T$, πρέπει να ισχύει ότι $a = \emptyset$. Επομένως $\emptyset = \emptyset - a$ και $R = remainderS(NIL, T')$.

2) Αν $T = NIL$:

Τότε $remainderS(S, T) = S \xrightarrow{a'} R$, $T \xrightarrow{a} NIL$ όπου $a = \emptyset$ και για κάθε δράση $S \xrightarrow{\beta} S'$, $a' = \beta - \emptyset$ και $R = remainderS(S', NIL)$.

3) Αν $T = C, C \stackrel{def}{=} T'$:

Το $remainderS(S, T) = remainderS(S, T')$ και το ζητούμενο ισχύει από την υπόθεση της επαγωγής.

4) Αν $S = D, D \stackrel{def}{=} S'$:

Το $remainderS(S, T) = remainderS(S', T)$ και το ζητούμενο ισχύει από την υπόθεση της επαγωγής.

5) Αν $S = \{(\bar{r}, v)\} : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$. Υπάρχουν 2

περιπτώσεις (Δεν μπορεί το $v < v_j$ γιατί ισχύει η σχέση $S \models T$):

- Όταν $v > v_j$: Το $remainderS(S, T) = \{(\bar{r}, v - v_j)\} : remainderS(S', T_j)$ και επομένως $remainderS(S, T) \xrightarrow{\{(\bar{r}, v - v_j)\}} remainderS(S', T_j)$. Επιπρόσθετα, $S \xrightarrow{\{(\bar{r}, v)\}} S'$, $T \xrightarrow{\{(r, v_j)\}} T_j$ και $a' = \beta - a = \{(\bar{r}, v)\} - \{(r, v_j)\} = \{(\bar{r}, v - v_j)\}$. Επομένως το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $v = v_j$: Το $remainderS(S, T) = \emptyset : remainderS(S', T_j)$ και $remainderS(S, T) \xrightarrow{\emptyset} remainderS(S', T_j)$, $S \xrightarrow{\{(\bar{r}, v)\}} S'$, $T \xrightarrow{\{(r, v_j)\}} T_j$ και $\emptyset = \{(\bar{r}, v)\} - \{(r, v_j)\}$. Επομένως το ζητούμενο έπεται.

6) Αν $S = \gamma : S' , T = \emptyset : T'$

Το $remainderS(S,T) = \gamma : remainderS(S',T')$ και

$remainderS(S,T) \xrightarrow{\gamma} remainder(S',T') , S \xrightarrow{\gamma} S' , T \xrightarrow{\emptyset} T_j$ και $\gamma - \emptyset = \beta - a$.

Επομένως το ζητούμενο έπεται.

Λήμμα 4.2

Έστω μια αποθήκη $E(r,u,max)$ και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Τότε,

$remainderE(E(r,u,max),T) \xrightarrow{a'} R$ αν και μόνο αν $E(r,u,max) \xrightarrow{\beta} E' , T \xrightarrow{a} T' ,$
 $T \parallel E(r,u,max) \xrightarrow{a \oplus \beta} T' \parallel E' , E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma} \rightarrow_m$ και $a' = \gamma - a ,$
 $R = remainderE(E',T')$

Απόδειξη:

Η απόδειξη του λήμματος θα γίνει με επαγωγή και βασίζεται στον Ορισμό 4.4 της υπολειπόμενης ενέργειας $remainderE(E(r,u,max),T) = E(r,notusedE(T,u),max)$.

1) Αν $T = NIL$:

Τότε $remainderE(E(r,u,max),T) = E(r,notusedE(T,u),max) \xrightarrow{a'} R$ και $T \xrightarrow{a} NIL$
 όπου $a = \emptyset$ και $E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma} \rightarrow_m , a' = \gamma - \emptyset$ και
 $R = remainderE(E(r,u,max),NIL)$

2) Αν $u = 0$:

Τότε $remainderE(E(r,u,max),T) = E(r,notusedE(T,0),max) \xrightarrow{a'} R$ και $T \xrightarrow{a} T' ,$
 $E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma} \rightarrow_m , a' = \gamma - a , notusedE(T,0) = 0$ και
 $R = remainderE(E(r,0,max),T')$

3) $\text{Av } T = C, C \stackrel{\text{def}}{=} T :$

Το $\text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T) = \text{remainderE}(E(r, \text{notusedE}(T', u), \text{max}), T')$ και το ζητούμενο ισχύει από την υπόθεση της επαγωγής.

4) $\text{Av } T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i, \text{ και } v_j = \min(v_1, \dots, v_n) :$

Το $\text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T) = E(r, \text{notusedE}(T_j, u - v_j), \text{max})$ και επομένως $\text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T) \xrightarrow{\{(\bar{r}, u - v_j)\}} \text{remainderE}(E(r, u - v_j, \text{max}), T)$.

Επιπρόσθετα $T \xrightarrow{\{(r, v_j)\}} T_j$, $E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\{(\bar{r}, u)\}}_m$, $a' = \{(\bar{r}, u)\} - \{(r, v_j)\} = \{(\bar{r}, u - v_j)\}$ και $\text{notusedE}(T, u) = \text{notusedE}(T_j, u - v_j)$. Επομένως το ζητούμενο έπεται.

5) $\text{Av } T = \emptyset : T' :$

Το $\text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T) = E(r, \text{notusedE}(T', u), \text{max})$ και επομένως $\text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T) \xrightarrow{\{(\bar{r}, u)\}} \text{remainderE}(E(r, u, \text{max}), T')$, $T \xrightarrow{\emptyset} T'$ και $E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\gamma}_m$, $a' = \gamma - \emptyset$ και $\text{notusedE}(T, u) = \text{notusedE}(T', u)$. Επομένως το ζητούμενο έπεται.

Λήμμα 4.3

Έστω μια πρόμήθεια S , μία αποθήκη $E(r, u, \text{max})$ και μια εργασία T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S \models T$. Τότε, $\text{remainderSE}(S, E(r, u, \text{max}), T) \xrightarrow{a}_m R$ αν και μόνο αν

- $S \parallel E(r, u, \text{max}) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r, u', \text{max}) \parallel T'$, όπου $S \parallel E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\beta_1} S' \parallel E(r, u', \text{max})$, $T \xrightarrow{\beta_2} T'$, $\beta = \beta_1 \oplus \beta_2$
- και $S \parallel E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\gamma}_m$, όπου γ είναι η δράση που μπορεί να προσφέρει τη μέγιστη ποσότητα ενέργειας στο σύστημα και $\text{offered}(r, a) = \text{offered}(r, \gamma) - \text{consumed}(r, \beta) - \text{extra}(S', T', u')$

Απόδειξη:

Για την απόδειξη του λήμματος θα βασιστούμε στη σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών EDAUS, καθώς και στον Ορισμό 4.6 του $remainderSE(S, E(r, u, max), T)$. Δοθειςών μιας προμήθειας S , μιας αποθήκης $E(r, u, max)$ και μιας εργασίας T , για τις οποίες ισχύει η σχέση $S || E \models T$ τότε:

1) Αν $T = NIL$:

Ισχύει ότι $remainderSE(S, E(r, u, max), NIL) = S || E(r, u, max)$

Επομένως ισχύει ότι $remainderSE(S, E(r, u, max), NIL) \xrightarrow{a}_m R$ αν και μόνο αν

$S || E(r, u, max) \xrightarrow{a}_m R$ και προφανώς

$offered(r, a) = offered(r, a) - consumed(r, \emptyset) - extra(S', NIL, u)$, άρα το ζητούμενο έπεται.

2) Αν $S = NIL$ και $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$. Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

- Όταν $u \geq v_j$

Ισχύει $remainderSE(NIL, E(r, u, max), T) = NIL || E(r, notusedE(T_j, u - v_j), max)$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(NIL, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$:

Αν $NIL || E(r, u, max) || T \xrightarrow{\beta} NIL || E(r, u', max) || T_j$, όπου

$consumed(r, \beta) = v_j$, $S || E(r, u, max) \xrightarrow{\gamma}_m$ και η συνάρτηση $extra(S, T, u)$

δεν καλείται αφού το $S = NIL$.

Τότε $offered(r, a) = u - v_j$, άρα το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $u < v_j$

Ουσιαστικά αυτή η περίπτωση δεν μπορεί να υπάρξει γιατί ισχύει $S || E \models T$

Έτσι ισχύει $remainderSE(NIL, E(r, u, max), T) = NIL || E(r, 0, max)$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(NIL, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$:

Αν $NIL \parallel E(r,u,max) \parallel T \xrightarrow{\beta} NIL \parallel E(r,0,max) \parallel T_j$, όπου $consumed(r,\beta) = v_j$ αφού ισχύει $S \parallel E \models T$, $S \parallel E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma}_m$ και η συνάρτηση $extra(S,T,u)$ δεν καλείται αφού το $S = NIL$.
Τότε το $offered(r,a) = 0$ γιατί το $u < v_j$ και το $notusedE(T,u) = 0$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

3) Αν $T = C, C \stackrel{def}{=} T'$:

Ισχύει ότι $remainderSE(S,E(r,u,max),T) = remS(S,T',u) \parallel E(r,notusedE(T',u),max)$ και το ζητούμενο προκύπτει από την υπόθεση της επαγωγής.

4) Αν $S = D, D \stackrel{def}{=} S'$:

Ισχύει ότι $remainderSE(S,E(r,u,max),T) = remS(S',T,u) \parallel E(r,notusedE(T,u),max)$ και το ζητούμενο προκύπτει από την υπόθεση της επαγωγής.

5) Αν $S = \{(\bar{r},v)\} : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r,v_i)\} : T_i$, και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$. Υπάρχουν 3 περιπτώσεις:

- Όταν $u > v_j$: Τότε το

$$remainderSE(S,E(r,u,max),T) = \{(\bar{r}, v - \max(o, extra(S', T_j, u - v_j)))\} : remS(S', T_j, u - v_j) \parallel E(r, notused(T_j, u - v_j), max)$$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(S,E(r,u,max),T) \xrightarrow{a}_m R$, όπου

$$a = \{(\bar{r}, v - \max(o, extra(S', T_j, u - v_j)))\} + \{(\bar{r}, u - v_j)\} \text{ (το } \{(\bar{r}, u - v_j)\} \text{ είναι}$$

η ποσότητα της ενέργειας που παραμένει στην αποθήκη μετά την ικανοποίηση του αιτήματος) και

$$R = remS(S', T_j, u - v_j) \parallel E(r, notused(T_j, u - v_j), max) :$$

Αν $S \parallel E(r,u,max) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r,u - v_j, max) \parallel T_j$, όπου

$$consumed(r,\beta) = v_j, S \parallel E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma}_m \text{ όπου } \gamma = \{(\bar{r}, u + v)\} \text{ και ισχύει}$$

$$extra(S', T_j, u - v_j)$$

Τότε $offered(r, a) = u + v - v_j - extra(S', T_j, u - v_j)$, όμως το $extra(S', T_j, u - v_j)$ μπορεί να είναι αρνητικό και έτσι το $offered(r, a) = u + v - v_j - \max(0, extra(S', T_j, u - v_j))$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $u = v_j$:

Τότε το
 $remainderSE(S, E(r, u, max), T) = \{(\bar{r}, \max(o, v - extra(S', T_j, 0))) : remS(S', T_j, 0) \parallel E(r, 0, max)\}$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(S, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$, όπου $a = \{(\bar{r}, \max(o, v - extra(S', T_j, 0)))\}$ και $R = remS(S', T_j, 0) \parallel E(r, 0, max)$:

Αν $S \parallel E(r, u, max) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r, u - v_j, max) \parallel T_j$, όπου $consumed(r, \beta) = v_j$, $S \parallel E(r, u, max) \xrightarrow{\gamma}_m$ όπου $\gamma = \{(\bar{r}, u + v)\}$ και ισχύει $extra(S', T_j, 0)$

Τότε $offered(r, a) = u + v - v_j - extra(S', T_j, 0)$, όμως το $v - extra(S', T_j, 0)$ μπορεί να είναι αρνητικό και το $u - v_j = 0$ έτσι το $offered(r, a) = \max(0, v - extra(S', T_j, 0))$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $u < v_j$

Τότε το
 $remainderSE(S, E(r, u, max), T) = \{(\bar{r}, \max(o, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u))) : remS(S', T_j, 0) \parallel E(r, 0, max)\}$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(S, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$, όπου $a = \{(\bar{r}, \max(o, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u)))\}$ και $R = remS(S', T_j, 0) \parallel E(r, 0, max)$:

Αν $S \parallel E(r, u, max) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r, u - v_j, max) \parallel T_j$, όπου $consumed(r, \beta) = v_j$, $S \parallel E(r, u, max) \xrightarrow{\gamma}_m$ όπου $\gamma = \{(\bar{r}, u + v)\}$ και ισχύει $extra(S', T_j, 0)$

Τότε $offered(r, a) = u + v - v_j - extra(S', T_j, 0) = v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u)$
 όμως το αποτέλεσμα μπορεί να είναι αρνητικό, έτσι το
 $offered(r, a) = \max(0, v - extra(S', T_j, 0) - (v_j - u))$. Άρα το ζητούμενο
 έπεται.

6) Αν $T = \emptyset : T'$. Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

- Όταν $S = \{\bar{r}, v\} : S'$:

Τότε το
 $remainderSE(S, E(r, u, max), T) = \{\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T_j, u))\} : remS(S', T', u)$
 $\parallel E(r, notused(T', u), max)$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(S, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$, όπου
 $a = \{\bar{r}, \max(0, v - extra(S', T_j, u))\} + \{\bar{r}, u\}$ (το $\{\bar{r}, u\}$ είναι η ποσότητα
 της ενέργειας που παραμένει στην αποθήκη) και
 $R = remS(S', T', u) \parallel E(r, notused(T', u), max)$:

Αν $S \parallel E(r, u, max) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r, u, max) \parallel T'$, όπου $consumed(r, \beta) = 0$

$S \parallel E(r, u, max) \xrightarrow{\gamma}_m$, όπου $\gamma = \{\bar{r}, u + v\}$ και ισχύει $extra(S', T', u)$

Τότε $offered(r, a) = u + v - 0 - extra(S', T', u)$, όμως το $v - extra(S', T', u)$
 μπορεί να είναι αρνητικό και το
 $offered(r, a) = \max(0, v - extra(S', T', u)) + u$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $S = \emptyset : S'$:

Τότε το
 $remainderSE(S, E(r, u, max), T) = \emptyset : remS(S', T', u) \parallel E(r, notused(T', u), max)$

Επομένως ισχύει το $remainderSE(S, E(r, u, max), T) \xrightarrow{a}_m R$, όπου
 $a = \emptyset + \{\bar{r}, u\}$ (το $\{\bar{r}, u\}$ είναι η ποσότητα της ενέργειας που παραμένει
 στην αποθήκη) και $R = remS(S', T', u) \parallel E(r, notused(T', u), max)$:

Αν $S \parallel E(r, u, max) \parallel T \xrightarrow{\beta} S' \parallel E(r, u, max) \parallel T'$, όπου $consumed(r, \beta) = 0$

$S \parallel E(r, u, max) \xrightarrow{\gamma}_m$ όπου $\gamma = \{\bar{r}, u\}$ και η συνάρτηση $extra(S, T, u)$ δεν
 καλείται αφού το $S = \emptyset : S'$.

Τότε $offered(r, a) = u - 0 = u$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

7) Αν $S = \emptyset : S'$, $T = \sum_{i=1}^n \{(r, v_i)\} : T_i$, και $v_j = \min(v_1, \dots, v_n)$. Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

- Όταν $u \leq v_j$:

Τότε το $\text{remainderSE}(S, E(r, u, \text{max}), T) = \emptyset : \text{remS}(S', T_j, \emptyset) \parallel E(r, \emptyset, \text{max})$

Επομένως ισχύει το $\text{remainderSE}(S, E(r, u, \text{max}), T) \xrightarrow{a} R$, όπου $a = \emptyset$ και $R = \text{remS}(S', T_j, \emptyset) \parallel E(r, \emptyset, \text{max})$:

Αν $S \parallel E(r, u, \text{max}) \parallel T \xrightarrow{\beta} \text{NIL} \parallel E(r, \emptyset, \text{max}) \parallel T_j$, όπου $\text{consumed}(r, \beta) = v_j$ αφού ισχύει $S \parallel E \models T$, $S \parallel E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\gamma} R$ και η συνάρτηση $\text{extra}(S, T, u)$ δεν καλείται αφού το $S = \emptyset : S'$.

Τότε το $\text{offered}(r, a) = 0$ γιατί το $u \leq v_j$ και το $\text{notusedE}(T, u) = 0$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

- Όταν $u > v_j$:

Τότε $\text{remainderSE}(S, E(r, u, \text{max}), T) = \emptyset : \text{remS}(S', T_j, u - v_j) \parallel E(r, \text{notusedE}(T_j, u - v_j), \text{max})$

Επομένως ισχύει το $\text{remainderSE}(S, E(r, u, \text{max}), T) \xrightarrow{a} R$, όπου $a = \emptyset + \{(\bar{r}, u - v_j)\}$ και

$R = \text{remS}(S', T_j, u - v_j) \parallel E(r, \text{notusedE}(T_j, u - v_j), \text{max})$:

Αν $S \parallel E(r, u, \text{max}) \parallel T \xrightarrow{\beta} \text{NIL} \parallel E(r, u - v_j, \text{max}) \parallel T_j$, όπου $\text{consumed}(r, \beta) = v_j$, $S \parallel E(r, u, \text{max}) \xrightarrow{\gamma} R$ και η συνάρτηση $\text{extra}(S, T, u)$ δεν καλείται αφού το $S = \emptyset : S'$.

Τότε το $\text{offered}(r, a) = u - v_j$ γιατί το $u > v_j$. Άρα το ζητούμενο έπεται.

4.4 Ταυτόχρονη εξυπηρέτηση δύο εργασιών

Στο σημείο αυτό θα αποδείξουμε ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία T_1 και η υπολειπόμενη τους ενέργεια μια εργασία T_2 , τότε το σύνολο αυτό μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί.

Αυτό το αποτέλεσμα, μας προσφέρει τη δυνατότητα δημιουργίας ενός δυναμικού αλγορίθμου χρονοπρογραμματισμού εργασιών. Συγκεκριμένα, αν έχουμε ένα σύστημα το οποίο προσφέρει μια παροχή ενέργειας SE , σε ένα σύνολο εργασιών A , τότε με την άφιξη μιας καινούριας διεργασίας, T , στο σύστημα, δεν είναι απαραίτητο να ελέγξουμε κατά πόσο η παροχή είναι σε θέση να χρονοπρογραμματίσει το σύνολο $A \cup \{T\}$. Αντί αυτού, μπορούμε να ελέγξουμε κατά πόσο η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ είναι σε θέση να χρονοπρογραμματίσει την εργασία T .

Θεώρημα 4.1

Έστω ότι $SE \models T_1$ και $remainder(SE, T_1) \models T_2$. Τότε $SE \models T_1 || T_2$.

Το θεώρημα αυτό δηλώνει ότι αν μια παροχή SE χρονοπρογραμματίζει την εργασία T_1 , και το υπόλοιπο της παροχής αυτής $remainder(SE, T)$ χρονοπρογραμματίζει την εργασία T_2 , τότε η παροχή SE μπορεί να χρονοπρογραμματίσει παράλληλα τις εργασίες T_1 , και T_2 .

Απόδειξη

Για να ισχύει η σχέση $SE \models T_1 || T_2$ πρέπει να δείξουμε ότι για κάθε $SE \parallel T_1 \parallel T_2 \xrightarrow{a} SE' \parallel T_1' \parallel T_2'$ πρέπει να ισχύει $a'' \cap R = \emptyset$.

Η παροχή SE μπορεί να είναι είτε μια προμήθεια S , είτε μια αποθήκη E , είτε μια παράλληλη σύνθεση των δύο $S || E$. Έτσι υπάρχουν 3 περιπτώσεις για τις οποίες πρέπει να δείξουμε ότι ισχύει:

1) Περίπτωση $SE = S$

Έστω ότι $S \parallel T_1 \parallel T_2 \xrightarrow{a} S' \parallel T_1' \parallel T_2'$. Θέλουμε να δείξουμε ότι $a'' \cap R = \emptyset$. Από τη σημασιολογία έχουμε ότι $a = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3$ όπου $S \xrightarrow{a_1} S'$, $T_1 \xrightarrow{a_2} T_1'$ και $T_2 \xrightarrow{a_3} T_2'$. Έστω $a_1 = \{(\bar{r}, v)\}$, $a_2 = \{(r, k_1)\}$ και $a_3 = \{(r, k_2)\}$. Αρχικά παρατηρούμε ότι τόσο το k_1 όσο και το k_2 πρέπει να είναι οι ελάχιστες απαιτήσεις των T_1 και T_2 σε πόρους.

Επιπλέον, αφού $S \models T_1$, τότε $v \geq k_1$. Από το Λήμμα 4.1 γνωρίζουμε ότι ισχύει το $remainder(S, T) \xrightarrow{a'} R$ όπου $a' = \{(\bar{r}, v)\} - \{(r, k_1)\} = \{(\bar{r}, v - k_1)\}$. Επιπρόσθετα γνωρίζουμε (δεδομένο θεωρήματος) ότι $remainder(SE, T_1) \models T_2$, άρα $offered(r, a') \geq k_2 \Leftrightarrow v - k_1 \geq k_2 \Leftrightarrow v \geq k_1 + k_2$. Επομένως η προμήθεια μπορεί να ικανοποιήσει και τις δύο εργασίες μαζί. Άρα ισχύει ότι $a'' \cap R = \emptyset$ και $S \models T_1 \parallel T_2$.

2) Περίπτωση $SE = E$

Έστω ότι $E(r, u, max) \parallel T_1 \parallel T_2 \xrightarrow{a} E(r, u', max) \parallel T_1' \parallel T_2'$. Θέλουμε να δείξουμε ότι $a'' \cap R = \emptyset$. Από τη σημασιολογία έχουμε ότι $a = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3$ όπου $E(r, u, max) \xrightarrow{a_1} E(r, u', max)$, $T_1 \xrightarrow{a_2} T_1'$ και $T_2 \xrightarrow{a_3} T_2'$. Έστω $a_1 = \{(\bar{r}, u)\}$, $a_2 = \{(r, k_1)\}$ και $a_3 = \{(r, k_2)\}$. Αρχικά παρατηρούμε ότι τόσο το k_1 όσο και το k_2 πρέπει να είναι οι ελάχιστες απαιτήσεις των T_1 και T_2 σε πόρους.

Επιπλέον, αφού $E \models T_1$, τότε $u \geq k_1$. Από το λήμμα 4.2 γνωρίζουμε ότι ισχύει το $remainder(E(E(r, u, max), T) \xrightarrow{a'} R$ όπου $a' = \{(\bar{r}, u)\} - \{(r, k_1)\} = \{(\bar{r}, u - k_1)\}$. Επιπρόσθετα γνωρίζουμε (δεδομένο θεωρήματος) ότι $remainder(SE, T_1) \models T_2$, άρα αν $a_3 = \{(r, k_3)\}$ τότε $offered(r, a') \geq k_2 \Leftrightarrow u - k_1 \geq k_2 \Leftrightarrow u \geq k_1 + k_2$. Επομένως η αποθήκη μπορεί να ικανοποιήσει και τις δύο εργασίες μαζί. Άρα ισχύει ότι $a'' \cap R = \emptyset$ και $E \models T_1 \parallel T_2$.

3) Περίπτωση $SE = S||E$

Έστω ότι $S || E(r,u,max) || T_1 || T_2 \xrightarrow{a} S' || E(r,u',max) || T_1' || T_2'$. Θέλουμε να δείξουμε ότι $a'' \cap R = \emptyset$. Από τη σημασιολογία έχουμε ότι $a = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$ όπου $S \xrightarrow{a_1} S'$, $E(r,u,max) \xrightarrow{a_2} E(r,u',max)$, $T_1 \xrightarrow{a_3} T_1'$ και $T_2 \xrightarrow{a_4} T_2'$.

Έστω $a_1 = \{(\bar{r}, v)\}$, $a_2 = \{(\bar{r}, u)\}$, $a_3 = \{(r, k_1)\}$ και $a_4 = \{(r, k_2)\}$. Αρχικά παρατηρούμε ότι τόσο το k_1 όσο και το k_2 πρέπει να είναι οι ελάχιστες απαιτήσεις των T_1 και T_2 σε πόρους.

Επιπλέον, αφού $S||E| = T_1$, τότε $u + v \geq k_1$. Από το λήμμα 4.3 γνωρίζουμε ότι

ισχύσει το $remainderSE(S, E(r,u,max), T) \xrightarrow{a'} \rightarrow_m R$ αν

$S || E(r,u,max) || T \xrightarrow{\beta} S' || E(r,u',max) || T'$, $S || E(r,u,max) \xrightarrow{\gamma} \rightarrow_m$ και

$$offered(r, a') = offered(r, \gamma) - consumed(r, \beta) - extra(S', T', u') \Leftrightarrow$$

$offered(r, a') = u + v - k_1 - extra(S'', T_1', u'')$. Επιπρόσθετα γνωρίζουμε (δεδομένο θεωρήματος) ότι $remainder(SE, T_1) = T_2$, άρα αν $a_3 = \{(r, k_3)\}$ τότε

$$offered(r, a') \geq k_2 \Leftrightarrow u + v - k_1 - extra(S'', T_1', u'') \geq k_2 \Leftrightarrow$$

$u + v \geq k_1 + k_2 + extra(S'', T_1', u'')$. Επομένως η παροχή μπορεί να ικανοποιήσει και

τις δύο εργασίες μαζί. Άρα ισχύει ότι $a'' \cap R = \emptyset$ και $E = T_1 || T_2$.

Παράδειγμα 4.6

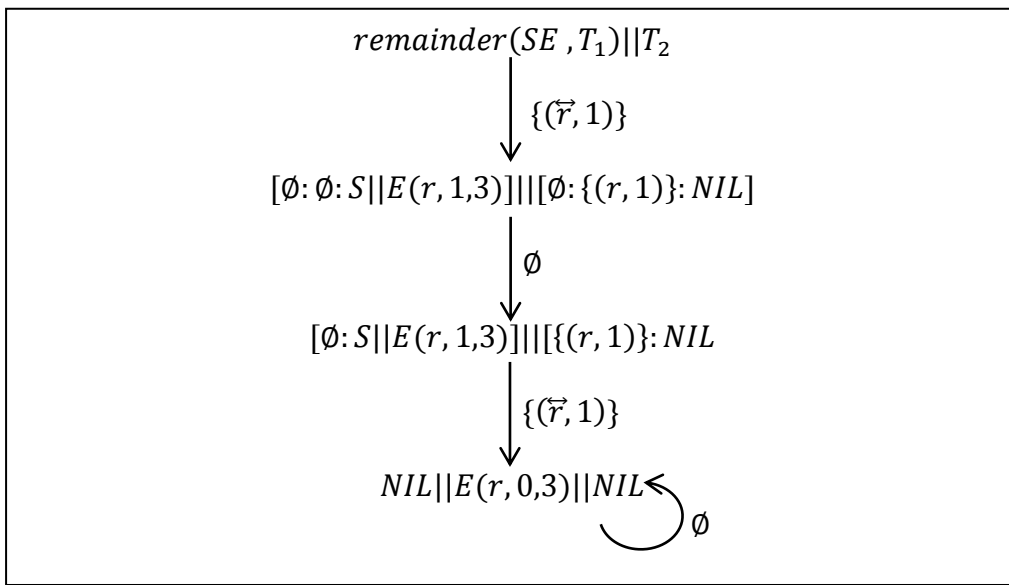
Έστω ότι υπάρχουν μια προμήθεια, δύο εργασίες και μια αποθήκευση:

- Η προμήθεια $S \stackrel{\text{def}}{=} \{(\bar{r}, 4)\} : \{(\bar{r}, 2)\} : \{(\bar{r}, 1)\} : NIL$, η οποία προσφέρει 4 μονάδες ενέργειας του πόρου r την πρώτη μονάδα χρόνου, 2 μονάδες ενέργειας τη δεύτερη μονάδα χρόνου και 1 μονάδα ενέργειας την τρίτη μονάδα χρόνου.
- Η εργασία $T_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 2)\} : \{(r, 1)\} : \{(r, 3)\} : NIL$, η οποία ζητά 2 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r την πρώτη μονάδα χρόνου και 1 μονάδα ενέργειας τη δεύτερη μονάδα χρόνου και 3 μονάδες ενέργειας την τρίτη μονάδα χρόνου.
- Η εργασία $T_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{(r, 1)\} : \emptyset : \{(r, 1)\} : NIL$, η οποία ζητά 1 μονάδες ενέργειας από τον πόρο r την πρώτη μονάδα χρόνου και 1 μονάδα ενέργειας την τρίτη μονάδα χρόνου.
- Η αποθήκευση $E(r, 1, 3)$ που μπορεί να προσφέρει 1 μονάδα ενέργειας πόρου r και έχει χωρητικότητα 3 μονάδες ενέργειας.

Σύμφωνα με τον Ορισμό 4.2 της υπολειπόμενης ενέργειας, όταν η παροχή είναι μια παράλληλη σύνθεση μιας προμήθειας μαζί με μια αποθήκη $SE = S||E$ και ισχύει η σχέση $SE \models T_1$, τότε η υπολειπόμενη ενέργεια $remainder(SE, T)$ υπολογίζεται από την διαδικασία $remainderSE(S, E(r, 1, 3), T_1)$. Επομένως η υπολειπόμενη ενέργεια είναι ίση με:

$$remainder(SE, T_1) \stackrel{\text{def}}{=} \{(\vec{r}, 2)\} : \emptyset : \emptyset : NIL || E(r, 0, 3)$$

Αν έχω την παράλληλη σύνθεση $remainder(SE, T_1) || T_2$ τότε το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει είναι το ακόλουθο (Σχήμα 4.1):

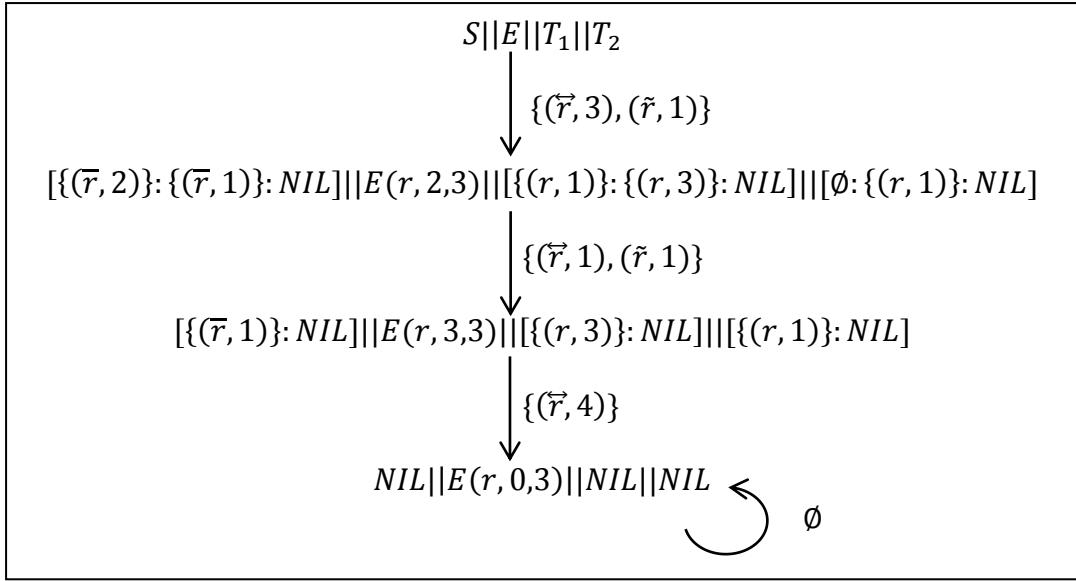


Σχήμα 4.1: Σύστημα Μεταβάσεων $remainder(SE, T_1) || T_2$

Επομένως ισχύει ότι $remainder(SE, T_1) \models T_2$, αφού δεν υπάρχουν αιτήματα ανικανοποίητα.

Από το Θεώρημα 4.1 γνωρίζουμε ότι αν $SE \models T_1$ και $remainder(SE, T_1) \models T_2$ τότε ισχύει ότι $SE \models T_1 || T_2$. Για να το διαπιστώσουμε μέσα και από το παράδειγμα μας θα σχεδιάσουμε το σύστημα μεταβάσεων $S || E || T_1 || T_2$.

Το σύστημα μεταβάσεων που προκύπτει από την παράλληλη σύνθεση $S || E || T_1 || T_2$ είναι το ακόλουθο (Σχήμα 4.2) :



Σχήμα 4.2: Σύστημα Μεταβάσεων $S||E||T_1||T_2$

Αφού δεν υπάρχουν αιτήματα ανικανοποίητα στις δράσεις που προκύπτουν στο σύστημα μεταβάσεων της παράλληλης σύνθεσης $S||E||T_1||T_2$, τότε ισχύει η σχέση $SE \models T_1||T_2$.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα	64
5.2 Μελλοντικές εργασίες	66

5.1 Συμπεράσματα

Η χρήση των ανανεώσιμων πηγών στα συστήματα παραγωγής ενέργειας, έχει αυξηθεί στις μέρες μας. Όμως οι ανανεώσιμες πηγές παρουσιάζουν διακυμάνσεις στην ποσότητα ενέργειας που παράγουν ανάλογα με τα καιρικά φαινόμενα που επικρατούν. Έτσι με την χρήση αποθηκευτικών μονάδων μπορεί να λυθεί το πρόβλημα, αφού σε περιόδους μεγαλύτερης παραγωγής, από την ζητούμενη, η ενέργεια θα αποθηκεύεται και θα χρησιμοποιείται σε περιόδους με χαμηλότερη παραγωγή.

Εμείς μέσα από την διπλωματική εργασία αυτή θέλαμε να μοντελοποιήσουμε συστήματα παροχής ενέργειας τα οποία έχουν την δυνατότητα της αποθήκευσης ενέργειας, αλλά και της διαχείρισης της με τον πιο αποδοτικό τρόπο. Ένας τρόπος μοντελοποίησης συστημάτων πραγματικού χρόνου, που μας προσφέρει η επιστήμη της πληροφορικής, είναι οι άλγεβρες διεργασιών.

Έτσι αναπτύξαμε μια χρονική άλγεβρα διεργασιών, την EDAUS, η οποία μοντελοποιεί την ζήτηση, προμήθεια και αποθήκευση ενέργειας, η οποία μας δίνει όλα τα οφέλη που μπορεί να μας δώσει η αποθήκευση ενέργειας.

Η EDAUS, πιο συγκεκριμένα μπορεί να περιγράψει αιτήσεις ενέργειας που γίνονται από διάφορες εργασίες, καθώς και τη διαδικασία ικανοποίησης τους μέσα από την ίδια την προμήθεια ή όταν αυτό δεν είναι δυνατό, μέσα από την αποθήκευση.

Η μοντελοποίηση της αποθήκης ήταν αρκετά δύσκολη, γιατί μπορεί να συμπεριφερθεί σαν ζήτηση, αποθηκεύοντας έτσι την ενέργεια που δεν χρησιμοποιήθηκε κατά την εκτέλεση του συστήματος, αλλά και σαν προμήθεια, προσφέροντας ενέργεια στο σύστημα όταν αυτό είναι αναγκαίο. Πιο συγκεκριμένα το πρόβλημα που αντιμετωπίσαμε ήταν στην σημασιολογία της άλγεβρας διεργασιών, στο σημείο όπου έπρεπε να οριστεί η δράση που μπορεί να προκύψει από την παράλληλη εκτέλεση των δύο δράσεων. Για να λύσουμε το πρόβλημα προσθέσαμε την ενέργεια της ζήτησης αποθήκευσης.

Επίσης δώσαμε τον ορισμό του χρονοπρογραμματισμού, όπου δηλώνει πότε μια διεργασία μπορεί να χρονοπρογραμματιστεί από ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες. Ενώ στην συνέχεια δώσαμε τον ορισμό της υπολειπόμενης ενέργειας, όπου για τον υπολογισμό της ορίσαμε μια αρκετά περίπλοκη διαδικασία. Η δυσκολία που αντιμετωπίσαμε στον ορισμό της υπολειπόμενης ενέργειας ήταν ότι για τον υπολογισμό της ενέργειας που απέμενε από την προμήθεια έπρεπε να γνωρίζουμε πόση ενέργεια θα χρειαζόταν μελλοντικά στο σύστημα. Το πρόβλημα αυτό το λύσαμε χρησιμοποιώντας βοηθητικές συναρτήσεις.

Τέλος αποδείξαμε ότι αν ένα σύνολο από προμήθειες και αποθήκες μπορεί να χρονοπρογραμματίσει μια εργασία και η υπολειπόμενη τους ενέργεια μια άλλη, τότε το σύνολο αυτό μπορεί να χρονοπρογραμματίσει και τις δύο εργασίες μαζί. Για την απόδειξη του θεωρήματος αυτού αντιμετωπίσαμε αρκετές δυσκολίες λόγω του περίπλοκου ορισμού της υπολειπόμενης ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα αναγκαστήκαμε να αλλάξουμε τον αρχικό ορισμό της υπολειπόμενης ενέργειας, που είχαμε δώσει, ώστε να μην χρειάζεται να ολοκληρωθεί ολόκληρη η διαδικασία του remainder για να γνωρίζουμε την υπολειπόμενη ενέργεια για κάθε χρονική στιγμή.

Η απόδειξη του πιο πάνω θεωρήματος είναι πάρα πολύ σημαντική αφού αν στο σύστημα παρουσιαστεί μια νέα εργασία τότε δεν θα χρειαστεί να ελεγχθεί ολόκληρο το σύστημα από την αρχή για να δούμε αν είναι χρονοπρογραμματίσιμη και η νέα εργασία, αλλά θα μπορούσε η εργασία αυτή να συγκριθεί με την υπολειπόμενη ενέργεια του συστήματος.

5.2 Μελλοντικές εργασίες

Υπάρχουν αρκετές κατευθύνσεις στις οποίες θα μπορούσε να επεκταθεί η διπλωματική εργασία αυτή. Αρχικά θα μπορούσε να γίνει ο υπολογισμός της υπολειπόμενης ενέργειας για συστήματα με περισσότερους από ένα πόρους. Επίσης θα μπορούσε να προστεθεί η έννοια της προτεραιότητας, όπως υπάρχει στην άλγεβρα διεργασιών AESC.

Ακόμα θα μπορούσε να προστεθεί η έννοια του κόστους. Δηλαδή κάθε μονάδα ενέργειας που μπορεί να προσφέρει ένας πόρος να κοστίζει ένα ποσό χρημάτων και όταν καταναλώνεται από κάποια εργασία τότε η εργασία αυτή να χρεώνεται. Επιπλέον για κάθε εργασία θα μπορούσε να υπάρχει ένας προϋπολογισμός, ο οποίος να ξοδεύεται με βάση τα αιτήματα της τα οποία ικανοποιούνται.

Τέλος θα μπορούσε να ενταχθεί η έννοια του συνεχόμενου χρόνου, όπου με αυτό τον τρόπο η μοντελοποίηση ενός συστήματος παροχής ενέργειας θα ήταν πιο ρεαλιστική, αφού οι αιτήσεις θα μπορούσαν να εμφανίζονταν σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, έχοντας αυθαίρετα μικρό χρόνο ανάμεσα στις εμφανίσεις τους. Επιπρόσθετα, όσον αφορά το χρόνο θα μπορούσε να εισαχθούν νέοι τελεστές που θα χειρίζονται την διάρκεια των δράσεων, αφού τώρα για να έχει διάρκεια μια δράση την επαναλαμβάνουμε, γιατί κάθε δράση συνδέεται με μια μονάδα χρόνου. Όμως αυτό δεν είναι ικανοποιητικό.

Βιβλιογραφία

- [1] I. Lee, P. Bremond-Gregoire, and R. Gerber, “A process algebraic approach to the specification and analysis of resource-bound real-time systems”, in Proceeding of the IEEE, 1994, pp.158-171
- [2] A. Philippou, I. Lee, and O. Sokolsky, “A process algebraic framework for modeling resource demand and supply”, in: Proceedings of FORMATS’10, in: LNCS, vol. 6246, 2010, pp. 183-197
- [3] Milner R., “Communication and Concurrency”, Prentice Hall, London, 1989
- [4] A. Philippou, I. Lee, and O. Sokolsky, “PADS: An approach to modeling resource demand and supply for the formal analysis of hierarchical scheduling”, Theoretical Computer Science, vol.413, no1, pp.2-20, 2011
- [5] I. Lee, A. Philippou, and O. Sokolsky, “Process Algebraic modeling and analysis of power-aware real-time systems”, Computing and Control Engineering Journal, vol. 13, Issue 4, 2002, pp.180-188
- [6] Α. Φιλίππου, Διάλεξη: “Άλγεβρες Διεργασιών”, Σημειώσεις μαθήματος “Ανάλυση και Επαλήθευση Συστημάτων” ΕΠΛ664, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Γενάρης 2012
- [7] Ο. Ντένα, Π. Σαρρή, “Έλεγχος στρεφόμενης αποθήκης ενέργειας”, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Ιούλιος 2011, Online Available: http://vivliothmmy.ee.auth.gr/1181/1/Elegxos_Strefomenis_Apothikis_Energeias.pdf

- [8] Α. Σαγάνη, "Η Ανάγκη Αποθήκευσης Ενέργειας -Μέθοδοι Αποθήκευσης και Εφαρμογές", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2009, Online Available:
http://dspace.lib.ntua.gr/bitstream/123456789/3757/3/sagania_energystorage.pdf
- [9] Φ. Ιωάννου, "AESC: Μια άλγεβρα διεργασιών για την μοντελοποίηση και ανάλυση συστημάτων διαχείρισης πόρων", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Μάιος 2012
- [10] Γ. Χατζηβασιλειάδης, "Τεχνολογίες Αποθήκευσης Ηλεκτρικής Ενέργειας για τα Νησιωτικά Συστήματα", Online Available:
http://library.tee.gr/digital/m2385/m2385_hatzivasiliadis.pdf