

Ατομική Διπλωματική Εργασία

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΜΑΘΗΣΗΣ ΘΕΩΡΙΩΝ ΕΠΙΧΗΡΙΜΑΤΟΛΟΓΙΑΣ

Ελένη Ματσάγγου

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2012

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μέθοδοι εκμάθησης θεωριών επιχειρηματολογίας

Ελένη Ματσάγγου

Επιβλέπων Καθηγητής

Γιάννης Δημόπουλος

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Κύπρου

Μάιος 2012

Ευχαριστίες

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον επιβλέποντα καθηγητή μου Δρ. Γιάννη Δημόπουλο για την καθοδήγηση και βοήθεια που μου πρόσφερε στα πλαίσια εκπλήρωσης της διπλωματικής μου εργασίας.

Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου που με στήριξαν στα τέσσερα χρόνια σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο Κύπρου, και κυρίως που παρά τις οποιεσδήποτε δυσκολίες μου έδωσαν την ευκαιρία να φτάσω μέχρι εδώ.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές μου, και ειδικότερα τους: Αργυρώ Κυριάκου, Μαριάννα Χριστοφόρου, Γιάννα Λοΐζου, Γαβριέλα Κουπετίδου και Νίκη Κουππή, για την σημαντική βοήθεια και στήριξη που μου πρόσφεραν τα τέσσερα τελευταία χρόνια.

Εύχομαι σε όλους και στον κάθε ένα ξεχωριστά κάθε επαγγελματική και προσωπική ευτυχία.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με διάφορες μεθόδους εκμάθησης θεωριών επιχειρηματολογίας. Σε γενικές γραμμές ασχολείται με την εύρεση διαφόρων αλγορίθμων όσο αφορά την εκμάθηση θεωριών επιχειρηματολογίας, την υλοποίηση τους και την εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων μέσα από την εκτέλεση κάποιων πειραμάτων. Για να γίνει όμως αυτό εφικτό πρώτα θα έπρεπε να γίνει η κατανόηση των βασικών εννοιών που θα χρησιμοποιούσαμε. Αυτό έγινε εφικτό μέσα από την μελέτη διαφόρων άρθρων σχετικά με το θέμα που ασχολείται η παρούσα μελέτη.

Ο στόχος της εργασίας έχει πραγματοποιηθεί σε τέσσερα επιμέρους κομμάτια.

Αρχικά είχαμε να σκεφτούμε και να υλοποιήσουμε τους αλγορίθμους για τα τέσσερα επιμέρους θέματα. Στην πρώτη φάση είχαμε να σκεφτούμε πως θα μπορούσαν να υπολογίζονται όλες οι ευσταθείς επεκτάσεις μιας θεωρίας. Ακολούθως είχαμε να προτείνουμε ένα αλγόριθμο ο οποίος να δέχεται ως είσοδο ένα αριθμό από ευσταθείς επεκτάσεις και να υπολογίζει την ελάχιστη θεωρία. Με τον όρο ελάχιστη θεωρία εννοούμε την θεωρία με τις λιγότερες ακμές που να μας ικανοποιεί. Στην συνέχεια είχα να σκεφτούμε ένα αλγόριθμο ο οποίος να δέχεται ένα σύνολο από επιχειρήματα και να βρίσκει πιθανές ευσταθείς επεκτάσεις και θεωρία που να ικανοποιεί τις ευσταθείς επεκτάσεις που θα προέκυπταν. Αυτό θα έπρεπε να επιλυθεί με μόνο μια κλήση του SAT Solver Precosat. Στο τελευταίο σημείο μας ανατέθηκε να βρούμε ένα τρόπο με τον οποίο να υπολογίζεται θεωρία η οποία να έχει κάποιες δοθείσες ευσταθείς επεκτάσεις μόνο και καμία άλλη επιπρόσθετη ευσταθή επέκταση.

Αφού πρώτα βρέθηκαν οι αλγόριθμοι οι οποίοι θα χρησιμοποιούνταν προχωρήσαμε στην υλοποίηση, όπου μετά από υποδείξει του επιβλέποντα καθηγητή έγινε χρήση κάποιον SAT Solver. Συγκεκριμένα έγινε χρήση του Precosat και Minisat+.

Αφού έγινε η υλοποίηση προχωρήσαμε σε κάποια πειράματα τα οποία μας βοήθησαν να καταλήξουμε σε κάποια συμπεράσματα. Σε γενικές γραμμές τα πειράματα τα οποία πραγματοποιήσαμε έχουν να κάνουν περισσότερο με χρόνους εκτέλεσης

ανάλογα με τον αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων που θα δημιουργούνταν, και των αριθμό των επιχειρημάτων τον οποίο θα υπήρχαν.

Σε γενικές γραμμές επίσης θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο SAT Solver Precosat είναι πιο αποδοτικός από τον Minisat+, καθώς επίσης ότι οι χρόνοι εκτέλεσης εξαρτώνται τόσο από τον αριθμό των επιχειρημάτων μιας θεωρίας όσο και από τον αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων.

Η υλοποίηση έγινε στην γλώσσα προγραμματισμού C.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας.....	1
1.2	Δομή της Διπλωματικής εργασίας.....	1
Κεφάλαιο 2	Επιχειρηματολογία	3
2.1	Τι είναι επιχειρηματολογία	3
2.2	Αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας αλά Dung.	6
2.3	Αποδεκτά επιχειρήματα με βάση τις επεκτάσεις.	9
2.4	Παραδεκτά επιχειρήματα με βάση τις ετικέτες	17
Κεφάλαιο 3	Αλγόριθμοι Εκμάθησης.....	29
3.1	Υπολογισμός όλων των ευσταθών επεκτάσεων μιας θεωρίας.....	29
3.2	Υπολογισμός ελάχιστης θεωρίας.....	35
3.3	Υπολογισμός ευσταθών επεκτάσεων και θεωρίας δοθέντος ενός συνόλου επιχειρημάτων.....	38
3.4	Υπολογισμός θεωρίας με μοναδικές ευσταθείς επεκτάσεις	47
Κεφάλαιο 4	Σύστημα Υλοποίησης και πειράματα	56
4.1	Μέρος 1.....	56
4.2	Μέρος 2.....	61
4.3	Μέρος 3.....	70
4.4	Μέρος 4.....	75
Κεφάλαιο 5	Συμπεράσματα.....	81
5.1	Συμπεράσματα υλοποίησης	81
5.2	Μελλοντικές επεκτάσεις.....	86
Βιβλιογραφία		87

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1	Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας.....	1
1.2	Δομή της Διπλωματικής εργασίας.....	1

1.1 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη μεθόδων εκμάθησης θεωριών επιχειρηματολογίας. Μέσα από την μελέτη διαφόρων άρθρων αρχικά θα γίνει κατανόηση των βασικών εννοιών που θα χρησιμοποιηθούν μετέπειτα. Στόχος ήταν η δημιουργία αλγορίθμων εκμάθησης και κατόπιν η υλοποίηση τους. Οι αλγόριθμοι που μελετήθηκαν έχουν την βάση τους στην έννοια των ευσταθών επεκτάσεων. Επίσης θα πρέπει να γίνουν κάποια πειράματα έτσι ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή κάποιων συμπερασμών για τους συγκεκριμένους αλγορίθμους και τους Solver που θα χρησιμοποιηθούν.

Η παρούσα διπλωματική εργασία μελετά θέματα τα οποία αφορούν στον μεγαλύτερο βαθμό τις ευσταθείς επεκτάσεις και την παραγωγή θεωριών που προκύπτουν από αυτές.

1.2 Δομή της Διπλωματικής εργασίας

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η θεωρία για τα συστήματα επιχειρηματολογίας καθώς και κάποια επεξηγηματικά παραδείγματα για κάποιες σημαντικές έννοιες στην επιχειρηματολογία. Στην συνέχεια και το κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι στους οποίους καταλήξαμε κατόπιν μελέτης και οι οποίοι έχουν υλοποιηθεί σε κατοπινό στάδιο. Όσον αφορά το κεφάλαιο 4 περιγράφεται το σύστημα υλοποίησης καθώς και κάποια πειράματα τα οποία έχουμε κάνει. Τέλος στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα- συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε καθώς

επίσης και κάποιες μελλοντικές επεκτάσεις οι οποίες θα μπορούσαν να γίνουν στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Κεφάλαιο 2

Επιχειρηματολογία

2.1 Τι είναι επιχειρηματολογία	3
2.2 Αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας αλά Dung.	6
2.3 Αποδεκτά επιχειρήματα με βάση τις επεκτάσεις.	9
2.4 Παραδεκτά επιχειρήματα με βάση τις ετικέτες	17

2.1 Τι είναι επιχειρηματολογία

Βασικό χαρακτηριστικό της επιχειρηματολογίας είναι τα επιχειρήματα. Γι' αυτό αρχή θα κάνουμε με το να ορίσουμε τι είναι επιχείρημα. Το επιχείρημα είναι μια προσπάθεια να πείσεις κάποιον για κάτι, δίνοντας λόγους και αποδείξεις, από τα οποία θα μπορεί να εξαχθεί ως συμπέρασμα αυτό που λες. Η δομή των επιχειρημάτων στην φυσική γλώσσα είναι αυτή των προτάσεων. Είναι επίσης μια διαδικασία του συλλογισμού.

Κατ' επέκταση επιχειρηματολογία είναι η γλώσσα η οποία επηρεάζει τον δέκτη, δηλαδή η γλώσσα η οποία με επιχειρήματα και τεκμήρια υποστηρίζει μια θέση με απώτερο στόχο την μεταβολή της γνώμης του αποδέκτη απέναντι στο υπό συζήτηση πρόβλημα. Έτσι θα μπορούσε να πει κανείς ότι η επιχειρηματολογία είναι εκείνο το μέρος του λόγου το οποίο προσπαθεί να προωθήσει την αποδοχή μιας θέσης. Επιπρόσθετα είναι η διεπιστημονική μελέτη του πως οι άνθρωποι μπορούν να φθάσουν σε συμπεράσματα μέσα από τη λογική σκέψη.

Η επιχειρηματολογία αποτελεί ένα βασικό συστατικό της ανθρώπινης νοημοσύνης. Η ικανότητα του ανθρώπου να ασχολείται με επιχειρήματα είναι ουσιώδης και σημαντική γιατί τον βοηθούν ακόμη και στην καθημερινότητα του. Για παράδειγμα του προσφέρει βοήθεια στο να καταλάβει νέα προβλήματα, να διευκρινίζει και να

δικαιολογεί τις απόψεις του. Επιπρόσθετα η επιχειρηματολογία είναι μια δυνατή μέθοδος για επίλυση προβλημάτων.

Η επιχειρηματολογία βασίζεται στην ανταλλαγή και την αξιοποίηση της αλληλεπίδρασης των επιχειρημάτων τα οποία παρουσιάζουν κάποιες πληροφορίες και ειδικότερα πεποιθήσεις και στόχους. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση κάποιων πτυχών συλλογισμού, διαλόγων. Μπορεί να εφαρμοστεί σε μια πλειάδα από επιστημονικούς κλάδους καθώς επίσης και στα δικαστήρια, αφού στις δίκες προετοιμάζονται και παρουσιάζονται διάφορα επιχειρήματα προκειμένου να πειστεί ο δικαστής, ότι αυτός που επιχειρηματολογεί έχει δίκαιο. Σκοπός κάθε είδους επιχειρηματολογίας είναι ο επηρεασμός του αποδέκτη, και ενδεχομένως η ώθηση του σε κάποια ενέργεια. Αυτή η τέχνη και επιστήμη είναι ένας τρόπος με τον οποίο οι άνθρωποι προστατεύουν τις πεποιθήσεις και τα ενδιαφέροντα τους. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η έννοια της επιχειρηματολογίας εισέρχεται από πολύ νωρίς στα σχολεία και θεωρείται βασική έννοια που πρέπει να γνωρίζουν τα παιδιά από το δημοτικό.

Ας δούμε ένα απλό παράδειγμα (παράδειγμα 2.1) επιχειρηματολογίας μεταξύ 3 ατόμων .

Παράδειγμα κατανόησης 2.1

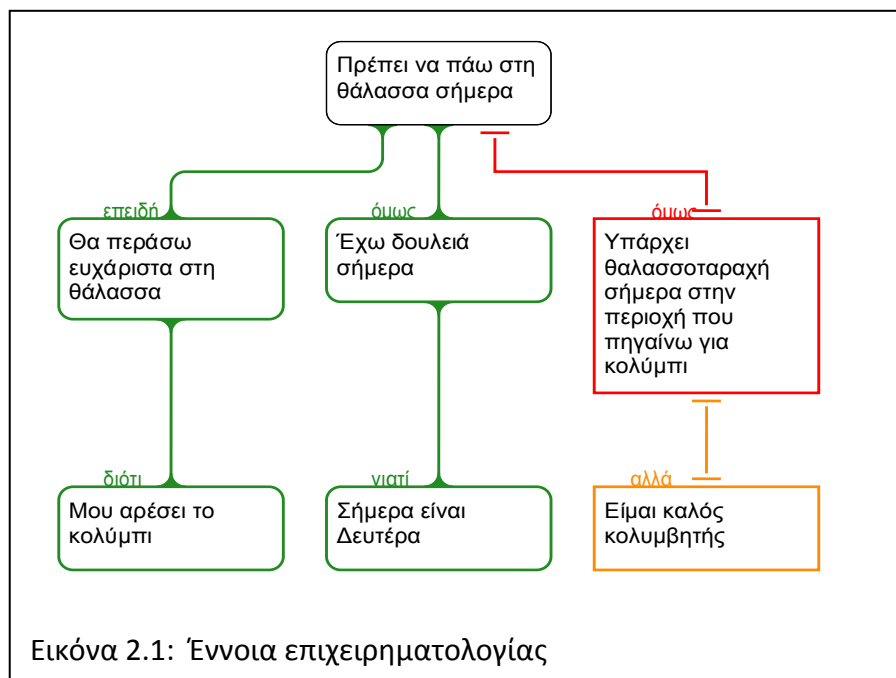
A: Ο Γιώργος θα πάει για ψάρεμα γιατί είναι Κυριακή.

B: Ο Γιώργος δεν θα πάει για ψάρεμα επειδή είναι τα γενέθλια της μητέρας του.

Γ: Η μητέρα του απουσιάζει σε διακοπές.

Ο A ,B και Γ που είναι τα άτομα που επιχειρηματολογούν ονομάζονται πράκτορες(agents) και αυτά που λένε είναι τα επιχειρήματα. Επίσης λέμε ότι ο B επιτίθεται στον A καθώς αρνείται την υποστήριξη του επιχειρήματος του A. Ο Γ με το επιχείρημα του στηρίζει τον A και επιτίθεται στον B, υποστηρίζοντας έτσι την ίδια άποψη με τον A.

Πιο κάτω παρουσιάζεται μια εικόνα μέσα από την οποία θα μπορέσει να γίνει πιο κατανοητή η έννοια της επιχειρηματολογίας.



Στην πιο πάνω εικόνα (εικόνα 2.1), υπάρχει το αρχικό επιχείρημα το οποίο είναι το «Πρέπει να πάω θάλασσα σήμερα». Ο πράκτορας ενισχύει το επιχείρημα αυτό λέγοντας ότι πρέπει να πάει θάλασσα σήμερα γιατί θα περάσει ευχάριστα. Το επιχείρημα αυτό ακολούθως ενισχύεται με το επιχείρημα ότι θα περάσει ευχάριστα διότι του αρέσει το κολύμπι. Με αυτό τον τρόπο το επιχείρημα «Μου αρέσει το κολύμπι», υπερασπίζεται τα δύο άλλα επιχειρήματα που προαναφέρθηκαν.

Από την άλλη πλευρά όμως ένα άλλο επιχείρημα εναντιώνεται στο αρχικό επιχείρημα λέγοντας ότι δεν πρέπει να πάει σήμερα θάλασσα γιατί έχει δουλειά. Στην συνέχεια ένα άλλο επιχείρημα υπερασπίζεται το επιχείρημα ότι έχει δουλειά, λέγοντας ότι σήμερα είναι Δευτέρα. Με αυτό τον τρόπο το επιχείρημα αυτό καταφέρνει να υποστηρίξει το επιχείρημα «Έχω δουλειά σήμερα» και να εναντιωθεί στο επιχείρημα «Σήμερα πρέπει να πάω θάλασσα».

Στην Τρίτη και τελευταία περίπτωση το επιχείρημα λέει «Υπάρχει θαλασσοταραχή σήμερα στην περιοχή που πηγαίνω για κολύμπι» και έτσι εναντιώνεται στο αρχικό επιχείρημα το οποίο λέει ότι «Σήμερα πρέπει να πάω θάλασσα» υποστηρίζοντας ότι

δεν πρέπει να πάει σήμερα θάλασσα. Από την άλλη όμως το επιχείρημα «Είμαι καλός κολυμβητής», υπερασπίζεται το επιχείρημα ότι «Πρέπει σήμερα να πάω θάλασσα» και εναντιώνεται στο επιχείρημα που λέει ότι δεν πρέπει να πάει θάλασσα γιατί υπάρχει θαλασσοταραχή στην περιοχή που πηγαίνει για κολύμπι.

Στην περίπτωση αυτή ο κάθε πράκτορας εκφράζει την γνώμη του μέσα από τα επιχειρήματα τα οποία παρουσιάζει και προσπαθεί να πείσει τους υπόλοιπους πράκτορες αν πρέπει να πάει ή όχι σήμερα στην θάλασσα.

2.2 Αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας αλά Dung.

Το αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας (argumentation frameworks, AF, εισήχθη από τον επιστήμονα Phan Minh Dung[5] (Καθηγητή επιστήμης της πληροφορικής στο τεχνολογικό ινστιτούτο της Ασίας. Η επιχειρηματολογία είναι ένα από τα πεδία στα οποία ασχολείται) .

Σύστημα επιχειρηματολογίας σύμφωνα με τον Dung ορίζεται ως ένα ζεύγος $\langle AR, \text{επιθέσεις} \rangle$ όπου το AR αναπαριστά ένα σύνολο επιχειρημάτων και η επίθεση αναπαριστά μια δυαδική σχέση επίθεσης πάνω στο AR. Λέμε ότι A επιτίθεται, διαψεύδει το B αν και μόνο εάν $(A, B) \in \text{επιθέσεις}$. ($\text{επιθέσεις} \subseteq AR \times AR$).

Για δύο επιχειρήματα A και B το νόημα της σχέσης επίθεση(A, B), είναι ότι ο A επιτίθεται ενάντια στον B. Με άλλα λόγια ο A διαψεύδει τον B.

Το σύστημα επιχειρηματολογίας μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένας κατευθυνόμενος γράφος, στον οποίο κάθε επιχείρημα αναπαριστάτε ως ένας κόμβος και κάθε σχέση επίθεσης ή αλλιώς διάψευσης αναπαριστάτε ως μια κατευθυνόμενη ακμή. Μια ακμή με κατεύθυνση από αυτό που κάνει την επίθεση σε αυτό τον οποίο την δέχεται. Ο κατευθυνόμενος γράφος ή το αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί, αναπαριστά μια θεωρία.

Ας χρησιμοποιήσουμε το παράδειγμα 2.1 που αναφερθήκαμε προηγουμένως, και να προσπαθήσουμε να κάνουμε την αναπαράσταση με ένα κατευθυνόμενο γράφο.

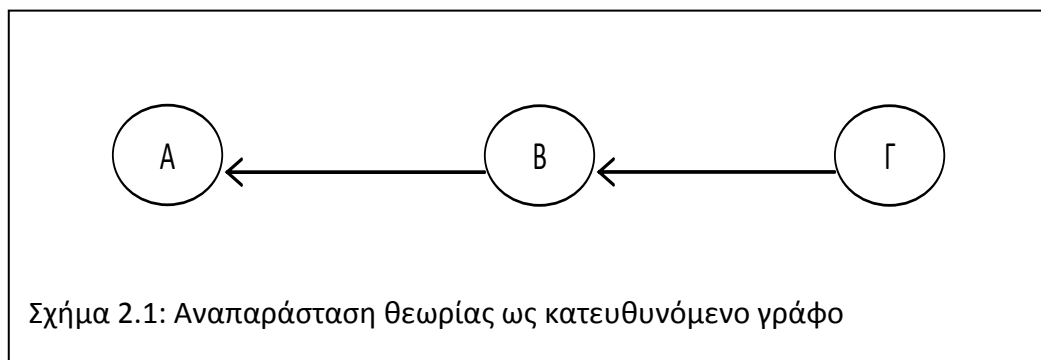
Παράδειγμα κατανόησης 2.2

A: Ο Γιώργος θα πάει για ψάρεμα γιατί είναι Κυριακή.

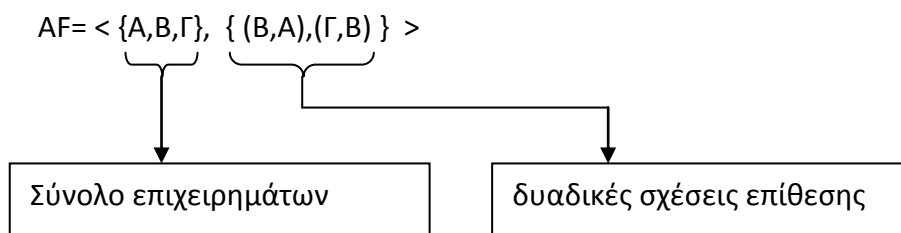
B: Ο Γιώργος δεν θα πάει για ψάρεμα επειδή είναι τα γενέθλια της μητέρας του.

Γ: Η μητέρα του απουσιάζει σε διακοπές.

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε τρεις πράκτορες. Άρα ο γράφος μας θα έχει τρεις κόμβους. Οι σχέσεις επίθεσης φαίνονται με κατευθυνόμενες ακμές στο σχήμα 2.1.



Το αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας το οποίο αντιστοιχεί στον πιο πάνω γράφο τους σχήματος 2.1 είναι:



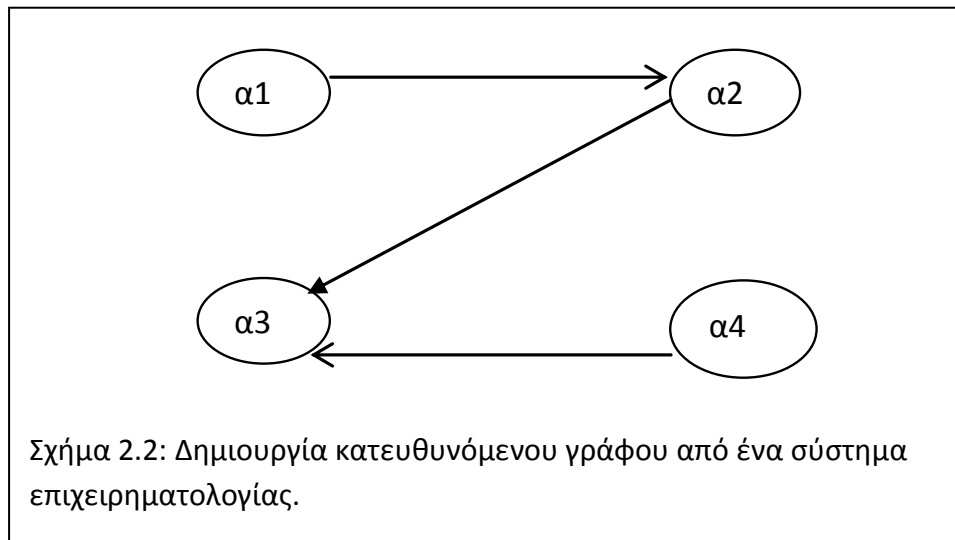
Τώρα ας δούμε ένα παράδειγμα (παράδειγμα 2.3) στο οποίο δίνεται το αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας και πρέπει να δημιουργηθεί ο κατευθυνόμενος γράφος.

Παράδειγμα κατανόησης 2.3

Έστω ότι: $AF = \langle \{a1, a2, a3, a4\}, \{(a2, a3), (a4, a3), (a1, a2)\} \rangle$

Βλέπουμε ότι έχουμε τέσσερα επιχειρήματα, που αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε τέσσερις κόμβοι στον γράφο μας. Επίσης τρεις δυαδικές σχέσεις επίθεσης και άρα θα υπάρχουν τρεις κατευθυνόμενες ακμές.

Ο κατευθυνόμενος γράφος ο οποίος αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο σύστημα επιχειρηματολογίας είναι αυτός στο σχήμα 2.2.



Σε αυτό το σημείο προκύπτει ένα ερώτημα. Ποια επιχειρήματα θα είναι αποδεκτά για την συγκεκριμένη θεωρία. Αποδεκτό (acceptable) είναι ένα επιχείρημα το οποίο μπορεί να ισχύει ακόμη και μετά από τις επιθέσεις που δέχεται. Υπάρχουν δύο τρόποι για να καθορίσουμε ένα ή περισσότερα σύνολα επιχειρημάτων που είναι αποδεκτά. Αυτά τα σύνολα ονομάζονται επεκτάσεις (extensions). Οι δύο τρόποι με τους οποίους μπορούμε να εργαστούμε είναι:

1. Με βάση τις επεκτάσεις (argument based semantics or semantics)[5]
2. Με βάση τις ετικέτες (labelling)[2]

Σε επόμενα υποκεφάλαια θα δούμε παραδείγματα κατανόησης για την κάθε περίπτωση ξεχωριστά.

2.3 Αποδεκτά επιχειρήματα με βάση τις επεκτάσεις.

Σε αυτό το σημείο θα εξηγήσουμε κάποιους βασικούς ορισμούς για την κατανόηση των όσων θα ακολουθήσουν.

Απουσία συγκρούσεων στο σύνολο-(Conflict-free set)

Ένα σύνολο επιχειρημάτων S έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων, (δηλαδή δεν περιέχει συγκρούσεις), εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει κανένα επιχείρημα A και B μέσα στο S τέτοιο ώστε το A να επιτίθεται, να διαψεύδει το B αλλά ούτε και το B να επιτίθεται, να διαψεύδει το A . Με άλλα λόγια μέσα στο σύνολο να μην περιέχονται επιχειρήματα στα οποία να υπάρχει οποιαδήποτε σχέση επίθεσης μεταξύ τους.

Παράδειγμα κατανόησης 2.4

Ας πάρουμε το παράδειγμα 2.3 που ήταν το εξής:

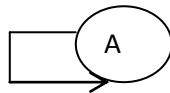
$AF = \langle \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, \{(a_2, a_3), (a_4, a_3), (a_1, a_2)\} \rangle$

Έστω δύο τυχαία σύνολα πάνω στο σύνολο επιχειρημάτων $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, και καλούμαστε να αποφανθούμε εάν το κάθε ένα σύνολο έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων, δηλαδή να δούμε εάν υπάρχουν συγκρούσεις μέσα στο σύνολο.

1. $\{a_1, a_2, a_4\}$ Δεν έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων το συγκεκριμένο σύνολο γιατί εμπεριέχονται τα επιχειρήματα a_1 και a_2 . Παρατηρούμε από το σύστημα επιχειρηματολογίας (AF) που μας δίνεται ότι μεταξύ του a_1 και a_2 υπάρχει σχέση επίθεσης. Άρα δεν μπορεί να περιέχεται μέσα σε ένα σύνολο που θα έχει την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης και το a_1 και το a_2 .
2. $\{a_2, a_4\}$ Το συγκεκριμένο σύνολο έχει την ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων γιατί δεν υπάρχει μέσα στο σύνολο κάποιο επιχείρημα τέτοιο ώστε να επιτίθεται σε κάποιο άλλο επιχείρημα μέσα στο σύνολο. Δεν ορίζεται σχέση

επίθεσης μεταξύ κάποιων από τα επιχειρήματα του συνόλου, που στην προκειμένη περίπτωση είναι τα a_2, a_4 .

Σημείωση 2.1:



Σε αυτή την αναπαράσταση βλέπουμε να υπάρχει μόνο ένα επιχείρημα το οποίο επιτίθεται στον εαυτό του. Σε αυτή την περίπτωση το σύνολο $\{a\}$ δεν ικανοποιεί την ιδιότητα μη-συγκρούσης μιας και επιτίθεται στον εαυτό του.

Αποδεκτό επιχείρημα -(Acceptable argument)

Έστω ένα σύνολο επιχειρημάτων S . Ένα επιχείρημα το οποίο $A \in AR$ (όπου AR το σύνολο επιχειρημάτων όπως το ορίσαμε στο αφηρημένο σύστημα επιχειρηματολογίας αλλά Dung) είναι αποδεκτό σε σχέση με το S εάν και μόνο εάν κάθε επιχείρημα $B \in AR$: εάν το B επιτίθεται στο A , τότε το B δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα του S . Δηλαδή δέχεται υπεράσπιση το επιχείρημα A .

Παράδειγμα κατανόησης 2.5

Έστω $AF = \langle \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, \{(a_2, a_3), (a_4, a_3), (a_1, a_2), (a_1, a_4), (a_4, a_1)\} \rangle$ και ας προσπαθήσουμε να βρούμε ένα επιχείρημα το οποίο να είναι αποδεκτό σε σχέση με ένα σύνολο επιχειρημάτων S . Έστω ότι $S = \{a_1, a_3\}$

Ένα επιχείρημα το οποίο είναι αποδεκτό σε σχέση με το S είναι το a_3 . Αυτό γιατί το a_2 επιτίθεται στο a_3 , όμως το a_1 επιτίθεται στο a_2 , υπερασπίζοντας έτσι το a_3 .

Έστω $AF = \langle \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, \{(a_2, a_3), (a_4, a_3), (a_1, a_2), (a_4, a_1)\} \rangle$ και ας προσπαθήσουμε να βρούμε ένα επιχείρημα το οποίο να είναι αποδεκτό σε σχέση με ένα σύνολο επιχειρημάτων S . Έστω ότι $S = \{a_1, a_3\}$.

Ένα επιχείρημα το οποίο δεν είναι αποδεκτό σε σχέση με το S , σε αυτό το παράδειγμα είναι το α_1 . Αυτό γιατί υπάρχει κάποιο επιχείρημα το οποίο επιτίθεται στο α_1 και συγκεκριμένα το α_4 , αλλά δεν υπάρχει κάποιο επιχείρημα το οποίο να επιτίθεται στο α_4 , δηλαδή να στηρίζει το α_1 .

Παραδεκτό σύνολο-(Admissible set)

Ένα σύνολο επιχειρημάτων S είναι παραδεκτό εάν ικανοποιεί την ιδιότητα μη-σύγκρουσης (conflict-free) και εάν και μόνο εάν κάθε επιχείρημα στο S είναι αποδεκτό (acceptable) σε σχέση με το S . Με άλλα λόγια ένα σύνολο $E \in AR$ είναι παραδεκτό εάν δεν υπάρχουν συγκρούσεις στο σύνολο και υπερασπίζεται όλα του τα επιχειρήματα. Το κενό σύνολο $\emptyset$ είναι παραδεκτό για κάθε σύστημα επιχειρηματολογίας γιατί είναι απαλλαγμένο από συγκρούσεις και εξ ορισμού υπερασπίζεται όλα του τα επιχειρήματα, που στην ουσία δεν υπάρχουν.

Παράδειγμα κατανόησης 2.6

Έστω $AF = \langle \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, \{(a_2, a_3), (a_4, a_3), (a_1, a_2), (a_1, a_4), (a_4, a_1), (a_3, a_4)\} \rangle$ και ας προσπαθήσουμε να βρούμε ένα σύνολο το οποίο να είναι παραδεκτό (admissible) και ένα σύνολο το οποίο να μην είναι παραδεκτό.

Το σύνολο $\{a_1, a_3\}$ είναι παραδεκτό γιατί όλα τα στοιχεία του συνόλου είναι αποδεκτά και δεν υπάρχουν ούτε συγκρούσεις μέσα σε αυτό.

Το σύνολο $\{a_3, a_2\}$ δεν είναι παραδεκτό γιατί δεν είναι κάθε επιχείρημα του συνόλου αποδεκτό. Επίσης δεν ισχύει η ιδιότητα μη-σύγκρουσης γιατί το a_2 επιτίθεται στο a_3 .

Στο σημείο αυτό θα δούμε τις τέσσερις βασικές επεκτάσεις (extensions) οι οποίες είναι οι εξής:

1. Ευσταθής επέκταση (Stable extensions)
2. Προτιμώμενη επέκταση (Preferred extensions)
3. Πλήρης επέκταση (Complete extensions)
4. Στηριγμένη επέκταση (Grounded extensions)

1. Ευσταθής επέκταση (Stable extensions)

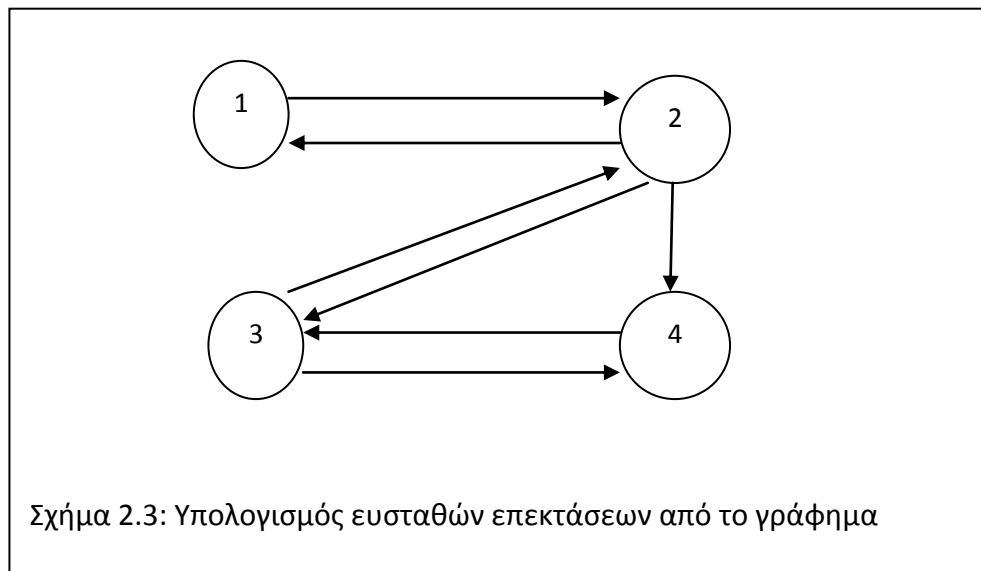
Ένα σύνολο επιχειρημάτων S ονομάζεται ευσταθής επέκταση εάν έχει τις δύο πιο κάτω ιδιότητες:

1. Ιδιότητα απουσία συγκρούσεων στο σύνολο (conflict-free)
2. Ιδιότητα συλλογικής άμυνας (collective defence). Το S να επιτίθεται σε κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει μέσα σε αυτό. (κάποιο από τα επιχειρήματα του S να επιτίθεται σε κάποιο επιχείρημα που δεν ανήκει στο S . Δεν πρέπει να υπάρχει επιχείρημα που να μην ανήκει στο S και να μην δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα που ανήκει μέσα στο S).

Μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία ευσταθείς επεκτάσεις για μια θεωρία αλλά και να μην υπάρχει καμία.

Παράδειγμα κατανόησης 2.6

Έστω ότι μας δίνεται το γράφημα του σχήματος 2.3 και πρέπει να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις τις οποίες έχει η θεωρία που αναπαριστά.



Οι ευσταθείς επεκτάσεις για την θεωρία του σχήματος 2.3 είναι οι εξής: $\{1,4\}$, $\{1, 3\}$, $\{2\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.6

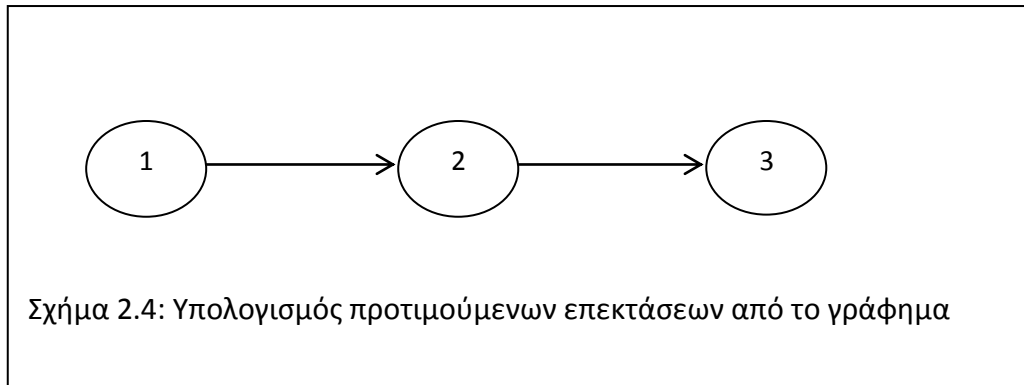
Το σύνολο $\{1, 4\}$ αποτελεί ευσταθή επέκταση γιατί αρχικά ικανοποιεί την ιδιότητα μη-σύγκρουσης, (δεν επιτίθεται το 1 στο 4 ή το 4 στο 2). Επίσης το 1 επιτίθεται στο 2 και το 4 επιτίθεται στο 3. Με αυτό τον τρόπο τα στοιχεία του συνόλου μας, επιτίθενται σε όλα τα επιχειρήματα που δεν ανήκουν στο σύνολο ικανοποιώντας την ιδιότητα της συλλογικής άμυνας. Έτσι δεν παραβιάζεται καμία ιδιότητα από τις δύο ιδιότητες που προαναφέραμε. Τη στιγμή για παράδειγμα που το 1 επιτίθεται στο 2, και αποφασίσαμε να συμπεριλάβουμε το 1 στην ευσταθή επέκταση τότε αυτόματα αποκλείεται η περίπτωση εισαγωγής του 2 στο σύνολο. Το 4 επιτίθεται στο 3. Άρα από την στιγμή που αποφασίστηκε να συμπεριληφθεί το 4 μέσα στο σύνολο αποκλείεται η εισαγωγή του 3. Ίδια επεξήγηση και για το σύνολο $\{1,3\}$. Το σύνολο $\{2\}$ αποτελεί ευσταθή επέκταση γιατί τηρά την ιδιότητα της μη-σύγκρουσης, και επιτίθεται σε όλα τα άλλα επιχειρήματα (εκτός από τον εαυτό του). Ένα σύνολο το οποίο θα μπορούσαμε να πούμε ότι δεν αποτελεί ευσταθή επέκταση είναι το $\{3,4\}$. Εκτός από το γεγονός ότι δεν ικανοποιεί την ιδιότητα μη-σύγκρουσης στο συγκεκριμένο σύνολο, υπάρχουν επιχειρήματα τα οποία δεν ανήκουν στο σύνολο και δεν δέχονται επίθεση από επιχειρήματα που ανήκουν στο σύνολο, όπως για παράδειγμα το 1. Σε αυτή την περίπτωση παραβιάζονται και οι δύο ιδιότητες της ευσταθείς επέκτασης. Αξιοσημείωτο είναι το ότι αρκεί να μην ισχύει έστω μια από τις δύο ιδιότητες (απουσίας σύγκρουσης και συλλογικής άμυνας) για να μην αποτελεί ένα σύνολο ευσταθή επέκταση.

2. Προτιμώμενη επέκταση (Preferred extensions)

Προτιμώμενη επέκταση ενός αφηρημένου συστήματος επιχειρηματολογίας (AF) είναι το μέγιστο παραδεκτό σύνολο του συστήματος επιχειρηματολογίας. Έχει το πλεονέκτημα ότι πάντα θα υπάρχει τουλάχιστον ένα σύνολο που θα είναι προτιμώμενη επέκταση. Αυτό γιατί υπάρχει και το κενό σύνολο το οποίο είναι παραδεκτό.

Παράδειγμα κατανόησης 2.7

Έστω ότι μας δίνεται το πιο κάτω γράφημα του σχήματος 2.4 και πρέπει να βρούμε τις προτιμώμενες επεκτάσεις.



Προτιμώμενη επέκταση για την θεωρία του σχήματος 2.4: $\{1, 3\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.7

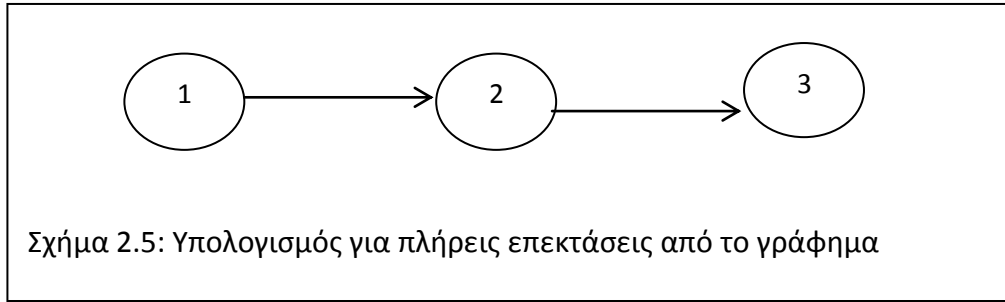
Το σύνολο $\{3\}$ είναι παραδεκτό. Επίσης και το σύνολο $\{1, 3\}$ είναι παραδεκτό γιατί το 3 υπερασπίζεται το 1. Το σύνολο $\{2\}$ καθώς και το σύνολο $\{1\}$ δεν είναι παραδεκτά γιατί δεν υπερασπίζονται τον εαυτό τους. Έτσι παίρνουμε το μεγαλύτερο παραδεκτό(admissible) σύνολο που είναι το $\{1, 3\}$.

3. Πλήρης επέκταση (Complete extensions)

Ένα σύνολο επιχειρημάτων S που είναι παραδεκτό ονομάζεται πλήρης επέκταση εάν και μόνο εάν κάθε επιχείρημα το οποίο ανήκει στο S είναι αποδεκτό σε σχέση με το S . Δηλαδή με άλλα λόγια είναι ένα σύνολο που είναι σε θέση να υπερασπιστεί τον εαυτό του και περιλαμβάνει όλα τα επιχειρήματα που υπερασπίζει.

Παράδειγμα κατανόησης 2.8

Έστω ότι μας δίνεται το πιο κάτω γράφημα του σχήματος 2.5 και πρέπει να βρούμε πλήρεις επεκτάσεις.



Πλήρης επέκταση για την θεωρία του σχήματος 2.5: Μόνο το $\{1, 3\}$, δεν υπάρχει άλλο.

Επεξήγηση παραδείγματος 2.8

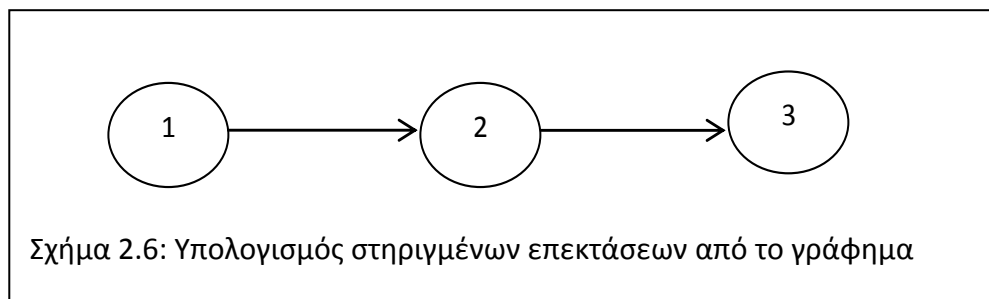
Μόνο το σύνολο $\{1, 3\}$ αποτελεί πλήρης επέκταση γιατί είναι η μόνη περίπτωση στην οποία ένα επιχείρημα υπερασπίζεται κάποιο άλλο επιχείρημα. Και αυτό συμβαίνει με το 3, το οποίο υπερασπίζεται το 1. Το $\{2\}$ για παράδειγμα δεν θα μπορούσε να αποτελεί πλήρης επέκταση γιατί δεν είναι παραδεκτό επιχείρημα.

4. Στηριγμένη επέκταση (Grounded extensions)

Στηριγμένη επέκταση είναι το ελάχιστο σύνολο που είναι πλήρης επέκταση.

Παράδειγμα κατανόησης 2.9

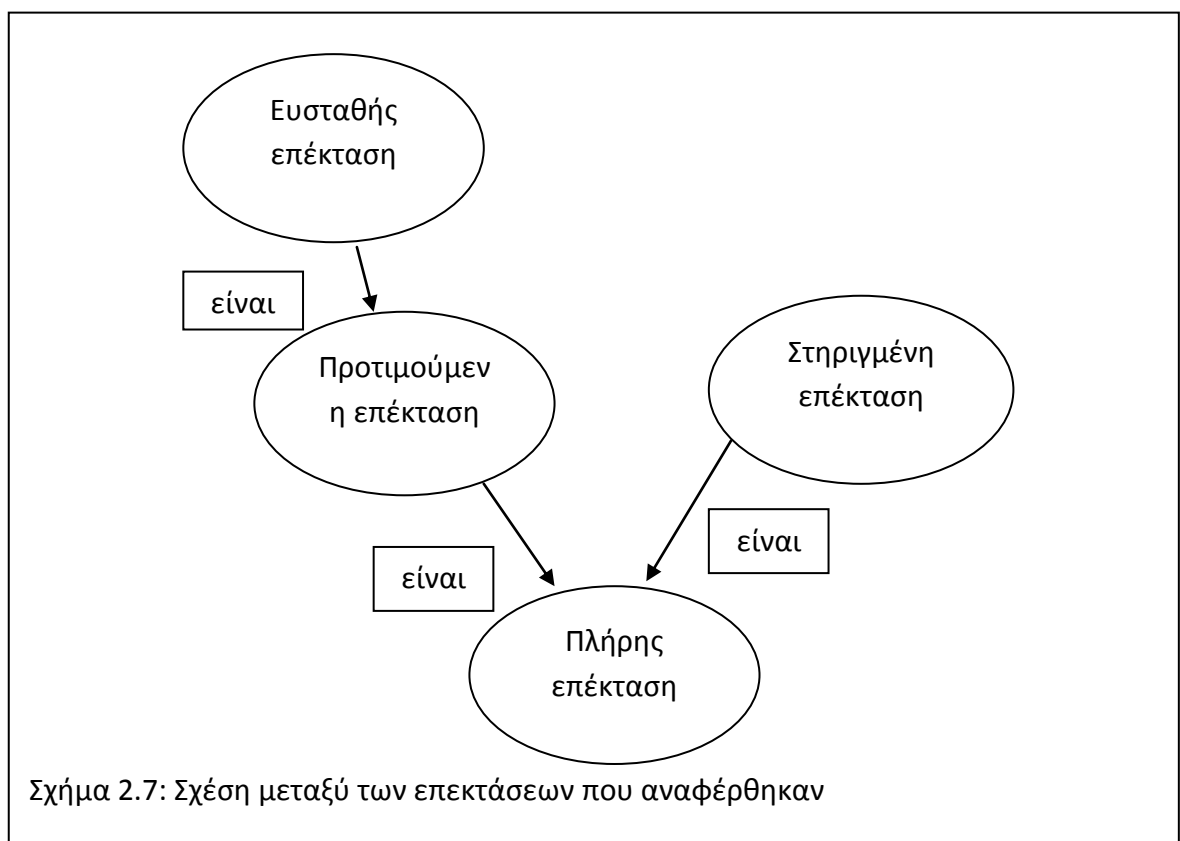
Έστω ότι μας δίνεται το πιο κάτω γράφημα του σχήματος 2.6 και πρέπει να βρούμε στηριγμένη επέκταση.



Στηριγμένη επέκταση για την θεωρία του σχήματος 2.6: Το σύνολο $\{1, 3\}$ μιας και είναι και το μοναδικό σύνολο που αποτελεί πλήρης επέκταση.

Επεξήγηση παραδείγματος 2.8

Παίρνουμε το ελάχιστο σύνολο που είναι πλήρης επέκταση. Που έχει δηλαδή τον μικρότερο αριθμό επιχειρημάτων. Στην προκειμένη περίπτωση υπάρχει μόνο μία πλήρης επέκταση και την παίρνουμε αυτή.

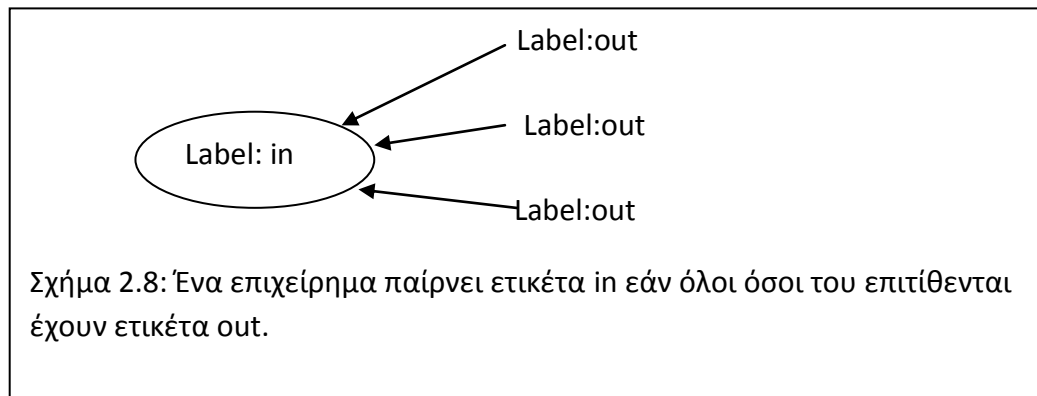


2.4 Παραδεκτά επιχειρήματα με βάση τις ετικέτες

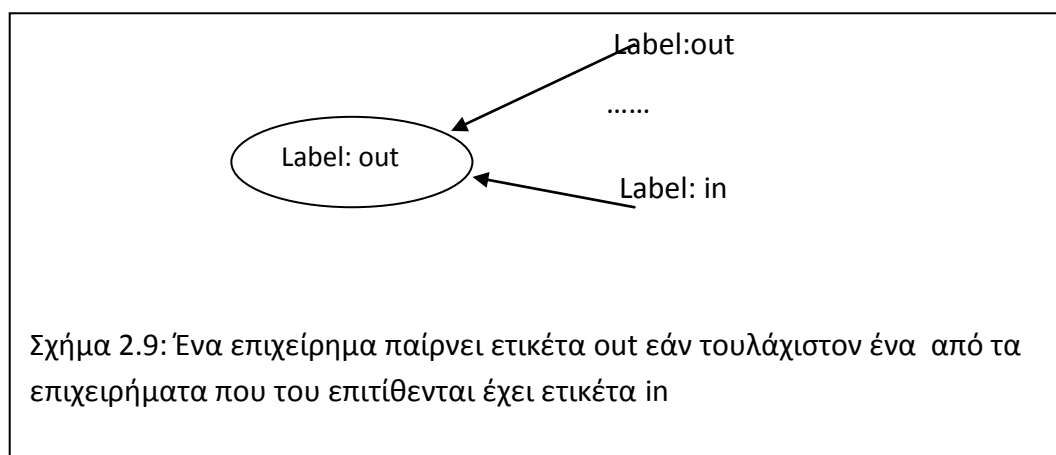
Ετικέτες επιχειρημάτων (Argument Labelling)

Η ετικετοποίηση δεν είναι μια και μοναδική σε κάθε θεωρία, αλλά σίγουρα υπάρχει μία. Η ετικέτα κάθε επιχειρήματος μπορεί να είναι in, out ή undec αναφορικά με τις πιο κάτω προϋποθέσεις:

- Ένα επιχείρημα παίρνει ετικέτα in εάν και μόνο εάν όλοι όσοι του επιτίθενται(defeaters) έχουν ετικέτα out(βλέπε σχήμα 2.8).



- Ένα επιχείρημα παίρνει ετικέτα out εάν και μόνο εάν τουλάχιστον ένας από αυτούς που του επιτίθενται(defeaters) έχει ετικέτα in (βλέπε σχήμα 2.9).



Ανεπίσημα όταν ένα επιχείρημα έχει πάρει ετικέτα in σημαίνει ότι κάποιος έχει αποδεκτή το επιχείρημα, ενώ όταν ένα επιχείρημα έχει πάρει ετικέτα out σημαίνει ότι κάποιος το έχει απορρίψει. Επιχείρημα με ετικέτα undec σημαίνει ότι υπάρχει κάποια έλλειψη για να αποφασίσουμε, και το επιχείρημα είτε απορρίπτεται είτε αποδέχεται.

Υπάρχει και η συνήθης περίπτωση στην οποία ένα επιχείρημα δεν έχει κανένα ο οποίος να του επιτίθεται. Σε αυτή την περίπτωση το επιχείρημα παίρνει ετικέτα εξ' ορισμού in.

Επίσημα υπάρχει ο πιο κάτω ορισμός:

Έστω $AF=(Ar,def)$ και η συνάρτηση ανάθεση ετικετών $Lab \rightarrow \{in,out,undec\}$. Ένα επιχείρημα παίρνει την ανάλογη ετικέτα σε σχέση με τα ακόλουθα:

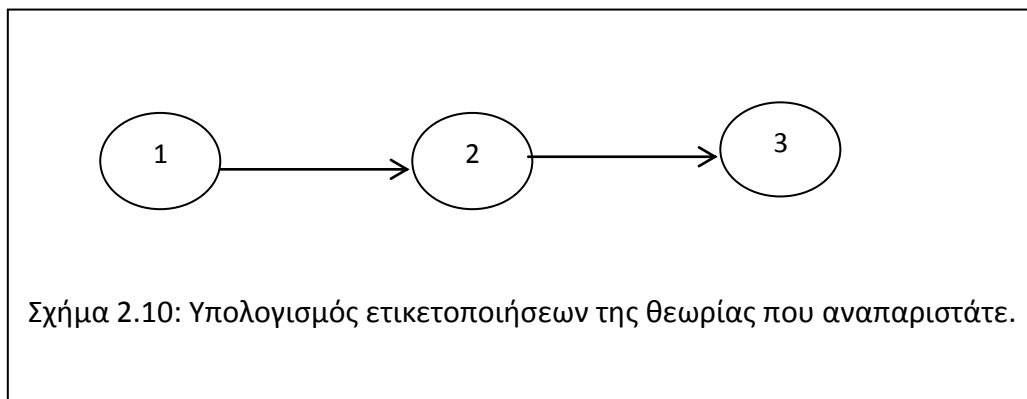
- $\forall A \in Ar : (Lab(A)= out \equiv \exists B \in Ar (B def A \wedge Lab(B)= in))$
- $\forall A \in Ar : (Lab(A)= in \equiv \forall B \in Ar (B def A \supset Lab(B)= out))$

Παραδείγματα κατανόησης 2.9

Θα δίνεται μια αναπαράσταση θεωρίας και θα πρέπει να υπολογιστούν οι ετικετοποιήσεις.

Παράδειγμα 2.9. 1

Έστω ότι δίνεται το σήμα 2.10 και θα πρέπει να υπολογιστούν οι ετικετοποιήσεις.



Υπάρχει μόνο μια ετικετοποίηση για την θεωρία του σχήματος 2.10:

$Lab(1)= in$

Lab(2)= out

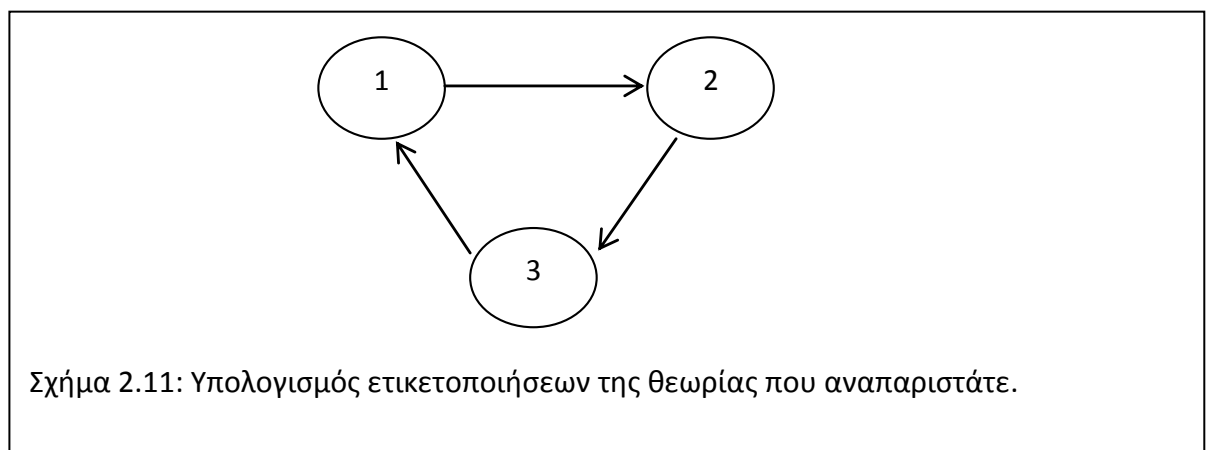
Lab(3)=in

Επεξήγηση παραδείγματος 2.9.1

Το επιχείρημα 3 παίρνει ετικέτα in γιατί δεν έχει κάποιον να του επιτίθεται, είναι η συνήθης περίπτωση. Έτσι τώρα το επιχείρημα 2 έχει μόνο ένα επιχείρημα που να του επιτίθεται που έχει ετικέτα in. Άρα το επιχείρημα 2 θα πάρει ετικέτα out. Το επιχείρημα 1 έχει μόνο ένα επιχείρημα που να του επιτίθεται που έχει ετικέτα out και άρα θα πάρει ετικέτα in.

Παράδειγμα 2.9.2

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία του σχήματος 2.11.



Υπάρχει μόνο μια ετικετοποίηση για την θεωρία του σχήματος 2.11:

Lab(1)= undec

Lab(2)= undec

Lab(3)= undec

Επεξήγηση παραδείγματος 2.9.2

Δεν είναι δυνατό τα επιχειρήματα 1,2,3 να πάρουν ετικέτα in ή out. Ας πούμε για παράδειγμα ότι το επιχείρημα 1 παίρνει την ετικέτα in. Αυτό θα σήμαινε ότι όλα τα επιχειρήματα που επιτίθενται στο επιχείρημα 1 που στην προκειμένη περίπτωση είναι

το 3 θα έπρεπε να έχει ετικέτα out. Αυτό συνεπάγεται ότι το επιχείρημα 2 θα έπρεπε να έχει ετικέτα in, και κατ' επέκταση το 1 να έχει ετικέτα out που έρχεται σε αντίθεση με το ότι στο 1 έχουμε ήδη ετικέτα in. Παρόμοια επεξήγηση γίνεται και με την υπόθεση ότι αρχικά δίνουμε ετικέτα out στο επιχείρημα 1. Τότε θα έπρεπε το επιχείρημα 3 να έχει ετικέτα in, το επιχείρημα 2 να έχει ετικέτα out και στο τέλος να καταλήξουμε σε αντίφαση γιατί θα έπρεπε το 1 να έχει ετικέτα in.

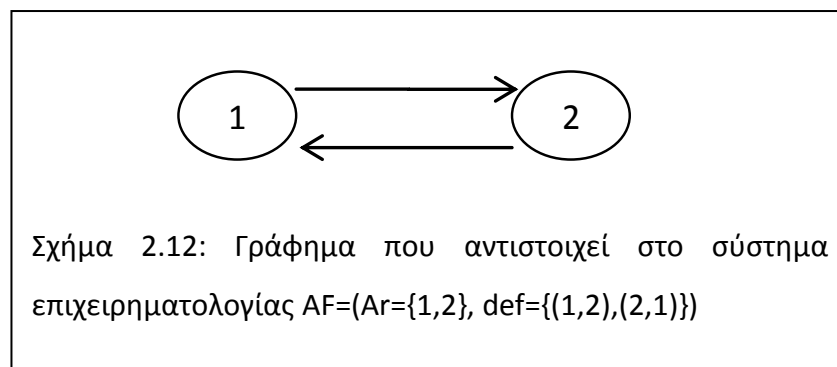
Επομένως υπάρχει έλλειψη πληροφοριών για να αποφασίσουμε την ετικέτα των επιχειρημάτων και επομένως τους δίνουμε ετικέτα undec. Αυτό επίσης σημαίνει ότι υπάρχει έλλειψη πληροφοριών στο να αποφασίσουμε αν τα επιχειρήματα είναι αποδεκτά ή όχι.

Όπως προαναφέραμε η ετικετοποίηση δεν είναι μοναδική. Πιο κάτω δίνεται ένα παράδειγμα το οποίο έχει περισσότερες από μια ετικετοποιήσεις.

Παράδειγμα 2.9.3

Έστω ότι μας δίνεται το σύστημα επιχειρηματολογίας, $AF=(Ar=\{1,2\}, def=\{(1,2),(2,1)\})$

Η γραφική αναπαράσταση του συγκεκριμένου συστήματος επιχειρηματολογίας φαίνεται στο σχήμα 2.12



Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν τρεις πιθανές ετικετοποιήσεις, και αυτές είναι:

- $Lab(1)=in, Lab(2)=out$
- $Lab(1)=out, Lab(2)=in$
- $Lab(1)=undec, Lab(2)=undec$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.9.3

Το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από το τη ετικέτα που θα δώσουμε στο πρώτο επιχείρημα. Και ανάλογα με τους κανόνες που δώσαμε υπολογίζονται, όπως και προηγουμένως.

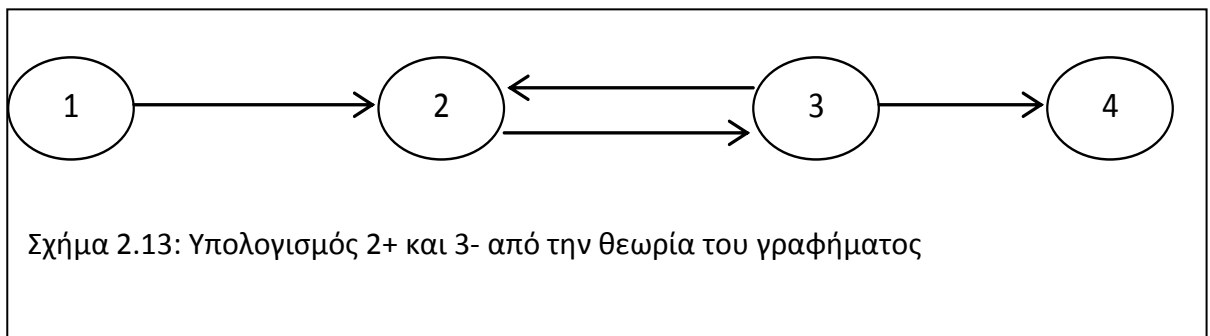
Βασικοί ορισμοί

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα επιχειρηματολογίας $AF=(Ar,def)$ και $A \in Ar$ και $Args \subseteq Ar$ ορίζουμε ως $A+ \{B \mid A \text{ def } B\}$ και $Args+ \text{ ως } \{B \mid A \text{ def } B \text{ για κάποιο } A \in Args\}$. Με άλλα λόγια $A+$ είναι σε ποιους επιτίθεται το A .

Και ορίζουμε ως $A- \{B \mid B \text{ def } A\}$ και ως $Args- \{B \mid B \text{ def } A \text{ για κάποιο } A \in Args \}$. Με άλλα λόγια $A-$ ποιοι επιτίθεται στο A .

Παράδειγμα κατανόησης 2.10

Έστω ότι δίνεται η πιο κάτω αναπαράσταση του σχήματος 2.13 και μας ζητείται να βρούμε το $2+$ και $3-$



$2+ = \{3\}$, γιατί το 2 επιτίθεται μόνο στο επιχείρημα 3.

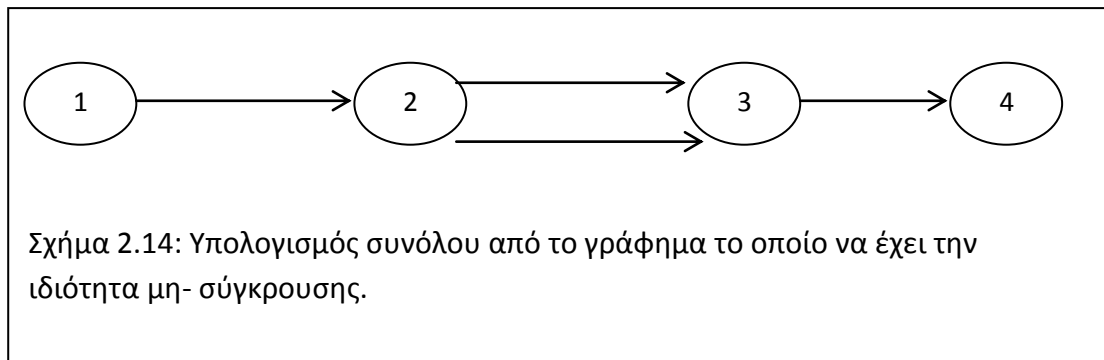
$3- = \{2\}$, γιατί στο επιχείρημα 3 επιτίθεται μόνο το επιχείρημα 2.

Μη- σύγκρουση

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα επιχειρηματολογίας τέτοιο ώστε $AF=(Ar,def)$ και $Args \subseteq Ar$. Λέμε ότι ένα σύνολο $Args$ έχει την ιδιότητα μη-σύγκρουσης εάν και μόνο εάν $Args \cap Args^+ = \emptyset$

Παράδειγμα κατανόησης 2.11

Έστω ότι δίνεται η πιο κάτω αναπαράσταση του σχήματος 2.14 και μας ζητείται να βρούμε ένα σύνολο που να είναι σύνολο που να έχει την ιδιότητα μη σύγκρουσης με βάση τον πιο πάνω ορισμό.



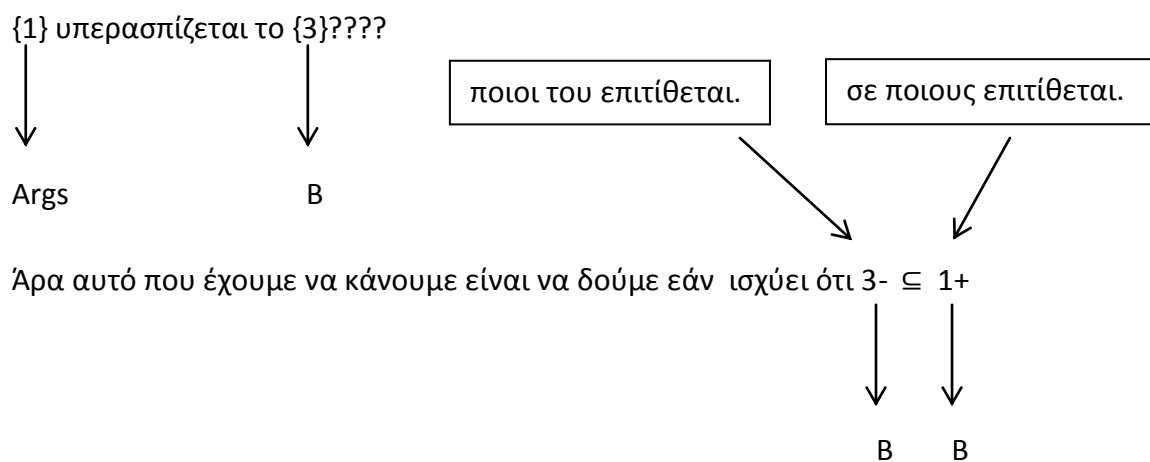
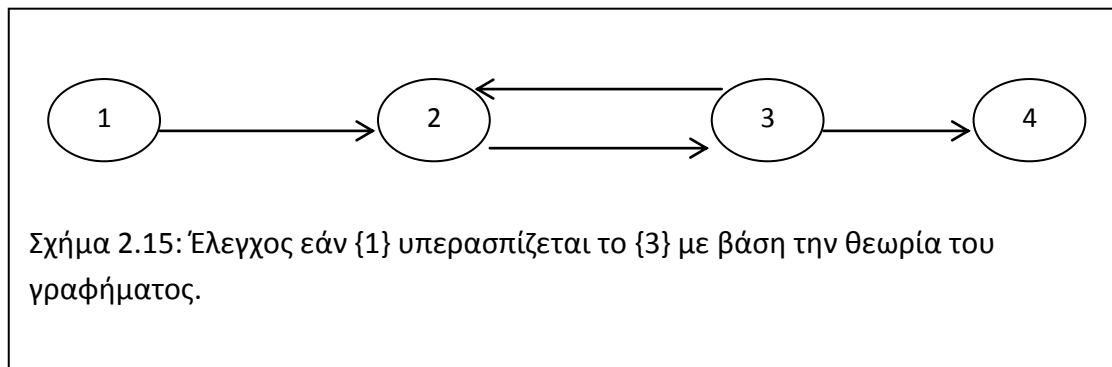
Το σύνολο $\{1,4\}$ είναι ένα σύνολο για το οποίο ισχύει η ιδιότητα μη-σύγκρουσης. Αυτό ισχύει γιατί έχουμε $Args=\{1,4\}$, και $Args^+=\{2\}$. Έτσι ισχύει ότι $Args \cap Args^+ = \emptyset$, και άρα $\{1,4\}$ είναι ένα σύνολο μη-σύγκρουσης.

Υπεράσπιση

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα επιχειρηματολογίας τέτοιο ώστε $AF=(Ar,def)$ και $Args \subseteq Ar$, και $B \in Ar$. Ένα σύνολο $Args$ λέμε ότι υπερασπίζεται το B εάν και μόνο εάν $B \subseteq Args^+$.

Παράδειγμα κατανόησης 2.12

Έστω ότι μας δίνεται η πιο κάτω θεωρία του σχήματος 2.15 και μας ζητείται να αποφανθούμε εάν $\{1\}$ υπερασπίζεται το $\{3\}$.



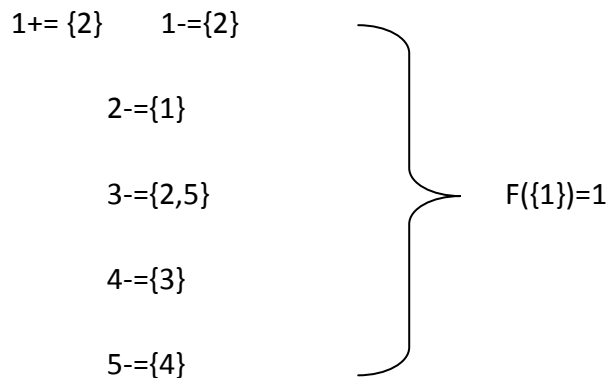
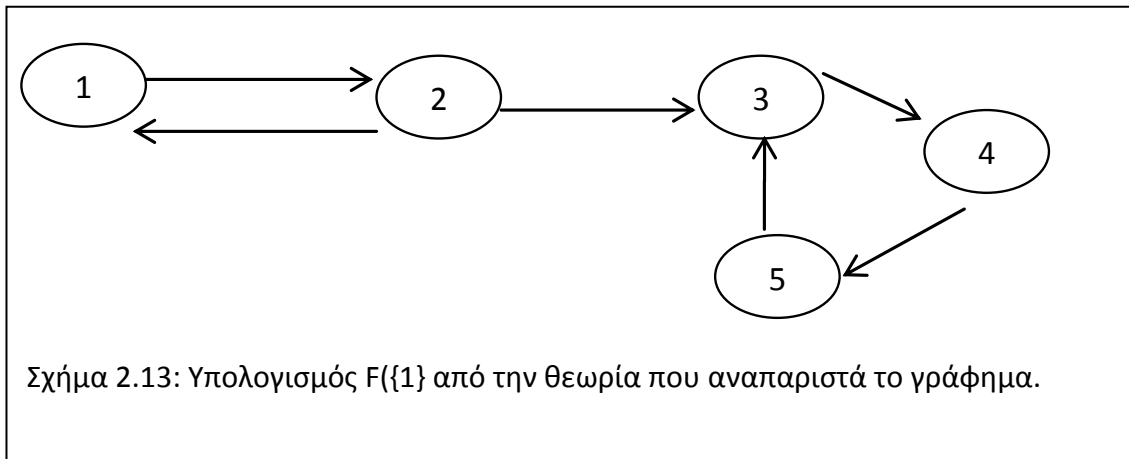
Αρα ισχύει και λέμε ότι το $\{1\}$ υπερασπίζεται το $\{3\}$.

Συνάρτηση απόδοσης

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα επιχειρηματολογίας τέτοιο ώστε $AF=(Ar,def)$ και $Args \subseteq Ar$. Δημιουργούμε μια συνάρτηση απόδοσης F ώστε $F(Args)= \{A \mid A \text{ υπερασπίζεται από το } Args\}$

Παράδειγμα κατανόησης 2.13

Έστω ότι μας δίνεται η πιο κάτω θεωρία του σχήματος 2.16 και μας ζητείται να υπολογίσουμε το $F(\{1\})$.



Τώρα θα δούμε τον τρόπο ορισμού των τεσσάρων βασικών επεκτάσεων (extensions) που αναφέραμε και πριν, με χρήση τώρα των ετικετών. Επιπρόσθετα σε αυτό το σημείο θα αναφερθούμε σε ακόμη μια επέκταση που είναι η ιδανικά επέκταση (ideal extension).

1. Ευσταθής επέκταση (Stable extensions)

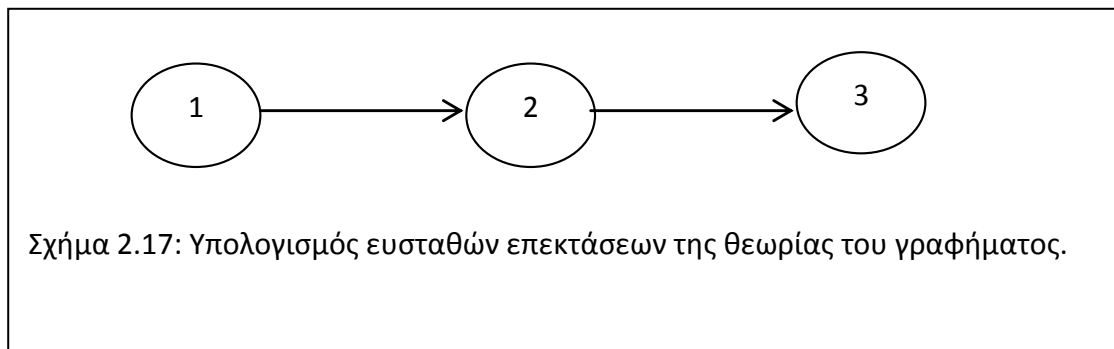
Η ιδέα για τις ευσταθείς επεκτάσεις είναι να πάρουμε εκείνη την ετικετοποίηση η οποία δεν περιέχει undec. Ένα σύνολο επιχειρημάτων είναι ευσταθής επέκταση εάν και μόνο εάν όσοι επιτίθενται (defeaters) σε κάθε επιχείρημα δεν περιλαμβάνονται μέσα στο σύνολο. Κάνουμε χρήση του $Args^+$ ως συντομογραφία για $\{A \mid A \text{ δέχεται επίθεση από επιχείρημα που ανήκει στο } Args\}$. Έστω ένα σύστημα

επιχειρηματολογίας τέτοιο ώστε $AF=(Ar,def)$ και $Args \subseteq Ar$. Το σύνολο $Args$ είναι ευσταθής επέκταση εάν και μόνο εάν $Args^+ = Ar/Args$

Από τα πιο πάνω προκύπτει ότι το σύνολο αυτό θα είναι και σύνολο μη σύγκρουσης γιατί $Args \cap Args^+ = \emptyset$

Παράδειγμα κατανόησης 2.14.

Ζητείται να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις του σχήματος 2.17.



Ευσταθής επέκταση: $\{1, 3\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.14

$Args=\{1,3\}$

$Args^+ = Ar/Args$

$2=1,2,3/1,3$

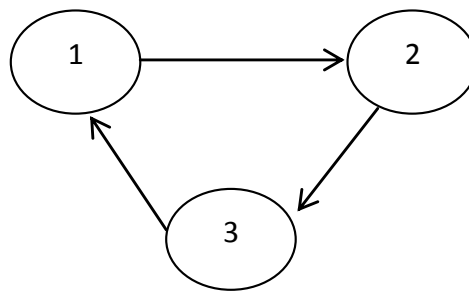
$2=2 \checkmark$ και άρα το σύνολο $\{1,3\}$ είναι ευσταθής επέκταση.

2. Προτιμώμενη επέκταση (Preferred extensions)

Η ιδέα εδώ είναι να έχουμε την ετικετοποίηση με τα περισσότερα in και out.

Παράδειγμα κατανόησης 2.15

Έστω ότι έχουμε την θεωρία του σχήματος 2.18.



Σχήμα 2.18: Υπολογισμός προτιμώμενων επεκτάσεων για την θεωρία του γραφήματος.

Προτιμώμενη επέκταση: $\{\emptyset\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.15

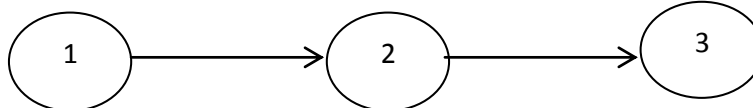
Όπως είδαμε πιο πάνω έχει μόνο μια ετικετοποίηση στην οποία και τα τρία επιχειρήματα παίρνουν ετικέτα undec. Άρα δεν υπάρχει μεγιστοποίηση των in και out.

3. Πλήρης επέκταση (Complete extensions)

Ένα σύνολο Args είναι πλήρης επέκταση εάν δεν περιέχει συγκρούσεις και εάν $Args = F(Args)$

Παράδειγμα κατανόησης 2.16

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία του σχήματος 2.19.



Σχήμα 2.19: Υπολογισμός πλήρων επεκτάσεων για την θεωρία του γραφήματος.

Πλήρης επέκταση: $\{1,3\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.16

Έστω ότι $\text{Args}=\{1\}$. Τότε $F(\text{Args})=\{3\}$ $\{1\} \neq \{3\}$. Άρα δεν μπορεί να είναι πλήρης επέκταση.

Έστω ότι $\text{Args}=\{1,3\}$. Τότε $F(\text{Args})=\{1,3\}$ $\{1,3\} = \{1,3\}$. Άρα είναι πλήρης επέκταση.

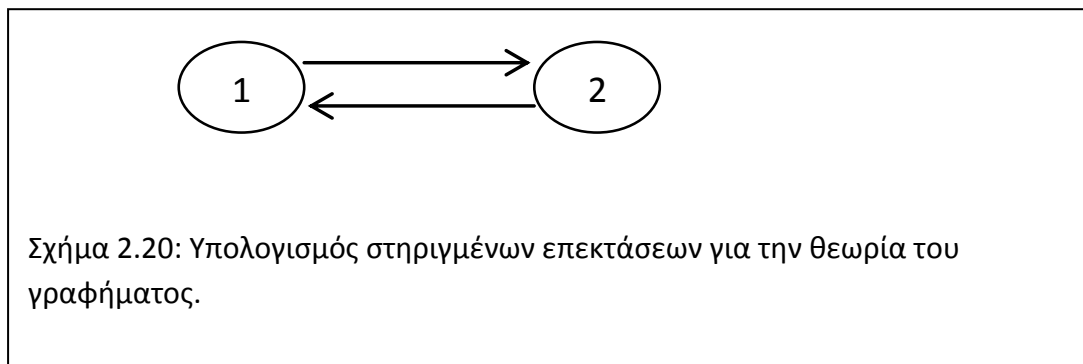
Έστω ότι $\text{Args}=\{1,2,3\}$. Τότε $F(\text{Args})=\{1,2,3\}$ $\{1,2,3\} = \{1,2,3\}$. Δεν μπορεί όμως να είναι πλήρης επέκταση γιατί το σύνολο δεν έχει την ιδιότητα μη-σύγκρουσης.

4. Στηριγμένη επέκταση (Grounded extensions)

Σε αυτή την περίπτωση την περίπτωση παίρνουμε την ετικετοποίηση με το μικρότερο in και out και το μεγαλύτερο undec.

Παράδειγμα κατανόησης 2.17

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία του σχήματος 2.20.



Στηριγμένη επέκταση: $\{\emptyset\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.17

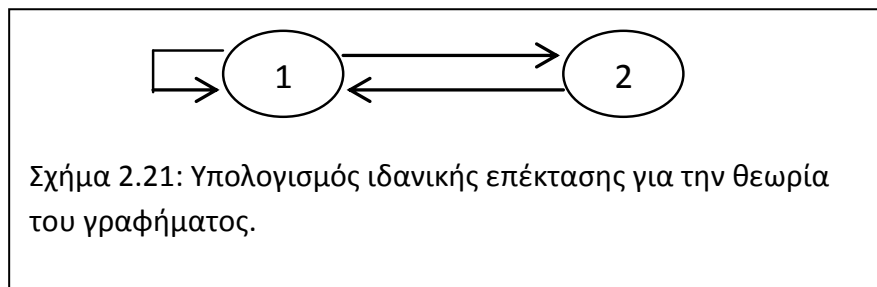
Δεν υπάρχει κάποια περίπτωση ετικετοποίησης που να ικανοποιείται τον πιο πάνω περιορισμό.

5. Ιδανική επέκταση (Ideal extensions)

Η επέκταση αυτή είναι μοναδική, δηλαδή υπάρχει μόνο ένα σύνολο που να αποτελεί ιδανική επέκταση για μια θεωρία, και μπορεί να περιγραφεί ως το μεγαλύτερο παραδεκτό σύνολο, το οποίο είναι υποσύνολο κάθε προτιμώμενης επεκτάσεις.

Παραδείγματα κατανόησης 2.18

Έστω ότι μας δίνεται η θεωρία του σχήματος 2.21



Ιδανική επέκταση: $\{2\}$

Επεξήγηση παραδείγματος 2.18

Το $\{2\}$ είναι η μοναδική προτιμώμενη επέκταση, και είναι και ένα παραδεκτό σύνολο.

Αν δεν ήταν παραδεκτό τότε θα λέγαμε ότι Ιδανική επέκταση: $\{\emptyset\}$.

Κεφάλαιο 3

Αλγόριθμοι Εκμάθησης

3.1 Υπολογισμός όλων των ευσταθών επεκτάσεων μιας θεωρίας.....	29
3.2 Υπολογισμός ελάχιστης θεωρίας.....	35
3.3 Υπολογισμός ευσταθών επεκτάσεων και θεωρίας δοθέντος ενός συνόλου επιχειρημάτων	38
3.4 Υπολογισμός θεωρίας με μοναδικές ευσταθείς επεκτάσεις	47

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από τέσσερα βασικά μέρη, για τα οποία πρώτα έπρεπε να προταθούν κάποιοι αλγόριθμοι και μετά να γίνει η υλοποίηση τους. Πιο κάτω γίνεται περιγραφή του κάθε αλγορίθμου ξεχωριστά καθώς και παρουσίαση παραδειγμάτων για κατανόηση του κάθε αλγορίθμου ξεχωριστά.

3.1 Υπολογισμός όλων των ευσταθών επεκτάσεων μιας θεωρίας

Αρχικά είχαμε να σκεφτούμε πως μπορούμε να υπολογίσουμε όλες τις ευσταθείς επεκτάσεις μιας θεωρίας

Αφού σκοπός σε αυτό το κομμάτι είναι να υπολογίσουμε όλες τις ευσταθείς επεκτάσεις μιας θεωρίας τότε πρέπει να λάβουμε υπόψη τον ορισμό των ευσταθών επεκτάσεων.(βλέπε κεφάλαιο 2 υποκεφάλαιο 2.3).

Υπενθυμίζουμε ότι οι δύο ιδιότητες που πρέπει να ισχύουν για να αποτελεί ένα σύνολο ευσταθή επέκταση είναι δύο και είναι οι εξής:

1. Απουσία συγκρούσεων μέσα στο σύνολο
2. Συλλογική άμυνα.

Επομένως για να πετύχουμε το σκοπό μας σε αυτό το μέρος, αρκεί να δούμε πως μπορούμε να μοντελοποιήσουμε αυτές τις δύο ιδιότητες όταν μας δίνεται μια θεωρία εισόδου.

Η θεωρία η οποία θα μας δίνεται θα είναι αποθηκευμένη μέσα σε ένα πίνακα γειτνίασης όπου 1 θα αντιπροσωπεύει ακμή από το κ στο λ (κελί (κ, λ)), και το 0 θα αντιπροσωπεύει ότι δεν υπάρχει ακμή από το κ στο λ .

Με βάση την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης πρέπει να αποτρέπουμε την είσοδο μέσα σε μια ευσταθή επέκταση σε επιχειρήματα που γειτονεύουν. Σε επιχειρήματα δηλαδή που υπάρχει μεταξύ τους οποιαδήποτε σχέση επίθεσης. Γνωρίζουμε από όσα αναφέραμε και προηγουμένως (Κεφάλαιο 2 υποκεφάλαιο 2.3), ότι η ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης είναι μια δυαδική σχέση(σχέση μεταξύ δύο επιχειρημάτων). Επομένως είναι λογικό να πούμε ότι εάν δύο επιχειρήματα με ονόματα X και Y αντίστοιχα, είναι γείτονες, υπάρχει δηλαδή μεταξύ τους σχέση επίθεσης, δεν μπορούν να αποτελούν και τα δύο μέρος ενός ίδιου συνόλου, που αποτελεί ευσταθή επέκταση. Πρέπει επομένως μέσα στην ευσταθή επέκταση να μην ανήκει είτε το ένα επιχείρημα(X), είτε το άλλο(Y). Με αυτό τον τρόπο αποτρέπουμε την περίπτωση μέσα σε ένα σύνολο που αποτελεί ευσταθή επέκταση να υπάρχουν οποιαδήποτε επιχειρήματα τα οποία να υπάρχει μεταξύ τους σχέση επίθεσης, ικανοποιώντας έτσι και την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης.

Πρέπει όμως να δούμε πως μπορούμε να μοντελοποιήσουμε και την δεύτερη ιδιότητα των ευσταθών επεκτάσεων η οποία είναι αυτή της συλλογικής άμυνας. Η ιδιότητα αυτή μας λέει ότι τα επιχειρήματα του συνόλου που δημιουργείται και προορίζεται για ευσταθή επέκταση, πρέπει να επιτίθενται σε κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει μέσα σε αυτό το σύνολο. Κάποιο από τα επιχειρήματα του συνόλου να επιτίθεται σε κάποιο επιχείρημα που δεν ανήκει σε αυτό ώστε να μην υπάρχει επιχείρημα που να μην ανήκει στο σύνολο και να μην δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα που ανήκει μέσα σε αυτό. Επομένως για να μοντελοποιήσουμε αυτή την ιδιότητα μπορούμε να πούμε ότι εάν αφήσουμε έξω από την ευσταθή επέκταση κάποιο επιχείρημα πρέπει να βάλουμε αναγκαστικά μέσα ένα άλλο επιχείρημα το οποίο να επιτίθεται σε αυτό το επιχείρημα που αφήσαμε έξω. Για παράδειγμα εάν

έχουμε δύο επιχειρήματα με ονόματα X και Y αντίστοιχα τα οποία αποτελούν μέρος κάποιας θεωρίας και υπάρχει σχέση επίθεσης από το X στο Y και αποφασίσουμε να αφήσουμε εκτός της ευσταθής επέκτασης το Y τότε αναγκαστικά πρέπει να συμπεριλάβουμε το X στην ευσταθή επέκταση. Επομένως μέσα στην ευσταθή επέκταση θα βάλουμε είτε το X είτε το Y . Με αυτό τον τρόπο καταφέρνουμε να ισχύει και η δεύτερη ιδιότητα για τις ευσταθείς επεκτάσεις.

Εμείς θέλουμε να βρίσκουμε όλες τις ευσταθείς επεκτάσεις μιας θεωρίας. Επομένως μπορούμε να πούμε το εξής: όταν βρίσκουμε ένα σύνολο-ευσταθή επέκταση, να μην θεωρούμε ως νέα λύση ένα τυχόν ίδιο αποτέλεσμα. Παίρνουμε δηλαδή την άρνηση της λύσης που βρήκαμε για να μην ξαναπάρουμε την ίδια και με τον ίδιο τρόπο όπως και προηγούμενος προσπαθούμε να πάρουμε μια νέα ευσταθή επέκταση εάν υπάρχει με την προϋπόθεση αυτή την φορά ότι δεν θα είναι μια λύση που έχουμε ξαναπάρει.

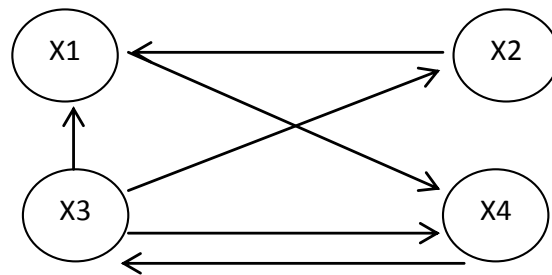
Παράδειγμα κατανόησης 3.1

Έστω ότι μας δίνεται μια θεωρία παρόμοια με αυτή του σχήματος 3.1.

Επιχειρήματα	X1	X2	X3	X4
X1	0	0	0	1
X2	1	0	0	0
X3	1	1	0	1
X4	0	0	1	0

Σχήμα 3.1: Τυχαία θεωρία που μπορεί να παραχθεί

Η θεωρία σε αναπαράσταση με κατευθυνόμενο γράφο φαίνεται στο σχήμα 3.2 (όπου υπάρχει 1 στο κελί $(κ,λ)$, βάζω κατευθυνόμενη ακμή από το $κ$ στο $λ$).



Σχήμα 3.2: Αναπαράσταση θεωρίας

Μοντελοποίηση ιδιότητας απουσίας συγκρούσεων

Η ουσία είναι ότι εάν X, Y είναι γείτονες (υπάρχει επίθεση), δεν μπορούν και τα δύο να μπουν μέσα στην ευσταθή επέκταση. Επομένως $\neg (X \wedge Y)$. Με εφαρμογή του κανόνα De Morgan θα έχουμε ότι $\neg X \vee \neg Y$ (Όπου «-», έστω ότι συμβολίζει την άρνηση εισαγωγής του επιχειρήματος πάνω στο οποίο εφαρμόζεται στην ευσταθή επέκταση). Για την συγκεκριμένη θεωρία θα είχαμε τα εξής:

$\neg X1 \vee \neg X4$ που σημαίνει ότι μέσα στην ευσταθή επέκταση θα ανήκει είτε το επιχείρημα $X1$ είτε το επιχείρημα $X4$. Αυτό γιατί το $X1$ επιτίθεται στο $X4$ με βάση την θεωρία του σχήματος 4.2. Με την ίδια λογική θα είχαμε ότι $\neg X2 \vee \neg X1$ γιατί υπάρχει επίθεση από το $X2$ στο $X1$, $\neg X3 \vee \neg X1$ γιατί υπάρχει επίθεση από το $X3$ στο $X1$, $\neg X3 \vee \neg X2$ γιατί υπάρχει επίθεση από το $X3$ στο $X2$, $\neg X3 \vee \neg X4$ γιατί υπάρχει επίθεση από το $X3$ στο $X4$ και $\neg X4 \vee \neg X3$ γιατί υπάρχει επίθεση από το $X4$ στο $X3$.

Μοντελοποίηση ιδιότητας συλλογικής άμυνας.

Η ουσία σε αυτό το μέρος όπως είπαμε είναι ότι εάν δεν συμπεριλάβουμε μέσα στην ευσταθή επέκταση, ένα επιχείρημα πρέπει αναγκαστικά να βάλουμε μέσα στο σύνολο αυτό που του επιτίθεται. Για την συγκεκριμένη θεωρία του σχήματος 4.2 θα είχαμε τα εξής:

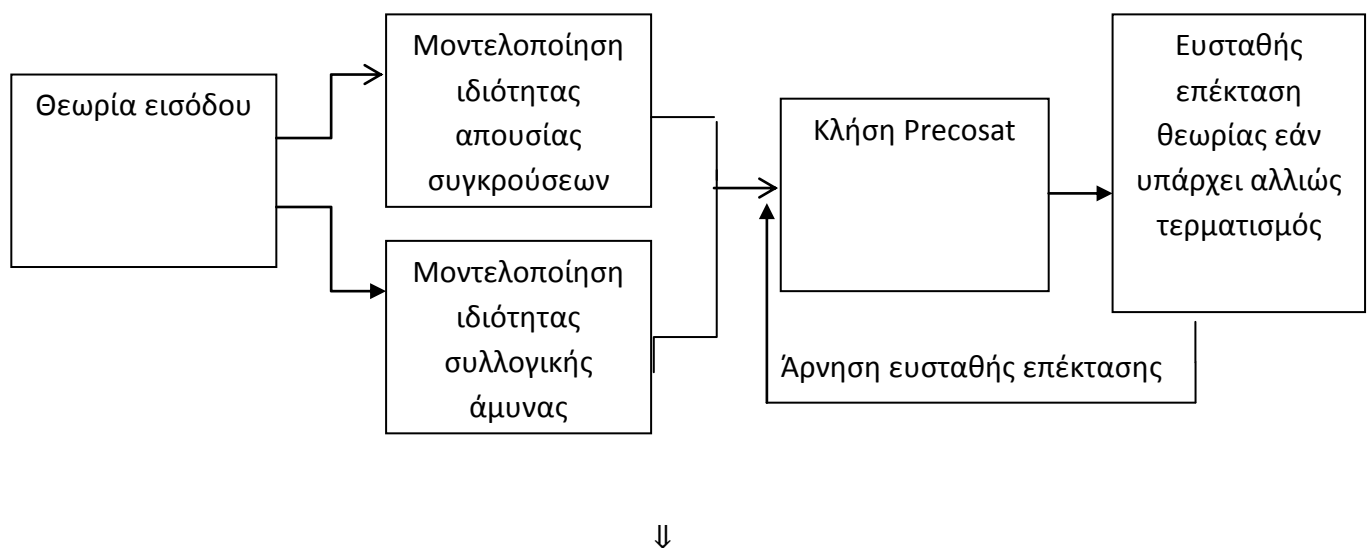
$\neg X1 \rightarrow X2 \vee X3$ που σημαίνει ότι εάν δεν βάλουμε μέσα στην ευσταθή επέκταση το επιχείρημα $X1$ θα πρέπει να βάλουμε το $X2$ ή το $X3$. Αυτό γιατί τα επιχειρήματα $X2$ και

$X3$ είναι αυτά που επιτίθενται στο $X1$ και σε περίπτωση αποκλεισμού του $X1$ από την επέκταση οι υποψήφιοι για να το καλύψουν είναι τα $X2$ και $X3$ που του επιτίθενται. Με εφαρμογή του κανόνα $\neg A \rightarrow B \Leftrightarrow A \vee B$, καταλήγουμε να έχουμε ότι $X1 \vee X2 \vee X3$. Με την ίδια λογική έχουμε ότι $X2 \vee X3$, $X3 \vee X4$, $X4 \vee X1 \vee X3$

Στην προσπάθεια για εύρεση των ευσταθών επεκτάσεων θα μας βοηθήσει ένας SAT Solver και συγκεκριμένα ο Precosat, του οποίου η λειτουργία και χρήση περιγράφεται στο κεφάλαιο 4 υποκεφάλαιο 4.1.

Πιο κάτω στο σχήμα 3.3 παρουσιάζετε σχηματικά η διαδικασία για να καταφέρουμε αυτό που πραγματικά επιθυμούμε.

Σχήμα 3.3



Πρόβλημα ευσταθών επεκτάσεων $\Rightarrow$ SAT πρόβλημα.

Με αυτό τον τρόπο καταφέραμε να μετατρέψουμε ένα καθαρά πρόβλημα ευσταθών επεκτάσεων σε ένα SAT πρόβλημα γιατί έγινε εφικτό να εκφράσουμε τις ιδιότητες που επιθυμούμε να ισχύουν (ιδιότητα μη σύγκρουσης και ιδιότητα συλλογικής άμυνας) σε περιορισμούς/κανόνες. Έτσι θα μπορούμε αυτούς τους περιορισμούς/κανόνες να τους δώσουμε ως είσοδο σε ένα Solver ο οποίος με την σειρά του θα μας δώσει ένα αποτέλεσμα(εάν υπάρχει) που να ικανοποιεί τους

περιορισμούς/κανόνες που θέσαμε. Σε περίπτωση που υπάρχει λύση να ικανοποιεί τους περιορισμούς/κανόνες που θέσαμε, ο Solver θα μας απαντήσει λέγοντας μας ότι υπάρχει λύση και θα μας δώσει και την λύση. Σε αντίθετη περίπτωση απλώς θα μας ενημερώσει ότι δεν υπάρχει οποιαδήποτε λύση που να ικανοποιεί του περιορισμούς/κανόνες που θέσαμε.

3.2 Υπολογισμός ελάχιστης θεωρίας

Στο σημείο αυτό θέλουμε να βρούμε ένα αλγόριθμο ο οποίος να υπολογίζει μια θεωρία η οποία να ικανοποιεί κάποιες ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου. Η θεωρία που θα βρούμε όμως δεν θέλουμε να είναι μια οποιαδήποτε θεωρία. Θέλουμε να είναι η ελάχιστη, η θεωρία με τις λιγότερες ακμές δηλαδή, η οποία να ικανοποιεί τις ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου. Στόχος μας λοιπόν σε αυτό το σημείο να υπολογίσουμε την θεωρία με τις λιγότερες ακμές η οποία θα έχει ως ευσταθείς επεκτάσεις, τις ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου.

Σε γενικές γραμμές στο μέρος αυτό έχουμε να σκεφτούμε ένα αλγόριθμο ο οποίος να κάνει ακριβώς την αντίθετη δουλειά με αυτή που αναφέραμε στο κομμάτι 3.1. Τώρα θα μας δίνονται οι ευσταθείς επεκτάσεις και εμείς θα πρέπει να υπολογίσουμε την θεωρία που θα τις ικανοποιεί. Επιπρόσθετα αυτή η θεωρία θέλουμε να είναι και η ελάχιστη(να έχει τις λιγότερες ακμές). Επομένως σε αυτό το σημείο πρέπει να μοντελοποιήσουμε τις ιδιότητες απουσίας συγκρούσεων και συλλογικής άμυνας έτσι ώστε με βάση τις ευσταθείς επεκτάσεις που θα δίνονται να προσθέτουν ακμές με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί η θεωρία που θέλουμε.

Έστω ότι X_{ij} υπονοεί ότι πρέπει να υπάρχει ακμή από το επιχείρημα i στο επιχείρημα j , και $-X_{ij}$ υπονοεί ότι δεν πρέπει να υπάρχει ακμή από το επιχείρημα i στο επιχείρημα j .

Αρχικά είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι δεν μπορεί ένα επιχείρημα να επιτίθεται στον εαυτό του γιατί έτσι η θεωρία δεν θα έχει καμία ευσταθή επέκταση. Επομένως αποτρέπουμε αυτές τις περιπτώσεις για όλα τα επιχειρήματα. Άρα $-X_{ii} \forall i$ το οποίο θα αποτελεί επιχείρημα της θεωρίας(ο αριθμός των επιχειρημάτων θα πρέπει να καθορίζεται από την αρχή).

Όσον αφορά την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης πρέπει να μην υπάρχει ακμή μεταξύ οποιονδήποτε επιχειρημάτων ανήκουν μέσα στην ίδια ευσταθή επέκταση.

Όσον αφορά την ιδιότητα συλλογικής άμυνας πρέπει να υπάρχουν ακμές από τα επιχειρήματα τα οποία ανήκουν μέσα σε κάποια ευσταθή επέκταση προς όλα όσα δεν ανήκουν μέσα σε αυτή.

Για να βεβαιωθούμε ότι η θεωρία που θα πάρουμε θα είναι η ελάχιστη, θα κάνουμε χρήση ενός SAT Solver ο οποίος χρησιμοποιεί μια συνάρτηση ελαχιστοποίησης, και έτσι θα μας ελαχιστοποιήσει τις ακμές. Ένας τέτοιος Solver θα μπορούσε να είναι ο Minisat+.

Παράδειγμα κατανόησης 3.2

Έστω ότι μας δίνονται δύο ευσταθείς επεκτάσεις οι οποίες είναι οι εξής: $ST_1=\{1,3,5\}$ και $ST_2=\{2,6\}$. Επίσης είναι γνωστό ότι έχουμε 8 επιχειρήματα.

Αρχικά όπως αναφέραμε δεν πρέπει κανένα επιχείρημα να επιτίθεται στον εαυτό του. Επομένως θα έχουμε ότι: $-X_{1,1}, -X_{2,2}, -X_{3,3}, -X_{4,4}, -X_{5,5}, -X_{6,6}, -X_{7,7}, -X_{8,8}$

Όσον αφορά την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης για το ST_1 σύνολο πρέπει να μην υπάρχει οποιαδήποτε επίθεση μεταξύ των επιχειρημάτων 1,3,5, τα οποία είναι τα επιχειρήματα που ανήκουν μέσα στην συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση. Επομένως προκύπτει ότι: $-X_{1,3}, -X_{3,1}, -X_{1,5}, -X_{5,1}, -X_{3,5}, -X_{5,3}$. Όσον αφορά το σύνολο ST_2 πρέπει να ισχύει ότι: $-X_{2,6}, -X_{6,2}$. Με αυτά είμαστε σίγουρη ότι δεν θα προστεθεί οποιαδήποτε ακμή η οποία να μας επηρεάζει την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης.

Όσον αφορά την δεύτερη ιδιότητας, αυτή της συλλογικής άμυνας για το σύνολο ST_1 θα πρέπει να ισχύει ότι τα επιχειρήματα που ανήκουν στο σύνολο αυτό (δηλαδή τα 1,3,5), θα επιτίθενται σε όλα τα υπόλοιπα επιχειρήματα που δεν ανήκουν μέσα στο ST_1 (δηλαδή τα 2,4,6,7,8). Άρα για παράδειγμα θα πρέπει να ισχύει ότι $-X_{1,2} \rightarrow X_{3,2} \vee X_{5,2}$ το οποίο υπονοεί ότι εάν δεν υπάρχει ακμή από το επιχείρημα 1 στο επιχείρημα 2 τότε πρέπει αναγκαστικά να υπάρχει ακμή από το 3 στο 2 ή από το 5 στο 2. Με εφαρμογή του κανόνα $-A \rightarrow B \Leftrightarrow A \vee B$, καταλήγουμε να έχουμε ότι $X_{1,2} \vee X_{3,2} \vee X_{5,2}$. Με την ίδια λογική προκύπτουν τα παρακάτω: $X_{1,4} \vee X_{3,4} \vee X_{5,4}$, $X_{1,6} \vee X_{3,6} \vee X_{5,6}$, $X_{1,7} \vee X_{3,7} \vee X_{5,7}$, $X_{1,8} \vee X_{3,8} \vee X_{5,8}$. Όσον αφορά το σύνολο ST_2 θα πρέπει να

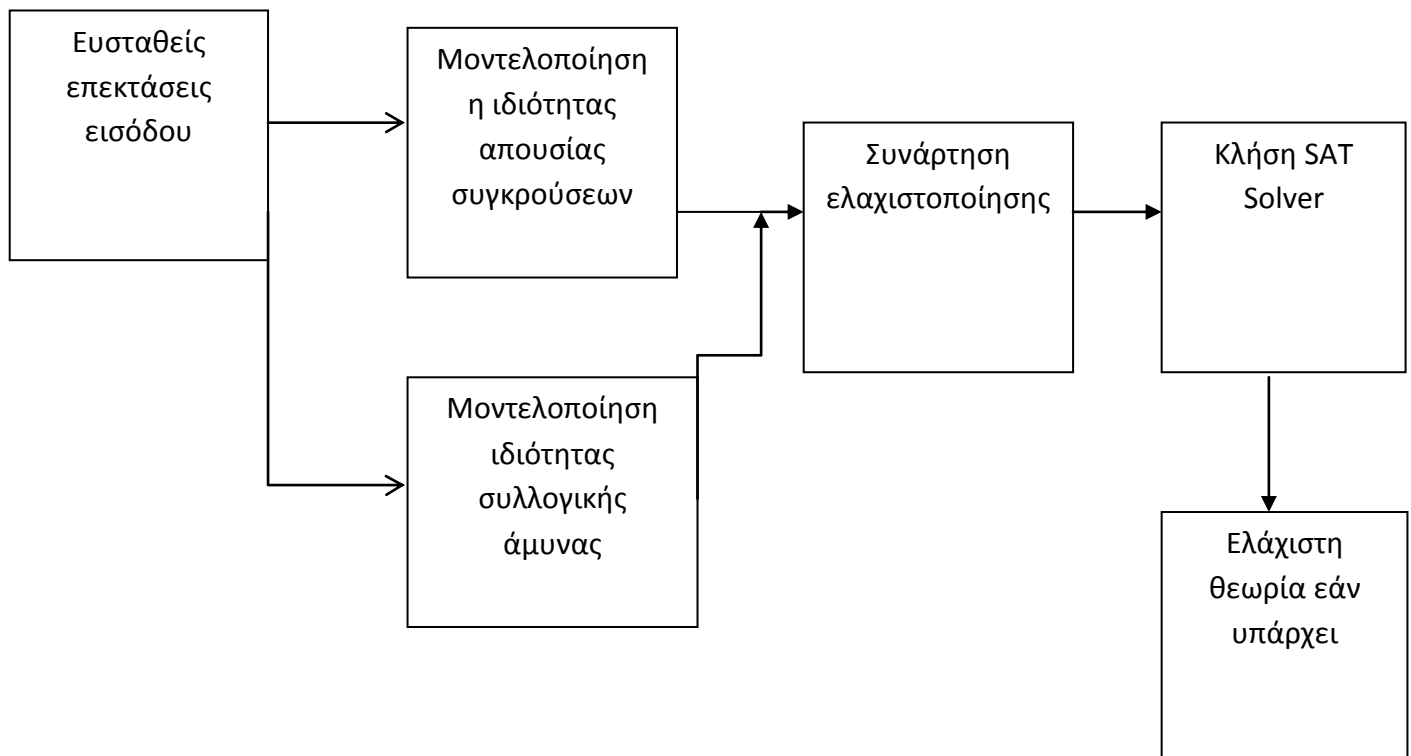
ισχύει ότι $X_{2,1} \vee X_{6,1}$, $X_{2,3} \vee X_{6,3}$, $X_{2,4} \vee X_{6,4}$, $X_{2,5} \vee X_{6,5}$, $X_{2,7} \vee X_{6,7}$, $X_{2,8} \vee X_{6,8}$.

Για να βεβαιωθούμε ότι η θεωρία αυτή θα είναι η ελάχιστη δίνουμε όλα τα X_{ij} τα οποία χρησιμοποιήσαμε σε μια συνάρτηση ελαχιστοποίησης (min). Η συνάρτηση ελαχιστοποίησης διατίθεται από τον Solver Minisat+. Η συνάρτηση αυτή θα προσπαθήσει να μας ελαχιστοποιήσει τις ακμές.

Η εύρεση της ελάχιστης θεωρίας που μας ικανοποιεί μπορεί να βρεθεί και από άλλους Solver που δεν περιέχουν αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως για παράδειγμα από τον Precosat. Ο τρόπος εργασίας σε αυτή την περίπτωση περιγράφεται στο κεφάλαιο 4 υποκεφάλαιο 4.2

Η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε διαγραμματικά είναι αυτή του σχήματος 3.4.

Σχήμα 3.4



3.3 Υπολογισμός ευσταθών επεκτάσεων και θεωρίας δοθέντος ενός συνόλου επιχειρημάτων

Στην συνέχεια το πρόβλημα που καλούμαστε να λύσουμε είναι ένας συνδυασμός των δύο προηγούμενων προβλημάτων. Είσοδος μας για το πρόβλημα που θα περιγράψουμε πιο κάτω θα είναι ένα σύνολο (έστω E), το οποίο θα περιέχει ένα σύνολο επιχειρημάτων, και το οποίο θα αντιπροσωπεύει την ένωση όλων των πιθανών ευσταθών επεκτάσεων μιας θεωρίας.

Στόχος μας, με μόνο μια κλήση του Precosat και με βάση το σύνολο E , να υπολογίσουμε πιθανές ευσταθείς επεκτάσεις, και πιθανή θεωρία η οποία να έχει ως ευσταθείς επεκτάσεις, τις ευσταθείς επεκτάσεις τις οποίες θα δημιουργήσουμε από το σύνολο E . Το σημαντικό σε αυτό το πρόβλημα είναι ότι η εύρεση πιθανών ευσταθών επεκτάσεων και η εύρεση θεωρίας που να τις ικανοποιεί πρέπει να γίνουν σε μια κλήση του Precosat. Αυτό σημαίνει ότι κατά τον υπολογισμό των ευσταθών επεκτάσεων, εμείς δεν θα τις γνωρίζουμε, έτσι ώστε να ξέρουμε ποιες συγκεκριμένες ευσταθείς επεκτάσεις θα πρέπει να έχει η θεωρία που καλούμαστε να παράγουμε. Επομένως με βάση τους περιορισμούς/κανόνες που θα δημιουργήσουμε πρέπει να μπορεί να γίνεται έλεγχος εάν ένα επιχείρημα ανήκει μέσα σε κάποια συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση έτσι ώστε να μπορέσει να γίνει ο υπολογισμός και της θεωρίας.

Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα πρέπει μέσα σε μια κλήση του Precosat να γίνουν τα εξής βήματα:

1. Εύρεση πιθανών ευσταθών επεκτάσεων.
2. Εύρεση της θεωρίας που να ικανοποιεί τις συγκεκριμένες ευσταθείς επεκτάσεις.

Αρχικά πρέπει να αναφέρουμε ότι ο Precosat είναι ένας SAT Solver ο οποίος θα παίρνει ως είσοδο ένα αρχείο από προτάσεις σε συζευκτική κανονική μορφή(CNF). Οι προτάσεις θα αποτελούνται από μεταβλητές στις οποίες μπορεί να αποδώσει τιμές 0 ή 1. Σε περίπτωση που η ανάθεση τιμής θα είναι 0 τότε η μεταβλητή υπονοείται ότι

θα είναι ψευδής, ενώ στην περίπτωση ανάθεσης τιμής 1 υπονοείται η αλήθεια της μεταβλητής.

Όσον αφορά την εύρεση πιθανών ευσταθών επεκτάσεων μπορούμε να δημιουργήσουμε δύο αντίγραφα του συνόλου E έτσι ώστε το κάθε αντίγραφο να αναφέρεται σε ξεχωριστή ευσταθή επέκταση. Έτσι θα είναι εύκολο να πούμε ότι το κάθε επιχείρημα του συνόλου E θα ανήκει είτε στην μια επέκταση είτε στην άλλη ή και στις δύο. Πρέπει οπωσδήποτε όμως να ανήκει σε κάποια από τις δύο μετά από την υπόθεση ότι το σύνολο E θα περιέχει όλα τα επιχειρήματα τα οποία ανήκουν στις ευσταθείς επεκτάσεις κάποιας θεωρίας. Επιπρόσθετα είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι δεν μπορούν όλα τα επιχειρήματα του συνόλου E να ανήκουν μέσα στην ίδια ευσταθή επέκταση. Αυτό γιατί θα καταλήξουμε να έχουμε ένα σύνολο που θα είναι υποσύνολο ενός άλλου συνόλου και δεν υπάρχει θεωρία που να ικανοποιεί σύνολα που οι επεκτάσεις τους να είναι υποσύνολα το ένα του άλλου. Αν για παράδειγμα είχαμε μια επέκταση η οποία ήταν η $\{1,2,3\}$, και μια άλλη την $\{2,3\}$, αναμφισβήτητα μπορούμε να πούμε ότι δεν υπάρχει θεωρία που να τα ικανοποιεί. Γνωρίζουμε ότι για τα επιχειρήματα 1,2,3 πρέπει να ισχύει η ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης και της συλλογικής άμυνας. Το ίδιο ισχύει και για τα επιχειρήματα 2,3. Τα επιχειρήματα 2,3 πρέπει να επιτίθενται σε όλα τα υπόλοιπα επιχειρήματα. Επομένως κάποιο από τα 2 ή 3 θα πρέπει να επιτίθεται και στο επιχείρημα 1, που έρχεται σε αντίφαση με το γεγονός ότι για τα επιχειρήματα 1,2,3 πρέπει να ισχύει η ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης. Επομένως για να αποτρέψουμε αυτό το φαινόμενο θα πρέπει να δημιουργήσουμε μια μεταβλητή για κάθε επιχείρημα που θα ανήκει μέσα σε κάθε ένα από τα αντίγραφα που θα δημιουργήσουμε, έτσι ώστε να γνωρίζουμε σε πιο επιχείρημα αναφερόμαστε και για πιο αντίγραφο(ευσταθή επέκταση). Με αυτό τον τρόπο θα δημιουργηθούν οι πιθανές ευσταθείς επεκτάσεις καθώς τρέχει ο Precosat.

Ακολούθως πρέπει να γίνει εύρεση της θεωρίας που να ικανοποιεί τις συγκεκριμένες ευσταθείς επεκτάσεις καθώς τρέχει ο Precosat. Αρχικά δεν μπορεί ένα οποιοδήποτε επιχείρημα να επιτίθεται στον εαυτό του. Επομένως δημιουργούμε μεταβλητές που να αντιπροσωπεύουν ακμές από ένα επιχείρημα στον εαυτό τους και παίρνω την

άρνηση τους. Κάνοντας και αυτό μας έχει απομείνει η μοντελοποίηση των ιδιοτήτων απουσίας σύγκρουσης και συλλογικής άμυνας.

Όσον αφορά την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης, με βάση τις ευσταθείς επεκτάσεις που προκύπτουν θα πρέπει να αποτρέψουμε την είσοδο ακμής μεταξύ επιχειρημάτων που ανήκουν στην ίδια ευσταθή επέκταση. Επειδή όπως είπαμε αρχικά έχουμε σπάσει το σύνολο E σε κομμάτια όπου το κάθε κομμάτι αντιπροσωπεύει μια ευσταθή επέκταση, η μοντελοποίηση της ιδιότητας απουσίας σύγκρουσης θα πρέπει να γίνει για το κάθε κομμάτι ξεχωριστά. Όπως είναι γνωστό δεν γνωρίζουμε εξ' αρχής ποια επιχειρήματα ανήκουν μέσα σε κάθε ευσταθή επέκταση, και επειδή θέλουμε η λύση να βρεθεί με μια κλήση του Precosat, πρέπει να ανακαλύψουμε τα επιχειρήματα που αποτελούν την κάθε επέκταση κατά την ώρα της εκτέλεσης. Για να γίνει κατορθωτό αυτό η διαδικασία που περιγράφεται πιο κάτω θα πρέπει να ακολουθηθεί για κάθε ένα από τα κομμάτια. Επειδή η σχέση απουσίας σύγκρουσης είναι δυαδική σχέση, δημιουργούμε όλες τις δυάδες των επιχειρημάτων του συνόλου E , λέγοντας ότι εάν ανήκει μια συγκεκριμένη δυάδα μέσα στην ίδια ευσταθή επέκταση να αποκλείεται να υπάρχει οποιαδήποτε ακμή μεταξύ τους.

Ακολούθως περιγράφεται η ιδιότητα της συλλογικής άμυνας. Και πάλι η διαδικασία που περιγράφεται πιο κάτω θα πρέπει να ακολουθηθεί για κάθε αντίγραφο ξεχωριστά. Εδώ για να γίνει εφικτός ο στόχος, κάνουμε διάφορες υποθέσεις έτσι ώστε να ανακαλύψει ο Solver ποια επιχειρήματα ανήκουν σε ποια ευσταθή επέκταση. Σε γενικές γραμμές για αυτή την ιδιότητα παίρνουμε κάθε επιχείρημα και λέμε ότι εάν δεν ανήκει μέσα σε μια συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση πρέπει να ανήκει κάποιο άλλο επιχείρημα μέσα στην ευσταθή επέκταση και να του επιτίθεται.

Με αυτό τον τρόπο θα γίνει εφικτό με μία κλήση να πετύχουμε το σκοπό μας γιατί ελέγχουμε εάν τα επιχειρήματα ανήκουν σε ευσταθή επέκταση πριν προχωρήσουμε να τοποθετήσουμε οποιαδήποτε ακμή στην θεωρία μας.

Παράδειγμα κατανόησης 3.3

Έστω ότι $E=\{1,3,4\}$ και $N=5$ (αριθμός κόμβων. Ο αριθμός αυτός πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσος με τον μέγιστο αριθμό από το σύνολο E)

Βήμα 1 (Εύρεση ευσταθών επεκτάσεων):

Σπάσιμο στα δύο, και δημιουργία περιορισμών έτσι ώστε να μας επιστρέφει τιμές για τις δύο ευσταθείς επεκτάσεις, ποιο επιχείρημα ανήκει σε ποια ευσταθή επέκταση. Στο σχήμα 3.5 φαίνεται η αντιστοίχιση των μεταβλητών για τις ευσταθείς επεκτάσεις.

Επιχειρήματα που ανήκουν στο E	Μεταβλητές για ευσταθή επέκταση 1	Μεταβλητές για ευσταθή επέκταση 2
1	1	4
3	2	5
4	3	6

Σχήμα 3.5: Επιχειρήματα και μεταβλητές

Ερμηνεία μεταβλητών:

1 -> αν η μεταβλητή 1 είναι αληθής τότε το επιχείρημα 1 ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1, αν είναι ψευδής δεν ανήκει.

4-> αν η μεταβλητή 4 είναι αληθής τότε το επιχείρημα 1 ανήκει στην ευσταθή επέκταση 2, αν είναι ψευδής δεν ανήκει.

2-> αν η μεταβλητή 2 είναι αληθής τότε το επιχείρημα 3 ανήκει στην ευσταθή επέκταση, αν είναι ψευδής δεν ανήκει. κ.ο.κ.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση όσον αφορά την δημιουργία των ευσταθών επεκτάσεων θα έπρεπε να πούμε ότι:

1 $\vee$ 4 ->το επιχείρημα 1 θα πρέπει να ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 ή στην ευσταθή επέκταση 2.

2 $\vee$ 5 ->το επιχείρημα 3 θα πρέπει να ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 ή στην ευσταθή επέκταση 2.

3 V 6 ->το επιχείρημα 4 θα πρέπει να ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 ή στην ευσταθή επέκταση 2.

-1 V -2 V -3 ->αποκλείεται τα επιχειρήματα 1,2,3 να αποτελούν όλα μέρος της ευσταθής επέκταση 1

-4 V -5 V -6 ->αποκλείεται τα επιχειρήματα 1,2,3 να αποτελούν όλα μέρος της ευσταθής επέκταση 2

Βήμα 2(Εύρεση θεωρίας που να ικανοποιεί τι ευσταθείς επεκτάσεις θα που δημιουργηθούν):

Δημιουργούμε ένα πίνακα μεγέθους NxN (όπου N ο αριθμός των κόμβων) με τις μεταβλητές που θα χρησιμοποιήσουμε (αυξάνω κατά ένα), όπως φαίνονται και στο σχήμα 3.9.

Μέχρι τώρα μείναμε μέχρι την μεταβλητή 6. Άρα προκύπτει ο πιο κάτω πίνακας. (για ευκολία γράφω πρώτα την διαγώνιο και μετά συνεχίζω με τα υπόλοιπα).

7	12	13	14	15
16	8	17	18	19
20	21	9	22	23
24	25	26	10	27
28	29	30	31	11

Σχήμα 3.9: Δημιουργία μεταβλητών

Ερμηνεία μεταβλητών: (η γραμμή είναι αυτή που επιτίθεται και η στήλη αυτή που δέχεται την επίθεση). Στην ουσία αυτές οι μεταβλητές αντιστοιχούν σε ακμές.

7-> Το επιχείρημα 1 επιτίθεται στο 1(δηλαδή στον εαυτό του)

21-> Το επιχείρημα 3 επιτίθεται στο επιχείρημα 2

26-> Το επιχείρημα 4 επιτίθεται στο επιχείρημα 3

- Ιδιότητα απουσίας συγκρούσεων 1: Σε καμία περίπτωση δεν μπορεί ένα επιχείρημα να επιτίθεται στον εαυτό του. Άρα έχουμε τους πιο κάτω περιορισμούς:

-7 , -8 , -9 , -10 , -11 . (άρνηση των μεταβλητών της διαγωνίου του πίνακα)

- Ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης 2: Με βάση τις ευσταθείς επεκτάσεις που θα προκύψουν πρέπει αποκλείσω τις περιπτώσεις να υπάρχει ακμή μεταξύ επιχειρημάτων που ανήκουν στην ίδια ευσταθή επέκταση. Έτσι έχουμε:

Αν 1 και 2 ->-13 άρα ο περιορισμός είναι -1 -2 -13(αν το επιχείρημα 1 και 3(το 3 είναι η αντιστοίχιση της μεταβλητής 2) ανήκουν στην ευσταθή επέκταση 1 , δεν βάζω ακμή από το 1 στο 3). Το 13 το βρίσκω από τον πίνακα με τις μεταβλητές (θέση 0,2. Και μας λέει ότι δεν μπορεί το 1 να επιτίθεται στο 3). Επίσης πρέπει να ισχύει και ο περιορισμός -1 -2 -20(όχι ακμή από το 3 στο 1, θέση του πίνακα 2,0). Συνολικά για την συγκεκριμένη περίπτωση θα έχουμε τους εξής περιορισμούς :

-1V -2 V -13

-1 V-2 V -20

-1 V -3 V -24

-1 V -3 V -14

-2 V -3 V -22

-2 V -3 V -26

Μεταβλητή 1->επιχείρημα 1

Μεταβλητή 2->επιχείρημα 3

Μεταβλητή 3->επιχείρημα 4

Θα έχουμε τους ίδιους περιορισμούς και για το άλλο κομμάτι-ευσταθή επέκταση 2

-4 V -5 V -13

-4 V -5 V -20

-4 V -6 V -24

Μεταβλητή 4->επιχείρημα 1

Μεταβλητή 5->επιχείρημα 3

Μεταβλητή 6->επιχείρημα 4

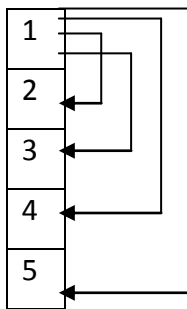
-4 V -6 V -14

-5 V -6 V -22

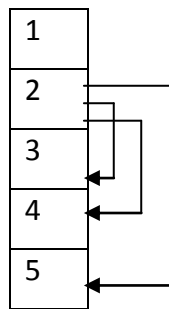
-5 V -6 V -26

Οι δυάδες δημιουργούνται με τον εξής τρόπο:

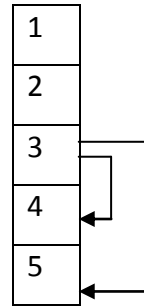
Έστω ότι είχαμε τα πιο κάτω στοιχεία:



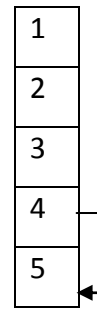
1 2, 1 3, 1 4, 1 5



2 3, 2 4, 2 5,



3 4, 3 5,



4, 5.

Σημείωση: Το -4 V -5, είναι το ίδιο με το -5 V -4

Ιδιότητα συλλογικής άμυνας

Όσον αφορά την ιδιότητα αυτή παίρνουμε ένα προς ένα τα επιχειρήματα τα οποία ανήκουν μέσα στο σύνολο E και λέμε ότι εάν δεν ανήκει μέσα σε μια συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση το συγκεκριμένο επιχείρημα, τότε πρέπει να ανήκει κάποιο άλλο επιχείρημα από το σύνολο E και να του επιτίθεται. Ακολούθως παίρνουμε ένα προς ένα τα επιχειρήματα τα οποία δεν ανήκουν μέσα στο σύνολο E, και λέμε ότι πρέπει να ανήκει μέσα σε μια συγκεκριμένη επέκταση κάποιο επιχείρημα από αυτά του συνόλου E και να του επιτίθεται.

Όλοι οι περιορισμοί που αφορούν το πιο πάνω παράδειγμα για αυτή την ιδιότητα είναι:

Περιορισμοί που αφορούν την ευσταθή επέκταση 1:

-1-> $(2 \wedge 20) \vee (3 \wedge 24)$: εάν αποφασισθεί ότι το επιχείρημα 1 το οποίο ανήκει στο E, δεν θα ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 τότε πρέπει το επιχείρημα 3 να ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 και να επιτίθεται το 3 στο 1 ή να ανήκει το 4 στην ευσταθή επέκταση 1 και να επιτίθεται το 4 στο 1. Το 20 και 24 αντιστοιχούν στην θέση (3,1) και (4,1) του πίνακα μεταβλητών αντίστοιχα.

-2-> $(1 \wedge 13) \vee (3 \wedge 26)$

-3-> $(1 \wedge 14) \vee (2 \wedge 22)$

$(1 \wedge 12) \vee (2 \wedge 21) \vee (3 \wedge 25)$

$(1 \wedge 15) \vee (2 \wedge 23) \vee (3 \wedge 29)$

Μεταβλητή 1->επιχείρημα 1

Μεταβλητή 2->επιχείρημα 3

Μεταβλητή 3->επιχείρημα 4

Περιορισμοί που αφορούν την ευσταθή επέκταση 2:

-4-> $(5 \wedge 20) \vee (6 \wedge 24)$

-5-> $(4 \wedge 13) \vee (6 \wedge 26)$

-6-> $(4 \wedge 14) \vee (5 \wedge 22)$

$(4 \wedge 12) \vee (5 \wedge 21) \vee (6 \wedge 25)$

$(4 \wedge 15) \vee (5 \wedge 23) \vee (6 \wedge 29)$

Μεταβλητή 4->επιχείρημα 1

Μεταβλητή 5->επιχείρημα 3

Μεταβλητή 6->επιχείρημα 4

Με αυτό τον τρόπο βεβαιωνόμαστε ότι οποιοδήποτε επιχείρημα από το E δεν θα ανήκει στην ευσταθή επέκταση 1 ή ευσταθή επέκταση 2, θα δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα το οποίο θα ανήκει στην αντίστοιχη επέκταση και έτσι θα είναι καλυμμένα όλα τα επιχειρήματα του συνόλου E.

Οι περιορισμοί για αυτή την ιδιότητα για να γίνουν δεκτά από τον Precosat θα πρέπει να μετατραπούν σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF).

Παράδειγμα μετατροπής σε συζευκτική κανονική μορφή. Έστω ότι έχουμε τον περιορισμό:

$$-4 \rightarrow (5 \wedge 20) \vee (6 \wedge 24)$$

Με την χρήση του περιορισμού $\neg A \rightarrow B \Leftrightarrow A \vee B$ προκύπτει ότι: $4 \vee (5 \wedge 20) \vee (6 \wedge 24)$

Ακολουθώντας:

$$[(4 \vee 5) \wedge (4 \vee 20)] \vee (6 \wedge 24)$$

$$(4 \vee 5 \vee 6) \wedge (4 \vee 20 \vee 6) \wedge (4 \vee 5 \vee 24) \wedge (4 \vee 20 \vee 24).$$

Για να γίνει εφικτό αυτό δημιουργείται ένας πίνακας και κάθε γραμμή του πίνακα αντιπροσωπεύει ένα περιορισμό. Η λογική που ακολουθείται είναι παρόμοια με αυτή της δημιουργίας ενός πίνακα αληθείας. Ο πίνακας ο οποίος θα είχε δημιουργηθεί για την πιο πάνω πρόταση θα ήταν:

4	5	6
4	5	24
4	20	6
4	20	24

Κάθε γραμμή του πίνακα θα αποτελεί ένα περιορισμό/κανόνα που προστεθεί στο ανάλογο αρχείο για τον ανάλογο Solver.

3.4 Υπολογισμός θεωρίας με μοναδικές ευσταθείς επεκτάσεις

Στην συνέχεια θέλαμε να βρούμε μια θεωρία η οποία να έχει κάποιες δοθείσες ευσταθείς επεκτάσεις μόνο και όχι άλλες πέρα από αυτές που θα δίνονται.

Το πρόβλημα αυτό αποτελείται από 2 βήματα:

- Η θεωρία που θα πάρουμε να έχει τις συγκεκριμένες ευσταθείς επεκτάσεις που θέλουμε
- Να μην μπορεί να βρεθεί κάποια άλλη ευσταθής επέκταση για αυτή την θεωρία εκτός από αυτές που μας δίνονται.

Όσον αφορά το πρώτο μέρος θα πρέπει να μοντελοποιήσουμε τις 2 ιδιότητες που έχουμε για τις ευσταθείς επεκτάσεις, αυτή της απουσίας συγκρούσεων και αυτή της συλλογικής άμυνας.

Ακολούθως θα πρέπει να δούμε το μέρος στο οποίο πρέπει να αποτρέψουμε την ύπαρξη άλλων ευσταθών επεκτάσεων. Άρα δεν θα πρέπει να μπορεί να δημιουργηθεί άλλο σύνολο εκτός από τα δοθέντα ώστε να περιέχει επιχειρήματα που να τηρούν τις 2 ιδιότητες που αναφέραμε πιο πριν.

Ο αλγόριθμος που προτείνεται είναι ο εξής:

Πριν κάνουμε οποιαδήποτε μοντελοποίηση πρέπει να δημιουργήσουμε τις μεταβλητές οι οποίες θα μας χρειαστούν. Δημιουργούμε ένα πίνακα μεταβλητών $N \times N$ (όπου N ο αριθμός των επιχειρημάτων που θα δίνεται), και γεμίζουμε τον πίνακα κατά αύξοντα αριθμό. Κάθε μεταβλητή σε αυτό το πίνακα θα αντιπροσωπεύει μια ακμή. Για παράδειγμα η μεταβλητή στην θέση (1,2) θα αντιπροσωπεύει την ύπαρξη ακμής από το επιχείρημα 2 στο επιχείρημα 3. Οι ευσταθείς επεκτάσεις που θα δίνονται θα αποθηκεύονται σε μια δομή δεδομένων, όπως για παράδειγμα πίνακα όπου η κάθε γραμμή θα αντιπροσωπεύει μια ευσταθή επέκταση..

Βήμα 1: Αρχικά **εκφράζουμε με περιορισμούς τις δύο ιδιότητες** (συλλογικής άμυνας και απουσίας συγκρούσεων), για τις ευσταθείς επεκτάσεις που μας δίνονται. Με την βοήθεια ενός SAT Solver (π.χ Precosat), παίρνουμε ένα πιθανό αποτέλεσμα, μια θεωρία δηλαδή που να ικανοποιεί τις ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου. Όσον αφορά

την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης αρχικά αποτρέπουμε τις περιπτώσεις να επιτίθεται ένα επιχείρημα στον εαυτό του ($-a_{ii}$). Επίσης αποτρέπεται η είσοδος ακμής μεταξύ δύο επιχειρημάτων που ανήκουν στην ίδια ευσταθή επέκταση (Παίρνουμε μία προς μία τις ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου οι οποίες είναι αποθηκευμένες κατά πάσα πιθανότητα σε ένα πίνακα και όποια επιχειρήματα ανήκουν στην ευσταθή επέκταση τα αποτρέπουμε από το να έχουν ακμή μεταξύ τους. Άρα $-a_{ij}$, εάν τα επιχειρήματα i και j ανήκουν στην ίδια ευσταθή επέκταση. Η μεταβλητή που αντιπροσωπεύει αυτή την ακμή θα είναι στην θέση $(i-1, j-1)$, του πίνακα). Όσον αφορά την ιδιότητα συλλογικής άμυνας πρέπει κάθε επιχείρημα που δεν ανήκει μέσα σε ευσταθή επέκταση να δέχεται επίθεση από κάποιο επιχείρημα που ανήκει στην συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση. Παίρνουμε μία προς μία τις ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου οι οποίες είναι αποθηκευμένες κατά πάσα πιθανότητα σε ένα πίνακα και για όποια επιχειρήματα δεν ανήκουν στην ευσταθή επέκταση δημιουργούμε ένα περιορισμό ο οποίος να προσθέτει ακμή προς αυτό, από κάποιο επιχείρημα που ανήκει στην ευσταθή επέκταση. Γενικά εάν δεν ανήκει ένα επιχείρημα i μέσα σε μια ευσταθή επέκταση τότε πρέπει να έχουμε ακμή : $a_{j,i} \vee a_{k,i}$, όπου j, k αντιπροσωπεύουν επιχειρήματα που ανήκουν μέσα στην συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση και όπου $a_{j,i}$ σημαίνει ύπαρξη ακμής από το j προς το i . Για να βρούμε την μεταβλητή η οποία αντιπροσωπεύει το $a_{j,i}$ πάμε στην θέση $(j-1, i-1)$, του πίνακα μεταβλητών.

Βήμα 2: Βλέπουμε εάν η θεωρία που έχει παραχθεί έχει και άλλες ευσταθείς επεκτάσεις εκτός από αυτές που θέλουμε **βρίσκοντας όλες τις ευσταθείς επεκτάσεις της θεωρίας**, (βλέπε Κεφάλαιο 4 υποκεφάλαιο 4.1). Εάν έχει μόνο τις δοθείσες ευσταθείς επεκτάσεις τότε είναι μια θεωρία που ψάχνουμε. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να παραβιάσουμε ιδιότητες στις «ανεπιθύμητες» επεκτάσεις που προκύπτουν ώστε να τις αποτρέψουμε να ξαναεμφανιστούν. Οι ιδιότητες που μπορούμε να παραβιάσουμε είναι δύο. Αυτή της απουσίας συγκρούσεων και αυτή της συλλογικής άμυνας.

Βήμα 3: Όταν προκύψει μια νέα-επιπρόσθετη ευσταθής επέκταση που δεν επιθυμούμε τότε **προσπαθούμε να την αποτρέψουμε** να εμφανιστεί ξανά. Για να

γίνει εφικτό αυτό πρέπει να παραβιαστεί κάποια από τις δύο ιδιότητες για τις ευσταθείς επεκτάσεις. Οι ιδιότητες που μπορούν να παραβιαστούν είναι δύο. Αυτή της απουσίας συγκρούσεων και αυτή της συλλογικής άμυνας. Θα πρέπει ο Solver να μπορεί να επιλέξει από μόνος του ποια ιδιότητα θα παραβιαστεί και γι' αυτό εκφράζονται με περιορισμούς και οι δύο ιδιότητες που μπορούν να παραβιαστούν.

Όσον αφορά την ιδιότητα της απουσίας συγκρούσεων για να μπορέσει να παραβιαστεί πρέπει η νέα επέκταση που θέλουμε να αποτρέψουμε να έχει πλήθος επιχειρημάτων μεγαλύτερο από 1. Αυτό γιατί η συγκεκριμένη ιδιότητα βασίζεται σε δυαδικές σχέσεις. Η ιδιότητα της απουσίας συγκρούσεων μας λέει ότι μέσα σε ένα σύνολο δεν πρέπει να υπάρχει οποιαδήποτε σχέση επίθεσης μεταξύ οποιοδήποτε επιχειρημάτων μέσα στο σύνολο. Επομένως για να παραβιαστεί η συγκεκριμένη ιδιότητα αρκεί να προστεθεί κάποια ακμή μεταξύ κάποιων επιχειρημάτων που θα ανήκουν μέσα στην νέα-επιπρόσθετη ευσταθή επέκταση. Επομένως δημιουργούμε όλες τις δυάδες που προκύπτουν μεταξύ των επιχειρημάτων της νέας ευσταθής επέκτασης και λέμε ότι κάποια από αυτές τις δυάδες πρέπει να έχει ακμή μεταξύ των επιχειρημάτων της.

Όσον αφορά την ιδιότητα της συλλογικής άμυνας, για να γίνει παραβιάσιμος της πρέπει να υπάρχει κάποιο επιχείρημα το οποίο να μην ανήκει μέσα στην νέα ευσταθή επέκταση και να μην δέχεται επίθεση από κανένα επιχείρημα που ανήκει μέσα στην συγκεκριμένη ευσταθή επέκταση. Για να γίνει κατορθωτό αυτό παίρνουμε κάθε ένα από τα επιχειρήματα τα οποία δεν ανήκουν μέσα στην νέα ευσταθή επέκταση και λέμε ότι δεν πρέπει κανένα από τα επιχειρήματα της νέας επέκτασης να επιτίθεται στο συγκεκριμένο επιχείρημα.

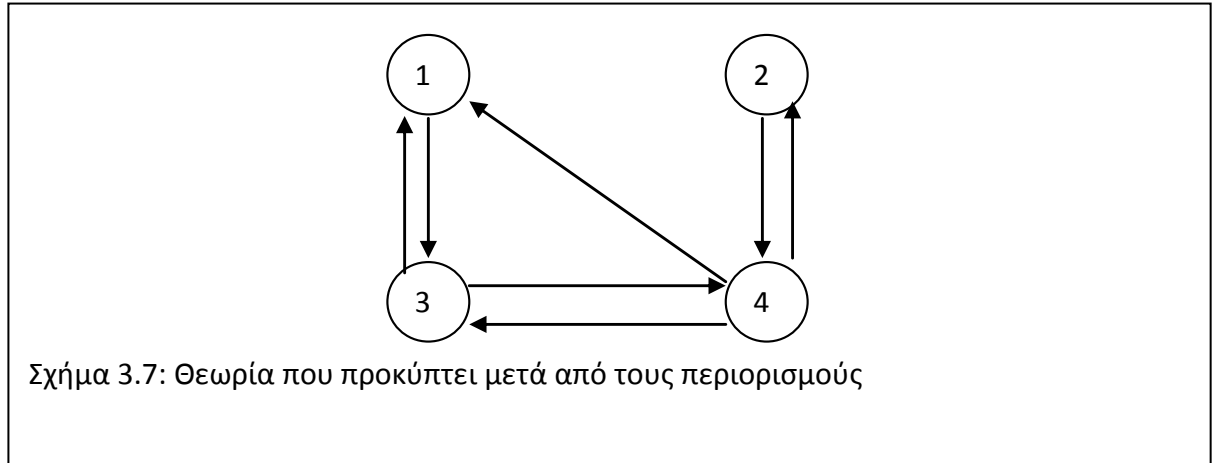
Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία από το βήμα 2 μέχρι να καταλήξουμε να έχουμε μόνο τις ευσταθείς επεκτάσεις που επιθυμούμε στην θεωρία.

Παράδειγμα εκτέλεσης 3.4

Έστω ότι θέλουμε η θεωρία να έχει 2 ευσταθείς επεκτάσεις . $E_1=\{1,2\}$ και $E_2=\{2,3\}$ και αριθμός επιχειρημάτων 4.

Βήμα 1

Δημιουργούμε τους περιορισμούς για τα 2 σύνολα και έστω ότι προκύπτει η θεωρία του σχήματος 3.7.



$\{4\}$ $\{1,2\}$ $\{2,3\}$

Βήμα 3

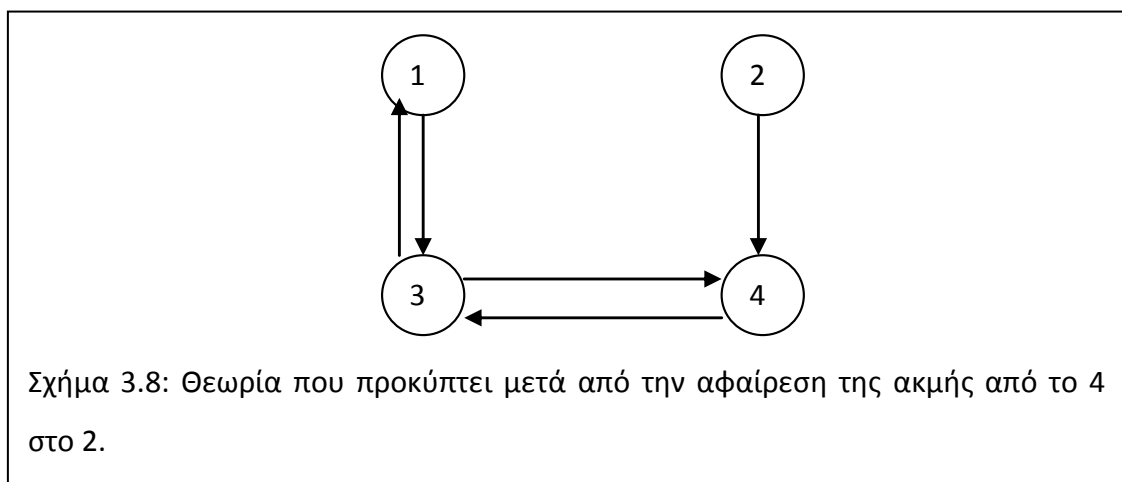
Την ευσταθή επέκταση $\{4\}$ δεν την χρειαζόμαστε. Γι'αυτό θα προσθέσουμε περιορισμό για την αποτρέψουμε. Ο περιορισμός σε μια τέτοια περίπτωση πρέπει να λέει ότι 4 δεν χρειάζεται να επιτίθεται σε όλα τα υπόλοιπα επιχειρήματα. Δηλαδή το 4 να μην επιτίθεται στο 1 ή το 4 να μην επιτίθεται στο 2 ή το 4 να μην επιτίθεται στο 3.

Έστω ότι επιλέγεται να μην υπάρχει η ακμή από το 4 στο 1. Σε αυτή την περίπτωση γίνεται επανάληψη και με την επιστροφή μας στο βήμα 2 βλέπουμε ότι υπάρχει μια νέα ευσταθή επέκταση που είναι η $\{1,4\}$ που ούτε και αυτή την θέλουμε. Άρα προσθέτουμε περιορισμό. Σε αυτή την περίπτωση ο περιορισμός θα λέει ότι κάποιο τα επιχειρήματα που δεν ανήκουν σε αυτό το σύνολο $\{1,4\}$, να μην δέχεται επίθεση από το 1 και 4 για να μην μπορεί να είναι το σύνολο αυτό ευσταθής επέκταση ή το 4 να επιτίθεται στο 1 και το 4 στο 1 παραβιάζοντας έτσι την ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης. Άρα θα έχουμε ότι: το 4 να μην επιτίθεται στο 2 ή (το 1 να μην επιτίθεται στο 3 ΚΑΙ το 4 να μην επιτίθεται στο 3) ή (το 4 να επιτίθεται στο 1 και το 4 στο 1). Στην περίπτωση αυτή δεν χρειάζεται να πούμε: το 1 να μην επιτίθεται στο 2 γιατί η

πρόταση θα γίνει αληθής μιας και το 1,2 είναι ένα από τα σύνολα που επιθυμούμαι και πρέπει έτσι κι' αλλιώς να ισχύει η ιδιότητα απουσίας σύγκρουσης, και δεν θα προχωρήσει για να αποτρέψει το νέο σύνολο να ξαναεμφανιστεί. Σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι ο πιο πάνω περιορισμός που διατυπώσαμε δεν είναι σε συζευκτική κανονική μορφή (Conjunctive Normal Form) για μπορέσει να γίνει χρήση του από τον Solver Precosat που χρησιμοποιούμε. Επομένως μέσα από κατάλληλη επεξεργασία πρέπει να γίνει μετατροπή σε συζευκτική κανονική μορφή όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο.

Έστω ότι φεύγει η ακμή από το 4 στο 2.

Προκύπτει η θεωρία του σχήματος 3.8



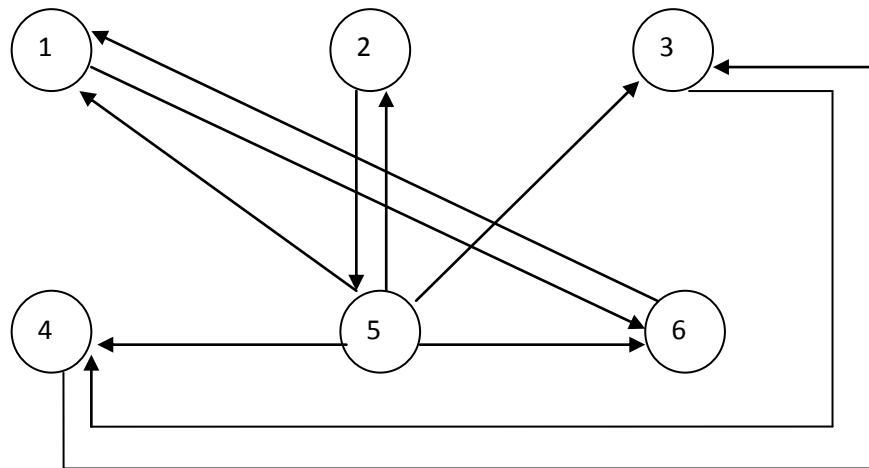
Η θεωρία που προκύπτει έχει μόνα τις ευσταθείς επεκτάσεις που επιθυμούμε.

Παράδειγμα εκτέλεσης 3.5

Έστω ότι έχουμε 2 ευσταθείς επεκτάσεις $E_1=\{1,2,3\}$ και $E_2=\{2,3,6\}$.

Δημιουργούμε τους περιορισμούς για τις 2 ιδιότητες για αυτά τα σύνολα και ο Sat Solver μου επιστρέφει μια θεωρία που να έχει αυτές τις δύο ευσταθείς επεκτάσεις.

Έστω ότι παίρνουμε την θεωρία σχήματος 3.9



Σχήμα 3.9: Θεωρία που παίρνουμε μετά από τους περιορισμούς

Τώρα πρέπει να βρούμε όλα τις ευσταθείς επεκτάσεις αυτής της θεωρίας. Έχουμε τις εξής:

$\{1,2,3\}$ $\{2,3,6\}$ οι οποίες είναι και αυτές που επιθυμούμε. Υπάρχουν ακόμη τρεις επιπρόσθετες όμως.

$\{5\}$

$\{1,2,4\}$

$\{2,4,6\}$

Για τα τρία αυτά επιπρόσθετα σύνολα πρέπει να προσθέσουμε περιορισμούς που να τα αποτρέπουν να ξαναεμφανιστούν

5: το 5 να μην επιτίθεται στο 1 ή το 5 να μην επιτίθεται στο 2 ή το 5 να μην επιτίθεται στο 3 ή το 5 να μην επιτίθεται στο 4 ή το 5 να μην επιτίθεται στο 6.

1,2,4: (το 4 να μην επιτίθεται στο 3) ή (το 1 να μην επιτίθεται στο 5 ΚΑΙ το 2 να μην επιτίθεται στο 5 και το 4 να μην επιτίθεται στο 5) ή (το 1 να μην επιτίθεται στο 6 και το 2 να μην επιτίθεται στο 6 και το 4 να μην επιτίθεται στο 6) ή (το 1 να επιτίθεται στο

2 και το 2 στο 1) ή (το 1 να επιτίθεται στο 4 και το 4 στο 1) ή (το 2 να επιτίθεται στο 4 και το 4 στο 2).

2,4,6: (το 2 να μην επιτίθεται στο 5 και το 4 να μην επιτίθεται στο 5 και το 6 να μην επιτίθεται στο 5) ή (το 4 να μην επιτίθεται στο 1 και το 6 να μην επιτίθεται στο 1) ή (το 4 να μην επιτίθεται στο 3 ή το 6 να μην επιτίθεται στο 3) ή (το 2 να επιτίθεται στο 4 και το 4 στο 2) ή (το 2 να επιτίθεται στο 6 και το 6 στο 2) ή (το 4 να επιτίθεται στο 6 και το 6 στο 4).

Έστω ότι ο solver αποφασίζει :

- το 5 να μην επιτίθεται στο 1
- το 4 να μην επιτίθεται στο 3
- το 4 να μην επιτίθεται στο 3 ή το 6 να μην επιτίθεται στο 3

Αφού τρέξουμε τον solver η νέα θεωρία που θα πάρουμε δεν θα έχει τις τρεις επιπρόσθετες ευσταθείς επεκτάσεις αλλά θα έχει μια νέα την $\{1,5\}$. Προσθέτουμε τον περιορισμό (το 1 να μην επιτίθεται στο 4 και το 5 να μην επιτίθεται στο 4) ή (το 1 να μην επιτίθεται στο 6 και το 5 να μην επιτίθεται στο 6) ή το 5 να μην επιτίθεται στο 2 ή το 5 να μην επιτίθεται στο 3 ή (το 1 να επιτίθεται στο 5 και το 5 στο 1).

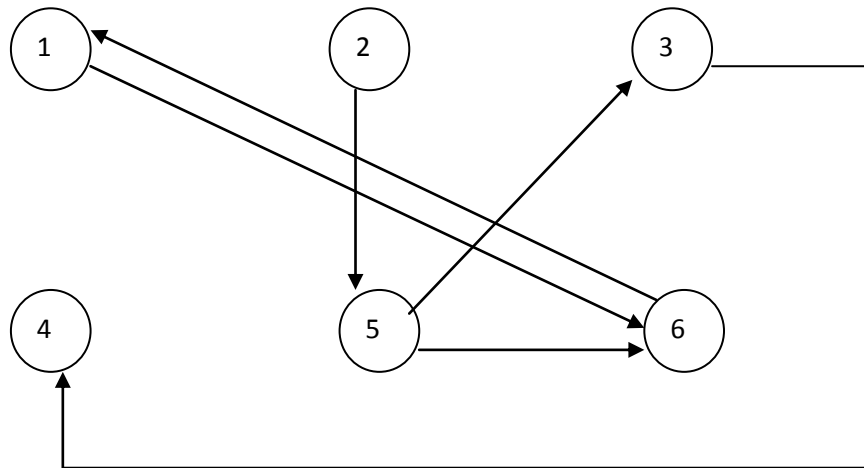
Έστω ότι ο solver αποφάσισε το 1 να μην επιτίθεται στο 4 και το 5 να μην επιτίθεται στο 4. Μας δίνει ως αποτέλεσμα μια νέα θεωρία.

Τρέχουμε ξανά τον solver για να βρούμε τις ευσταθείς επεκτάσεις της νέας θεωρίας και παίρνουμε ως επιπρόσθετο σύνολο το 5,1,4. Προσθέτουμε τον περιορισμό:

(το 5 να μην επιτίθεται στο 2 και το 4 να μην επιτίθεται στο 2) ή (το 5 να μην επιτίθεται στο 3 και το 4 να μην επιτίθεται στο 3) ή (το 5 να μην επιτίθεται στο 6 και το 1 να μην επιτίθεται στο 6 και το 4 να μην επιτίθεται στο 6) ή (το 5 να επιτίθεται στο 1 και το 1 στο 5) ή (το 5 να επιτίθεται στο 4 και το 4 στο 5) ή (το 1 να επιτίθεται στο 4 και το 4 στο 1).

Έστω ότι αποφασίστηκε το 5 να μην επιτίθεται στο 2 και το 4 να μην επιτίθεται στο 2.

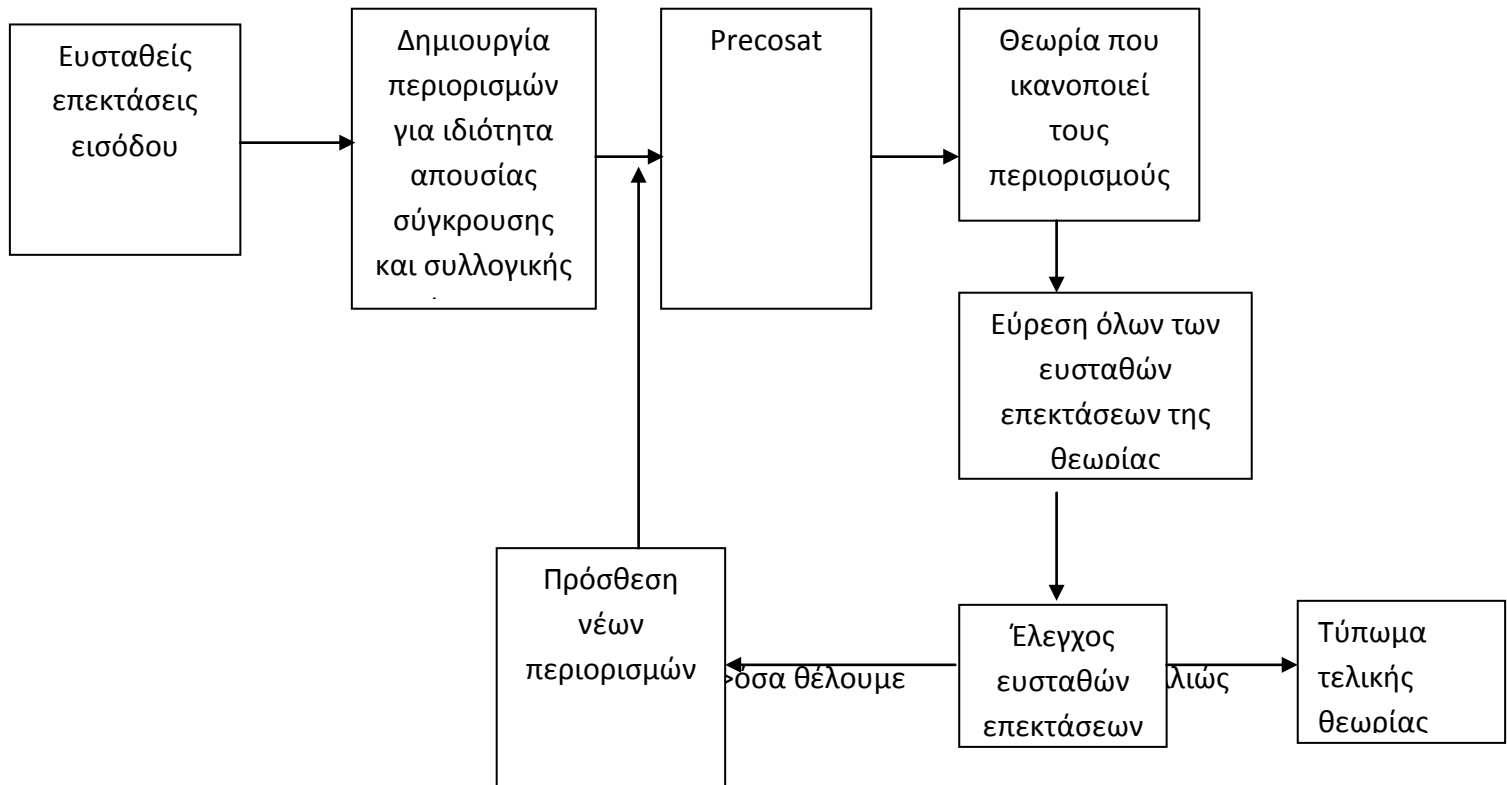
Η θεωρία που θα πάρουμε δεν θα έχει άλλες επιπρόσθετες ευσταθείς επεκτάσεις εκτός από το δύο που επιθυμούμε. Το αποτέλεσμα θα είναι αυτό του σχήματος 3.10



Σχήμα 3.10: Αναπαράσταση από την απόφαση το 5 να μην επιτίθεται στο 2 και το 4 να μην επιτίθεται στο 2.

Είναι γεγονός ότι και αυτό το πρόβλημα που είχαμε να λύσουμε το μετατρέψαμε σε ένα πρόβλημα SAT. Διαγραμματικά η διαδικασία που ακολουθήσαμε στο μέρος αυτό φαίνεται στο σχήμα 3.11.

Σχήμα 3.11



Κεφάλαιο 4

Σύστημα Υλοποίησης και πειράματα

4.1 Μέρος 1.....	56
4.2 Μέρος 2.....	61
4.3 Μέρος 3.....	70
4.4 Μέρος 4.....	75

Η υλοποίηση του προγράμματος έγινε στην γλώσσα προγραμματισμού C.

Το πρόγραμμα το οποίο έχω υλοποιήσει αποτελείται από τέσσερις επιλογές. Οι τέσσερις επιλογές είναι:

1. Υπολογισμός όλων των ευσταθών επεκτάσεων μιας θεωρίας.
2. Υπολογισμός ελάχιστης θεωρίας που έχει κάποιες ευσταθείς επεκτάσεις.
3. Υπολογισμός ευσταθών επεκτάσεων και θεωρίας δοθέντος ενός συνόλου επιχειρημάτων.
4. Υπολογισμός θεωρίας με μοναδικές ευσταθείς επεκτάσεις.

Αρχικά ο χρήστης βρίσκεται αντιμέτωπος με ένα κατάλογο επιλογής από όπου διαλέγει πια επιλογή θέλει να εκτελέσει.

Πιο κάτω γίνεται περιγραφή του κάθε μέρους της υλοποίησης ξεχωριστά καθώς και παρουσίαση αποτελεσμάτων από το κάθε μέρος.

4.1 Μέρος 1

Το πρώτο βήμα της υλοποίησης μας ήταν να υπολογίζουμε όλες τις πιθανές ευσταθείς επεκτάσεις κάθε θεωρίας κάνοντας χρήση ενός SAT solver και συγκεκριμένα του Precosat. Υλοποιήθηκε ο αλγόριθμος που περιγράφεται στο κεφάλαιο 3, υποκεφάλαιο 3.1.

Ο Precosat είναι ένας Sat Solver που δέχεται ως είσοδο ένα σύνολο από προτάσεις σε συζευκτική κανονική μορφή (πχ $X \vee Y$), τρέχει και μας λέει αν υπάρχει λύση, αν υπάρχει δηλαδή τρόπος ανάθεσης που να μας κάνει όλες τις προτάσεις αληθείς. Εάν υπάρχει μια τέτοια ανάθεση μας την επιστρέφει (Satisfied.) αλλιώς μας ενημερώνει πως δεν ήταν δυνατή η εύρεση λύσης (Unsatisfied.).

Αρχικά δημιουργούμε ένα αριθμό τυχαίων θεωριών (τυχαία γραφήματα), αριθμό τον οποίο καθορίζει ο χρήστης. Ζητείται από το χρήστη να καθορίσει τον αριθμό κόμβων που θα έχουν οι θεωρίες και την πυκνότητα των γραφημάτων. Με βάση την πυκνότητα μπορεί να γίνει ο υπολογισμός για το πόσες ακμές θα έχουν τα γραφήματα μας.

Πυκνότητα = αριθμός ακμών / αριθμός ακμών πλήρους γραφήματος.

Για παράδειγμα για 5 κόμβους και πυκνότητα 0.3 θα έχουμε 6 ακμές για κάθε θεωρία. ($\chi = 0.3 * 20$).

Ακολουθώς η υλοποίηση γίνεται με πίνακες γειτνίασης όπου τυχαία τοποθετούμε τις ακμές μας. Για κάθε θέση επιστρέψαμε έναν αριθμό από 0 μέχρι 1 [0,1], και εάν ο αριθμός αυτός ήταν μεγαλύτερος από την πυκνότητα βάζαμε 1 στην αντίστοιχη θέση, δηλαδή ακμή, αλλιώς βάζαμε 0, όχι ακμή. Εάν στη θέση (κ,λ) του πίνακα υπάρχει 1 σημαίνει ότι υπάρχει ακμή από τον κόμβο κ στον κόμβο λ, και εάν υπάρχει 0 δεν υπάρχει ακμή.

Για κάθε θεωρία φτιάχνουμε ένα αρχείο με τις προτάσεις σε dimacs format που μοντελοποιούν τις δύο ιδιότητες όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο 4 υποκεφάλαιο 4.1, και το δίνουμε στον precosat. Στην αρχή του αρχείου dimacs χρειάζεται να υπάρχει ο συνολικός αριθμός μεταβλητών που χρησιμοποιούνται και ο συνολικός αριθμός των όρων που χρησιμοποιείται. Γι' αυτό μέσα στο πρόγραμμα γίνονται οι απαραίτητες μετρήσεις. Αν μας επιστρέψει κάποια λύση ο precosat παίρνουμε την άρνηση της και την τοποθετούμε στο αρχείο dimacs και ξανατρέχουμε τον precosat. Για παράδειγμα έστω ότι μας επιστρέφει ο Precosat την λύση -1 2 -3 4. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στην ευσταθή επέκταση ανήκει το 2 και το 4, γιατί δεν εμφανίζονται με άρνηση. Η λύση που μας δίνει κάθε φορά είναι και μια ευσταθής επέκταση, γιατί είναι μια ανάθεση

τιμών η οποία τηρεί τις ιδιότητες που εκφράσαμε ως περιορισμούς. Οι μεταβλητές που έχουν άρνηση δεν ανήκουν μέσα στην ευσταθή επέκταση ενώ οι υπόλοιπες που δεν έχουν άρνηση ανήκουν. Άρα μια ευσταθής επέκταση της θεωρίας θα είναι το {2,4}. Ακολούθως παίρνουμε την άρνηση του αποτελέσματος, δηλαδή 1 -2 3 -4 0 και το τοποθετούμε στο αρχείο dimacs και ξανατρέχουμε τον precosat. Έστω ότι μας επιστέφει -1 -2 3 -4 0. Αυτό σημαίνει ότι η θεωρία έχει και μια δεύτερη ευσταθή επέκταση η οποία είναι η {3}. Ακολούθως παίρνουμε την άρνηση του αποτελέσματος, δηλαδή 1 2 -3 4 0 και την τοποθετούμε στο αρχείο dimacs και ξανατρέχουμε τον precosat. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι ο precosat να μας απαντήσει ότι δεν υπάρχει άλλη λύση(Unsatisfied). Η άρνηση συμβολίζεται με “-”.

Πιθανή Εκτέλεση

```
Dwse thetiko akairo arithmo thewriwn p epithimeis na dimiourgithoun: 3
Dwse akairo thetiko arithmo komvwn p epithimeis na dimiourgithoun : 6

Kathorise tn piknotita tou grafimatos dinontas ena pragmatiko arithmo apo t 0.0 mexri 1.0 : 0.5

To grafima me 6 komvous kai piknotita 0.500 tha exei 15 akmes

000100
000010
100110
010011
011100
111100

011100
001110
010110
010001
001001
100100

001110
100000
100111
010001
001100
011010

!!!! THEWRIA : 0
-1 -2 -3 -4 5 6 0
NO SOLUTION
!!!! THEWRIA : 1
-1 -2 3 -4 -5 6 0 1 -2 -3 -4 5 -6 0 -1 2 -3 -4 -5 6 0
NO SOLUTION
!!!! THEWRIA : 2
1 -2 -3 -4 -5 6 0 -1 2 3 -4 -5 -6 0
NO SOLUTION

T0 : 0 T0 : 0 T0 : 0 T0 : 0 T0 : 0 T0 : 1 T0 : 1

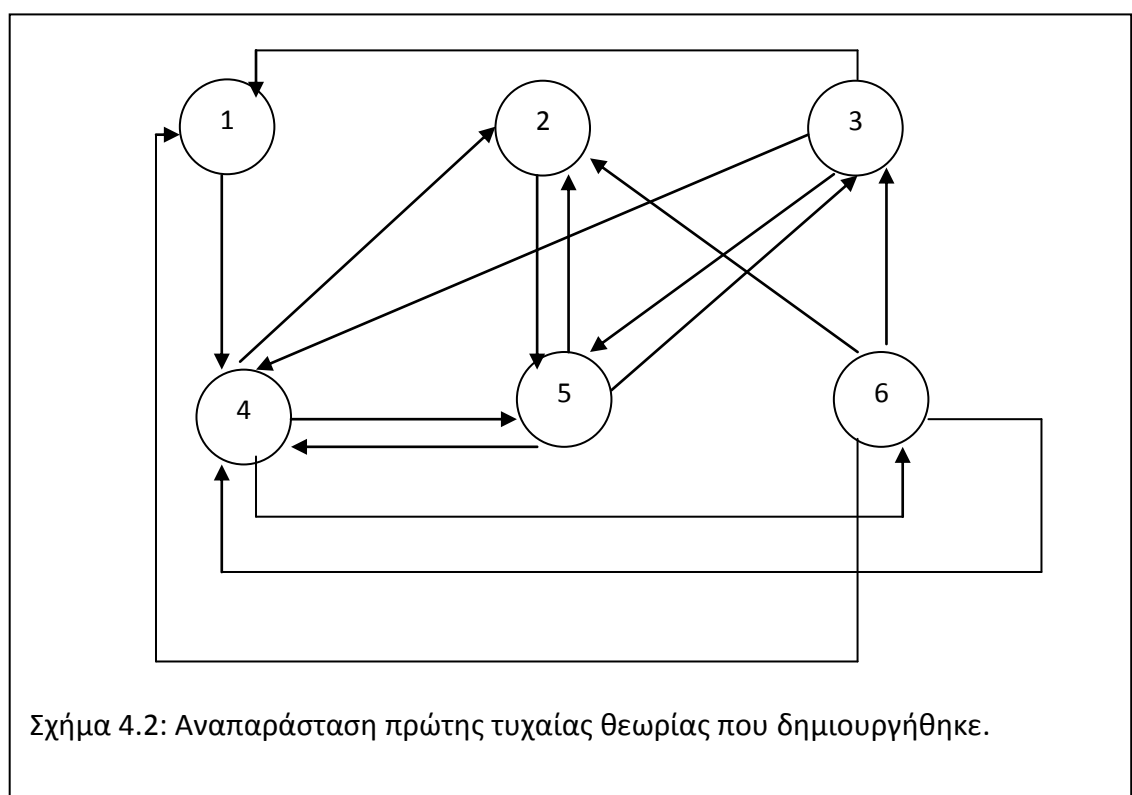
T1 : 0 T1 : 0 T1 : 1 T1 : 0 T1 : 0 T1 : 1
T1 : 1 T1 : 0 T1 : 0 T1 : 0 T1 : 1 T1 : 0
T1 : 0 T1 : 1 T1 : 0 T1 : 0 T1 : 0 T1 : 1

T2 : 1 T2 : 0 T2 : 0 T2 : 0 T2 : 0 T2 : 1
T2 : 0 T2 : 1 T2 : 1 T2 : 0 T2 : 0 T2 : 0
```

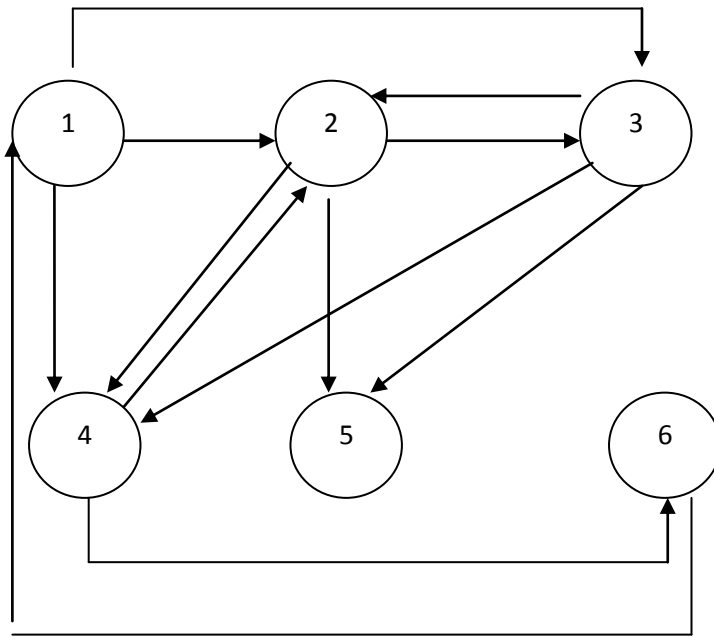
Σχήμα 4.1: Πιθανή εκτέλεση για εύρεση όλων των ευσταθών επεκτάσεων 3 θεωριών

Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζεται μια πιθανή εκτέλεση όπου έχουν δημιουργηθεί τυχαία 3 θεωρίες, που η κάθε μια έχει 6 κόμβους ,επιχειρήματα, και 15 ακμές (πυκνότητα 0.5). Επίσης βλέπουμε ποιες είναι και οι θεωρίες που δημιουργήθηκαν. Ως αποτέλεσμα έχουμε ότι η πρώτη θεωρία έχει μια ευσταθή επέκταση η οποία είναι η {5,6}, η δεύτερη θεωρία έχει τρεις ευσταθείς επεκτάσεις οι οποίες είναι :{3,6}, {1,5}, {2,6}. Τέλος η τρίτη θεωρία έχει δύο ευσταθείς επεκτάσεις οι οποίες είναι οι {1,6} και {2,3}.

Η αναπαράσταση των τυχαίων θεωριών που δημιουργήθηκαν τυχαία φαίνεται πιο κάτω. Τα σχήματα 4.2, 4.3 , 4.4 αναπαριστούν τις θεωρίες 1,2 και 3 αντίστοιχα.

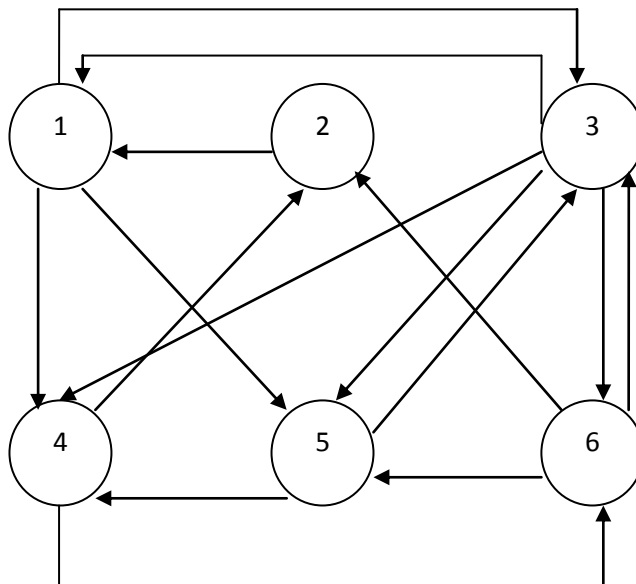


Όπως αναφέραμε η θεωρία αυτή έχει μια ευσταθή επέκταση η οποία είναι η {5,6}.



Σχήμα 4.3: Αναπαράσταση δεύτερης τυχαίας θεωρίας που δημιουργήθηκε.

Η θεωρία αυτή έχει τρεις ευσταθείς επεκτάσεις που είναι: $\{3,6\}$, $\{1,5\}$, $\{2,6\}$.



Σχήμα 4.4: Αναπαράσταση τρίτης τυχαίας θεωρίας που δημιουργήθηκε.

Η θεωρία αυτή έχει δύο ευσταθείς επεκτάσεις οι οποίες είναι οι $\{1,6\}$ και $\{2,3\}$.

4.2 Μέρος 2

Στο κομμάτι αυτό είχαμε να λύσουμε το εξής πρόβλημα: Θα μας δίνονταν ως είσοδος κάποιες ευσταθείς επεκτάσεις και εμείς θα έπρεπε να βρίσκουμε την ελάχιστη θεωρία που ικανοποιεί την είσοδο μας. Με τον όρο ελάχιστη θεωρία εννοούμε να έχει τις λιγότερες ακμές. Το μέρος αυτό υλοποιήθηκε με την χρήση Minisat+, αλλά υπάρχει στο πρόγραμμα και μια δεύτερη επιλογή που η λύση δίνεται με βάση τον Precosat. Επίσης έγινε και μια σύγκριση μεταξύ των δύο επιλογών αυτών. Όλα αυτά θα τα δούμε πιο κάτω. Ο αλγόριθμος υλοποίησης είναι αυτός που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3 υποκεφάλαιο 3.2

Υλοποίηση με Minisat+

Σκοπός του να υπολογίζει την ελάχιστη θεωρία (λιγότερες ακμές) που έχει κάποιες συγκεκριμένες ευσταθείς επεκτάσεις. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα δημιουργούσε τυχαία το μέγεθος κάθε ευσταθής επέκτασης. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να καθορίσει το μέγεθος που επιθυμεί να έχουν οι ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου. Έπειτα αφού και πάλι τυχαία γινόταν η δημιουργία των ευσταθών επεκτάσεων, δημιουργούσαμε τους περιορισμούς με βάση τις ευσταθείς επεκτάσεις ώστε το αρχείο με τους περιορισμούς να δοθεί ως είσοδος στο minisat+. Σκοπός ήταν να βρεθεί η θεωρία, εάν υπάρχει, η οποία να έχει ως ευσταθείς επεκτάσεις τις ευσταθείς επεκτάσεις που δημιουργήθηκαν. Η θεωρία που θέλαμε όμως ήταν η ελάχιστη, αυτή δηλαδή με τις λιγότερες ακμές, και γι' αυτό κάναμε χρήση μιας αντικειμενικής συνάρτησης min.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι περιορισμοί που χρησιμοποιήθηκαν δεν ήταν της ίδιας μορφής όπως και στο προηγούμενο μέρος (demacs format), καθώς ο Minisat+ δέχεται διαφορετική μορφή προτάσεων [3]. Συγκεκριμένα ο Minisat+ δέχεται γραμμικές ανισώσεις.

Υλοποίηση με Precosat

Η συγκεκριμένη επιλογή του προγράμματος δημιουργούσε τυχαία το μέγεθος κάθε ευσταθής επέκτασης. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να καθορίσει το μέγεθος που

επιθυμεί να έχουν οι ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου. Έπειτα αφού και πάλι τυχαία γινόταν η δημιουργία των ευσταθών επεκτάσεων, δημιουργούσαμε τους περιορισμούς με βάση τις ευσταθείς επεκτάσεις ώστε το αρχείο με τους περιορισμούς να δοθεί ως είσοδος στο minisat+.

Η κλήση όμως του minisat+ αυτή την φορά δεν ήταν για να μας δώσει την λύση, αλλά να μας μετατρέψει τους περιορισμούς σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF) για να μπορέσουμε μετά το αρχείο που θα μας δώσει, να το δώσουμε ως είσοδο στον Precosat.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι δεν είναι αρκετή μόνο μια κλήση του Precosat για να μας δώσει την ελάχιστη θεωρία την οποία ψάχνουμε. Για να πετύχουμε τον στόχο μας προσθέτουμε αρχικά ένα περιορισμό στο αρχείο μας που να λέει στον Precosat να βρει λύση με μια ακμή (ο περιορισμός αυτός θα προστεθεί στο αρχείο του Minisat και ακολούθως με την ανάλογη εντολή θα μετατραπεί στην μορφή του Precosat) . Εάν δεν μας επιστρέψει κάποια λύση ο Solver αυτό σημαίνει ότι δεν ήταν δυνατή η εξεύρεση μιας τέτοιας λύσης. Προσχωρούμε προσθέτοντας τον περιορισμό ώστε να μας βρει μια θεωρία με ≤ 2 ακμές. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι ο Precosat να μας πει ότι βρέθηκε λύση. Σταματάμε μόλις μας πει ότι βρέθηκε κάποια λύση.

Ο Precosat είναι αυτός που θα μας δώσει την λύση σε αυτή την επιλογή. Σκοπός ήταν να βρεθεί η θεωρία, εάν υπάρχει , η οποία να έχει ως ευσταθείς επεκτάσεις τις ευσταθείς επεκτάσεις που δημιουργήθηκαν προηγουμένως τυχαία.

Πείραμα με Minisat+ και Precosat

Εκτελέσαμε ένα πείραμα στο οποίο κάθε φορά εκτελούσαμε το πρόγραμμα το οποίο υλοποιήθηκε για εύρεση τις ελάχιστης θεωρίας, κάνοντας χρήση του SAT solver Minisat+ και του Precosat. Με αυτό το πείραμα έγινε κατορθωτό να βγάλουμε και κάποια συμπεράσματα όσον αφορά τους δύο solvers.

Κατά την πειραματική διαδικασία οι παράμετροι μας ήταν ο αριθμός των επιχειρημάτων που θα υπήρχαν καθώς επίσης και το πλήθος των ευσταθών επεκτάσεων.

Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που πήραμε. Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο(Κεφάλαιο 5 υποκεφάλαιο 5.1). Κάθε περίπτωση την τρέχαμε για 5 επαναλήψεις. Επίσης βάλαμε ένα περιορισμό στον οποίο σε οποιαδήποτε περίπτωση το πρόγραμμα έτρεχε πάνω από 4000 seconds να κάνει σταματά (time out) και να συνεχίζει με τα υπόλοιπα. Το σταμάτημα (time out) το καταφέραμε μέσω της συνάρτησης ulimit. Η συνάρτηση αυτή καταφέρνει να σταματά ένα πρόγραμμα το οποίο χρησιμοποιεί πολύ χρόνο ή πολύ μνήμη. Υπάρχει μια πλειάδα επιλογών για την συγκεκριμένη συνάρτηση.

Οι μετρήσεις που κάναμε έχουν να κάνουν με το πόσες φορές στις 5 επαναλήψεις ο αντίστοιχος solver, βρίσκει λύση, σε πόσες δεν βρήκε, πόσες από αυτές τις λύσεις ήταν βέλτιστες, και σε πόσες περιπτώσεις είχαμε σταμάτημα (time out). Επίσης καταγράψαμε το μέσο όρο σε χρόνο εκτέλεσης του προγράμματος για κάθε περίπτωση. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 4.1 για την υλοποίηση με Minisat+ και στον πίνακα 4.2 για την υλοποίηση με Precosat.

Πίνακας 4.1

Αριθμός επιχειρημάτων	Αριθμός ευσταθών επεκτάσεων	Βρέθηκε λύση	Δεν βρέθηκε λύση	Βέλτιστη	Λήξη χρόνου	Μέσος χρόνος εκτέλεσης
10	1	5	0	5	0	2ms
10	2	5	0	5	0	4ms
30	2	5	0	5	0	56ms
30	3	5	0	5	0	62ms
30	4	2	2	2	1	900sec
50	2	3	1	3	1	1400sec
50	3	2	1	2	2	20min
50	4	0	3	0	2	40min

50	5	0	2	0	3	1h
70	2	0	2	0	3	1h
70	3	0	1	0	4	1h10min
70	4	0	0	0	5	1h30min
70	5	0	0	0	5	1h30min

Γραφική παράσταση 4.1



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τη σχέση του χρόνου εκτέλεσης με τον αριθμό των επιχειρημάτων όταν γίνεται χρήση του Solver Minisat+. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης σε milliseconds, και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Γραφική παράσταση 4.2



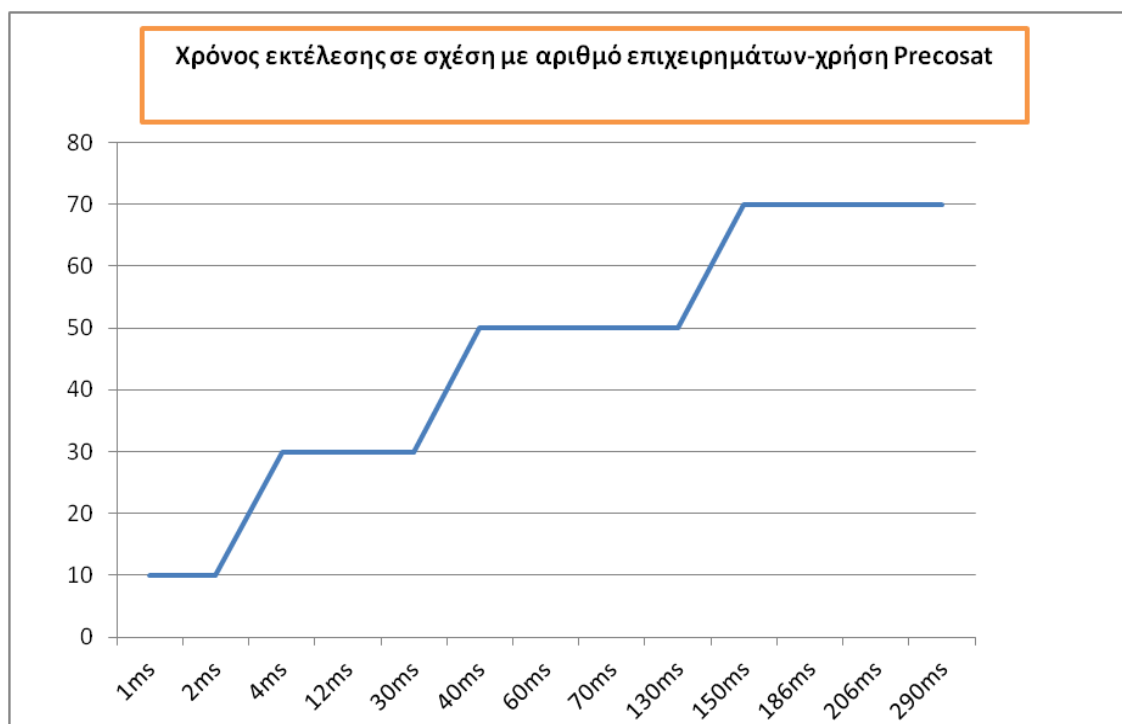
Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τη σχέση του χρόνου εκτέλεσης με τον αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων όταν γίνεται χρήση του Solver Minisat+. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης σε milliseconds, και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Πίνακας 4.2

Αριθμός επιχειρημάτων	Αριθμός ευσταθών επεκτάσεων	Βρέθηκε λύση	δεν βρέθηκε λύση	Βέλτιστη	Λήξη χρόνου	Μέσος χρόνος εκτέλεσης
10	1	5	0	5	0	1ms
10	2	4	1	4	0	2ms
30	2	5	0	5	0	4ms
30	3	4	1	4	0	12ms
30	4	3	2	3	0	30ms

50	2	5	0	5	0	40ms
50	3	5	0	5	0	60ms
50	4	4	1	4	0	70ms
50	5	1	4	1	0	130ms
70	2	5	0	5	0	150ms
70	3	4	1	4	0	186ms
70	4	5	0	5	0	206ms
70	5	2	3	2	0	290ms

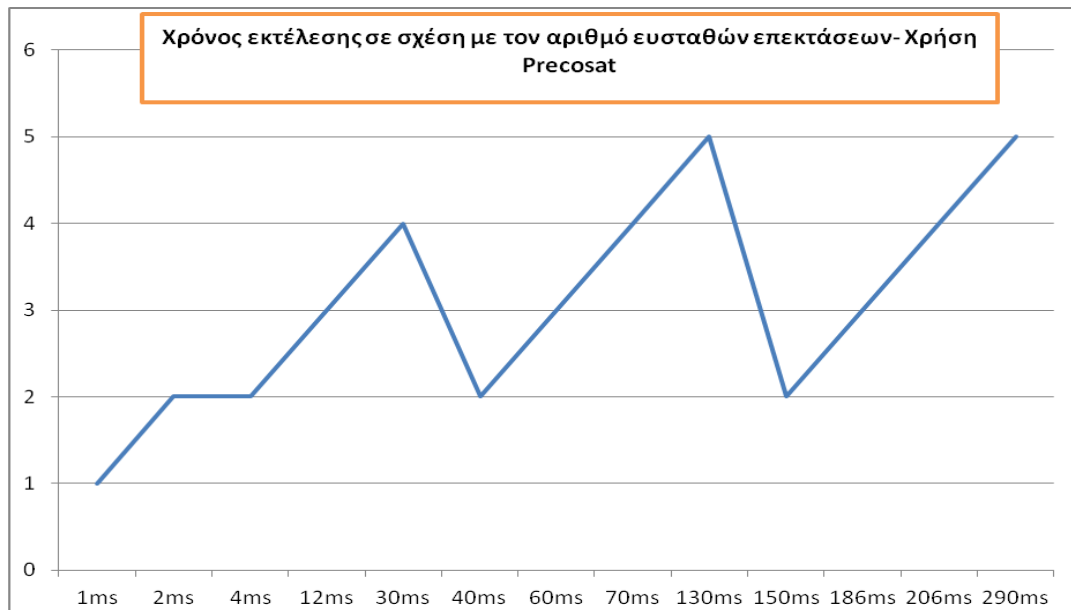
Γραφική παράσταση 4.3



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τη σχέση του χρόνου εκτέλεσης με τον αριθμό των επιχειρημάτων όταν γίνεται χρήση του Solver Precosat. Στον οριζόντιο

άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης σε milliseconds, και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Γραφική παράσταση 4.4



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τη σχέση του χρόνου εκτέλεσης με τον αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων όταν γίνεται χρήση του Solver Precosat. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης σε milliseconds, και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Πιθανή εκτέλεση

```
Diale3e epilogi(1-4):
1. Ypologismos olwn twv stable etxensions mias thewrias
2. Ypologismos elaxistis thewrias pou ikanopoioi kapoia stable etensions
3. Ypologismos stable extensions kai thewrias enos sinolou epixeirimatwn
4. Ypologismos thewrias me monadika stable extensions
2
Ypologismos elaxistis thewrias pou ikanopoioi kapoia stable etensions

Dwse 1 ean theleis na tre3eis t programma me ton slover minisat+
2 gia na tre3eis t programma me ton solver precosat
Epilogi: 1
Dwse akaireo thetiko arithmo Arguments p epithimeis na dimiourgithun : 10
Dwse thetiko akaireo arithmo gia Stable extensions p epithimeis na dwseis: 2
Dwse euros timwn (apo-pros) gia ta stable extensions pou tha dimiourgithoun
Timi apo: 1
Timi mexri: 5
ta s.e tha exun megethos apo 1 mexri 5
To megethos gia t 1 s.e einai: 4
3 4 9 5
To megethos gia t 2 s.e einai: 4
2 9 5 3
Ta s.e einai auta ta opoia einai apothikeumena st arxeio inputs.txt kai dimourg
ithikan random

Anaparastasi twv stable extensions
0011100010
0110100010

LISI
-X3a4 -X4a3 -X3a5 -X5a3 -X3a9 -X9a3 -X4a5 -X5a4 -X4a9 -X9a4 -X5a9 -X9a5 -X2a3 -
X3a2 -X2a5 -X5a2 -X2a9 -X9a2 -X1a1 -X2a2 -X3a3 -X4a4 -X5a5 -X6a6 -X7a7 -X8a8 -X9
a9 -X10a10 X3a1 -X4a1 -X5a1 -X9a1 X4a2 X3a6 -X4a6 -X5a6 -X9a6 X3a7 -X4a7 -X5a7 -
X9a7 X3a8 -X4a8 -X5a8 -X9a8 X3a10 -X4a10 -X5a10 -X9a10 -X2a1 X2a4 -X2a6 -X2a7 -X
2a8 -X2a10
H THEWRIA EINAI :
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 1 1 1 0 1
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Σχήμα 4.5: Πιθανή εκτέλεση με την χρήση του SAT Solver Minista+.

Στην πιο πάνω εκτέλεση (σχήμα 4.5) δημιουργούνται τυχαία 2 ευσταθείς επεκτάσεις (αριθμό των οποίων καθορίζει ο χρήστης) με μέγεθος από 1 μέχρι 5 (τα μεγέθη αυτά καθορίζονται από τον χρήστη). Ακολούθως υπολογίζεται η ελάχιστη θεωρία με την

χρήση του Sat Solver Minisat+. Η θεωρία θα πρέπει να έχει 10 κόμβους. (καθορίζεται από το χρήστη).

Οι ευσταθείς επεκτάσεις που δημιουργούνται είναι: {3,4,9,5},{2,9,5,3}

```
Diale3e epilogi(1-4):
1. Ypologismos olwn twn stable etxensions mias thewrias
2. Ypologismos elaxistis thewrias pou ikanopoioi kapoia stable etensions
3. Ypologismos stable extensions kai thewrias enos sinolou epixeirimatwn
4. Ypologismos thewrias me monadika stable extensions
2
Ypologismos elaxistis thewrias pou ikanopoioi kapoia stable etensions

Dwse 1 ean theleis na tre3eis t programma me ton slover minisat+
2 gia na tre3eis t programma me ton solver precosat
Epilogi: 6
Dn edwses 1 i 2 gia epilogi
Dwse 1 gia minisat+ kai 2 gia precosat : 2
Dwse akaireo thetiko arithmo Arguments p epithimeis na dimiourgithun : 6
Dwse thetiko akaireo arithmo gia Stable extensions p epithimeis na dwseis: 2
Dwse euros timwn (apo-pros) gia ta stable extensions pou tha dimiourgithoun
Timi apo: 1
Timi mexri: 5
ta s.e tha exun megethos apo 1 mexri 5
To megethos gia t 1 s.e einai: 4
5 2 4 1
To megethos gia t 2 s.e einai: 4
1 2 4 5
Ta s.e einai auta ta opoia einai apothelkeumena st arxeio inputs.txt kai dimiourgithikan rand

Anaparastasi twn stable extensions
110110
110110
epilogi precosat
H THEWRIA EINAI :
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 1
0 0 0 0 0 0

vretike lisi me <3 akmes

end precosat
```

Σχήμα 4.6: Πιθανή εκτέλεση με την χρήση του SAT Solver Precosat.

Στην πιο πάνω εκτέλεση (σχήμα 4.6) δημιουργούνται τυχαία 2 ευσταθείς επεκτάσεις (αριθμό των οποίου καθορίζει ο χρήστης). Το μέγεθος των ευσταθών επεκτάσεων θα

είναι από 1 μέχρι 5(οι τιμές αυτές καθορίζονται από το χρήστη). Ακολουθώντας υπολογίζεται η ελάχιστη θεωρία με την χρήση του Sat Solver Precosat. Η θεωρία θα πρέπει να έχει 6 κόμβους. (καθορίζεται από το χρήστη).

Οι τρεις ευσταθείς επεκτάσεις που δημιουργούνται είναι: {5,2,4,1}, {1,2,4,5}

Η εντολή που χρησιμοποιείται για να παραχθεί το cnf αρχείο πριν τερματίσει ο Solver Minisat+, και αρχείο το οποίο θα το δώσουμε στον Solver Precosat είναι η εξής:

```
"/home/students/cs/2008/...../...../...../...../...../minisat+_64-bit_static  
precosat_file.txt -cnf=precosat_inputs.txt>res.txt"
```

4.3 Μέρος 3

Στην συνέχεια είχαμε να σκεφτούμε και να συνεχίσουμε την υλοποίηση έτσι ώστε με μια κλήση του Precosat και δοθέντος ενός συνόλου E, που θα περιέχει όλα τα επιχειρήματα που ανήκουν στις ευσταθείς επεκτάσεις για μια θεωρία, να βρεθούν πιθανές ευσταθείς επεκτάσεις και θεωρία/ες που να τις ικανοποιούν. Ο χρήστης θα δίνει πόσες θεωρίες επιθυμεί να βρεθούν.

Για αυτό το κομμάτι υλοποίησης υλοποιήθηκε ο αλγόριθμος που προτάθηκε στο κεφάλαιο 3 υποκεφάλαιο 3.3

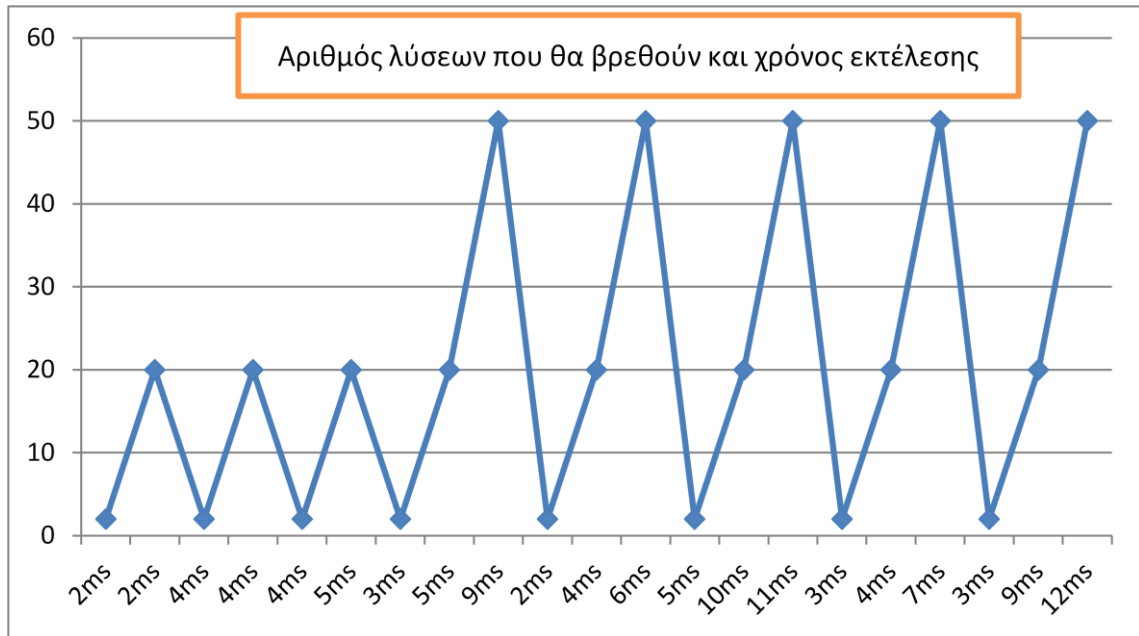
Σε αυτό το μέρος τα στοιχεία τα οποία επιθυμεί ο χρήστης να ανήκουν μέσα στο σύνολο E να δίνει στο πρόγραμμα μέσω ενός αρχείου εισόδου. Ακολουθώντας ζητείτε από το χρήστη να δώσει αριθμό επιχειρημάτων που επιθυμεί να έχει η θεωρία. Ο αριθμός που θα δίνει για αριθμό επιχειρημάτων πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσος με τον μεγαλύτερο επιχείρημα που ανήκει στο σύνολο E. Επίσης ζητείτε από το χρήστη να δώσει αριθμό θεωριών που επιθυμεί να βρεθούν. Εάν ο χρήστης δώσει 0 υπονοείται ότι θα βρεθούν όλες οι συμβατές θεωρίες. Χρειάζεται μεγάλος χρόνος όμως για να βρεθούν όλες οι θεωρίες γιατί έστω και μια ακμή να αλλάξει στην θεωρία θεωρείται νέα θεωρία.

Στο σημείο αυτό εκτελέσαμε ένα πείραμα με την συγκεκριμένο αλγόριθμο. Τρέχαμε το πρόγραμμα μέσα από ένα script για 5 φορές και παίρναμε μετρήσεις για τους χρόνους εκτέλεσης. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο πίνακα 4.3

Πίνακας 4.3

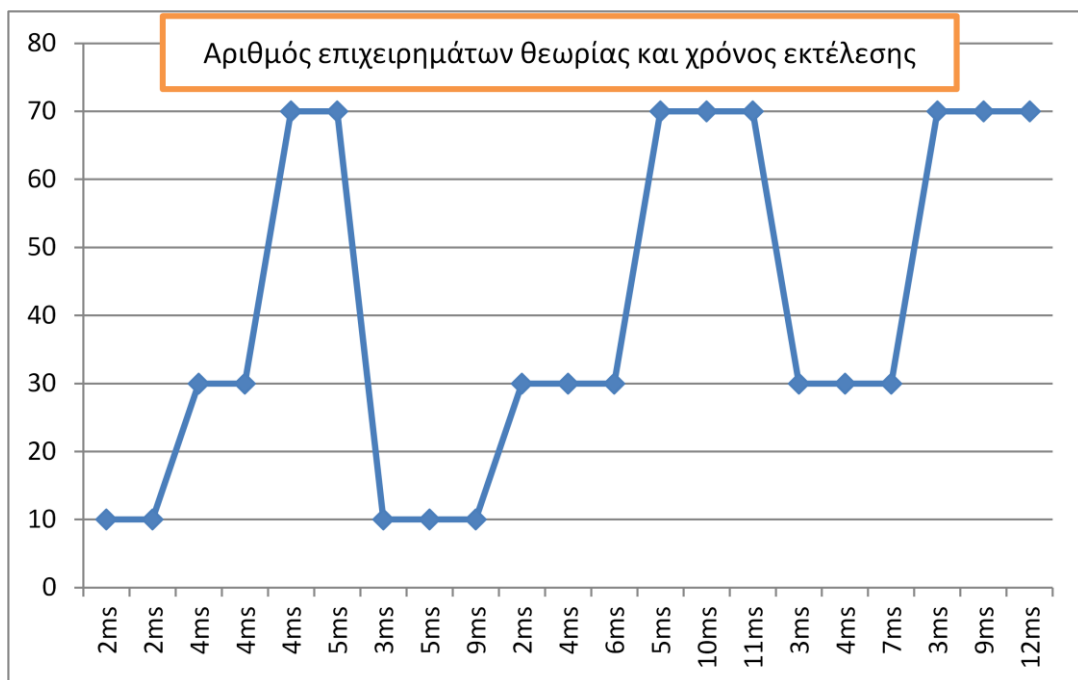
Αριθμός επιχειρημάτων συνόλου E	Αριθμός επιχειρημάτων θεωρίας	Λύσεις που επιθυμούμε να βρεθούν	Μέσος χρόνος εκτέλεση για 5 εκτελέσεις
4	10	2	2ms
4	10	20	2ms
4	30	2	4ms
4	30	20	4ms
4	70	2	4ms
4	70	20	5ms
8	10	2	3ms
8	10	20	5ms
8	10	50	9ms
8	30	2	2ms
8	30	20	4ms
8	30	50	6ms
8	70	2	5ms
8	70	20	10ms
8	70	50	11ms
10	30	2	3ms
10	30	20	4ms
10	30	50	7ms
10	70	2	3ms
10	70	20	9ms
10	70	50	12ms

Γραφική παράσταση 4.5



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τον αριθμό των λύσεων που επιθυμεί ο χρήστης να βρεθούν σε σχέση με τον χρόνο εκτέλεσης του προγράμματος. Στο οριζόντιο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης και στο κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των λύσεων που επιθυμεί ο χρήστης να βρεθούν.

Γραφική παράσταση 4.6



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τον αριθμό των επιχειρημάτων που θα έχει η θεωρία και το χρόνο εκτέλεσης σε σχέση με αυτά. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων που θα έχει η θεωρία.

Πιθανή εκτέλεση

```
Dwse thetiko akaireo arithmo gia arithmw arguments p tha exei i thewria: 6
Ta arguments ta opoia tha perilamvanontai sta s.e vriskontai sto arxeio inputs2.txt
E={ 2 4 5 6}
Dwse poses lisis epithimeis na vrethoun. To 0 antistixei se oles ts liseis
2
Tha vrethoun 2 liseis ean iparxoun

Oi periorismoι einai st arxeio pre_file
Ta apotelesmata vriskontai sto arxeio solution_partC2
```

Σχήμα 4.7: Πιθανή εκτέλεση για το μέρος 3.

Stable Extensions:

E1= 2 4 5

E2= 2 5 6

THEWRIA:

0 1 1 1 1 1

1 0 1 0 0 0

1 1 0 1 1 1

1 0 1 0 0 1

1 0 1 0 0 0

1 0 1 1 0 0

Stable Extensions:

E1= 2 4 5

E2= 2 5 6

THEWRIA:

0 1 1 1 1 1

1 0 1 0 0 0

1 1 0 1 1 1

0 0 1 0 0 1

1 0 1 0 0 0

1 0 1 1 0 0

Σχήμα 4.8: Αποτέλεσμα που προκύπτει από την εκτέλεση. Περιεχόμενο αρχείου solution partC .

Στο σχήμα 4.7 φαίνεται μια πιθανή εκτέλεση του μέρους αυτού. Ο χρήστης ζήτησε να παρουσιαστούν δύο από τις λύσεις που μπορούν να παραχθούν, και αυτές φαίνονται στο σχήμα 4.8.

4.4 Μέρος 4

Στην συνέχεια θέλαμε να βρούμε μια θεωρία η οποία να έχει κάποιες δοθείσες ευσταθείς επεκτάσεις μόνο και όχι άλλα πέρα από αυτά που θα δίνονται. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να καθορίσει το μέγεθος που επιθυμεί να έχουν οι ευσταθείς επεκτάσεις εισόδου.

Σε αυτό το κομμάτι της υλοποίησης έχει υλοποιηθεί ο αλγόριθμος που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3 υποκεφάλαιο 3.3.

Ο χρήστης δίνει τον αριθμό των επιχειρημάτων που επιθυμεί να έχει η θεωρία που θα παραχθεί. Επίσης ο χρήστης καθορίζει και τον αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων που επιθυμεί να δημιουργηθούν. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα δημιουργεί τυχαία το μέγεθος κάθε ευσταθείς επέκτασης. Έπειτα πάλι τυχαία γίνεται η δημιουργία των ευσταθών επεκτάσεων. Επίσης γνωρίζουμε ότι δεν μπορεί να υπάρχει θεωρία που να ικανοποιεί τις ευσταθείς επεκτάσεις όταν η μία είναι υποσύνολο της άλλης. Για αυτή την περίπτωση κάναμε τον έλεγχο και ενημερώνεται ο χρήστης με ανάλογο μήνυμα. Πιο κάτω παρουσιάζεται μια πιθανή εκτέλεση με την λύση της.

Πιθανή εκτέλεση

```
Dwse thetiko akaireo arithmo gia arithmw arguments p tha exei i thewria: 20
Dwse posa stable extensions epithimeis na dimiourgithun-thetikos akaireos arithmos: 2
Ta s.e tha exun megethos apo 6 mexri 17
To megethos gia t 1 s.e einai: 8
12 19 9 18 16 4 2 7
To megethos gia t 2 s.e einai: 14
9 10 12 5 19 15 11 13 14 8 18 4 2 17
```

Σχήμα 4.9: Πιθανή εκτέλεση για το μέρος 4

```

0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1
1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0

```

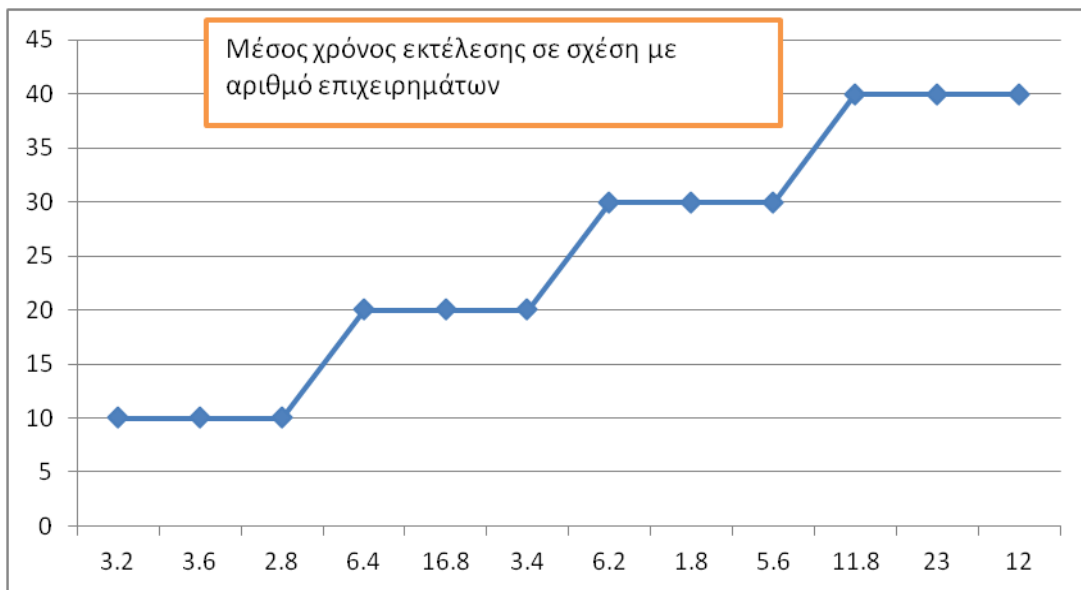
Σχήμα 4.10: Αποτέλεσμα εκτέλεσης. Περιεχόμενο αρχείου solution_partD.

Επιπρόσθετα στο σημείο αυτό κάναμε ένα πείραμα στο οποίο τρέχαμε 5 φορές το πρόγραμμα μας και παίρναμε κάποιες μετρήσεις, οι οποίες παρουσιάζονται στο πίνακα 4.3. Ανάλογα με τον αριθμό των επιχειρημάτων και των αριθμό των ευσταθών επεκτάσεων που ορίζαμε μετρούσαμε τον ελάχιστο, μέγιστο και μέσο χρόνο εκτέλεσης για τις 5 επαναλήψεις. Επίσης μετρούσαμε τον ελάχιστο, μέγιστο και μέσο συνολικό αριθμό επιπρόσθετων ευσταθών επεκτάσεων που δημιουργούνταν μέχρι φτάσουμε στην επιθυμητή λύση. Επίσης βλέπαμε σε πόσες περιπτώσεις δεν ήταν πιθανή η εξεύρεση λύσης. Επιπρόσθετα είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι ο τρόπος με τον οποίο υλοποιήθηκε η μετατροπή μιας πρότασης σε συζευκτική κανονική μορφή είναι δυνατόν να κάνει χρήση υπερβολικής μνήμης το σύστημα. Κάναμε ένα έλεγχο με τον οποίο ενημερώνουμε τον χρήστη σε μια τέτοια περίπτωση.

Πίνακας 4.4

		Χρόνος εκτέλεσης σε ms			Αριθμός επιπρόσθετων ευσταθών επεκτάσεων				
Αριθμός επιχειρημάτων	Αριθμός ευσταθών επεκτάσεων	Ελάχιστος	Μέγιστος	Μέσος	Ελάχιστος αριθμός	Μέγιστος αριθμός	Μέσος αριθμός	Δεν βρέθηκε θεωρία	Χρήση υπερβολικής μνήμης
10	2	1	5	3.2	2	7	4.4	0	0
10	4	2	5	3.6	3	9	6.2	0	0
10	6	2	5	2.8	2	4	2.8	0	0
20	2	3	11	6.4	2	29	13.2	0	0
20	4	6	37	16.8	5	21	14.1	0	0
20	6	4	7	3.4	7	8	3	2	1
30	2	4	11	6.2	8	19	10.2	0	1
30	4	9	9	1.8	22	22	4.4	2	2
30	6	8	20	5.6	10	14	4.8	1	2
40	2	5	21	11.8	3	20	9.8	0	0
40	4	6	17	23	5	12	3.4	2	1
40	6	15	21	12	12	19	6.2	1	2

Γραφική παράσταση 4.7



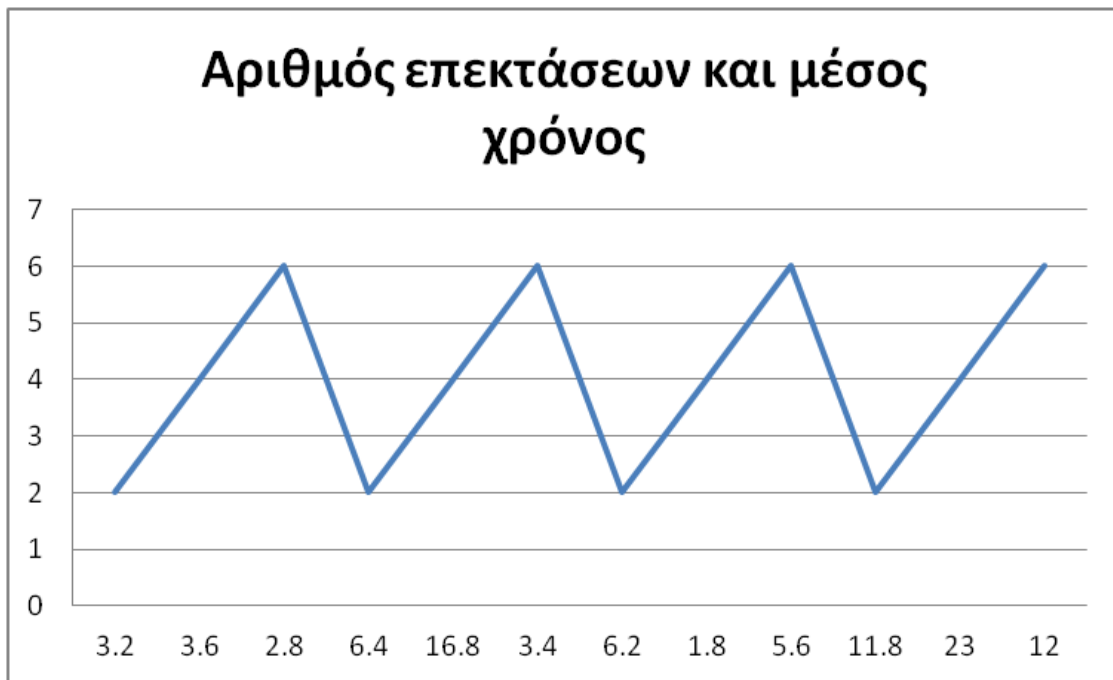
Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε το μέσο χρόνο εκτέλεσης σε σχέση με των αριθμό επιχειρημάτων που θα έχει μια θεωρία. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο μέσος χρόνος εκτέλεσης και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Γραφική παράσταση 4.8



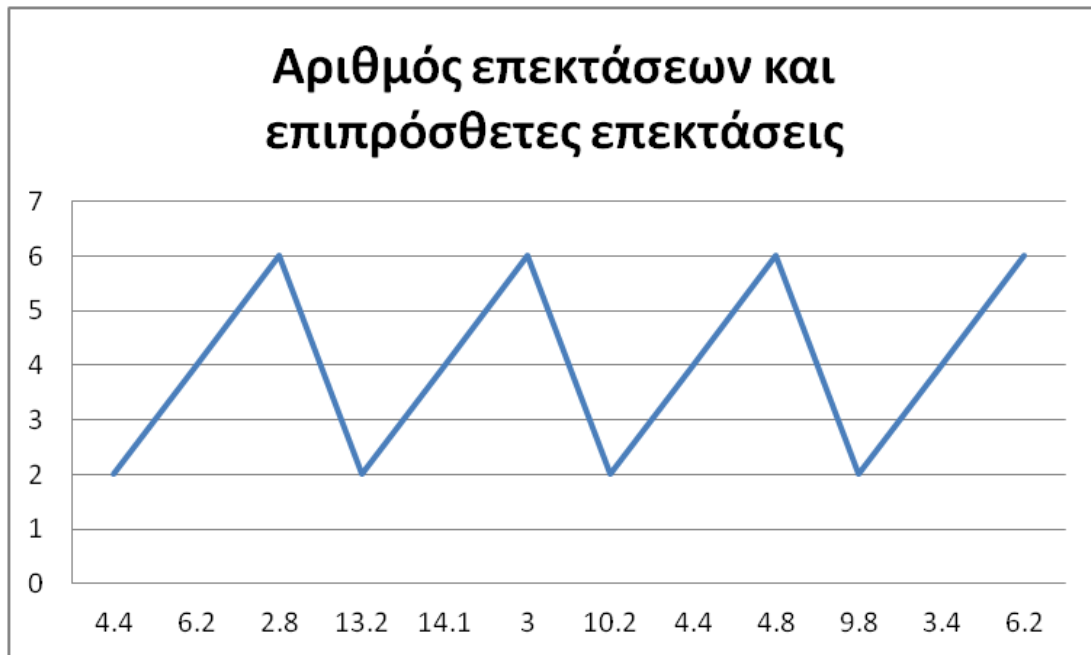
Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τον επιπρόσθετο αριθμό επεκτάσεων που δημιουργούνται για μια θεωρία σε σχέση με τον αριθμό επιχειρημάτων της θεωρίας. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο μέσος αριθμός των επιπρόσθετων ευσταθών επεκτάσεων και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων.

Γραφική παράσταση 4.9



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε το μέσο χρόνο εκτέλεσης σε σχέση με τον αριθμό των επεκτάσεων που θα έχει μια θεωρία. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο μέσος χρόνος εκτέλεσης και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επεκτάσεων.

Γραφική παράσταση 4.10



Στην πιο πάνω γραφική παράσταση βλέπουμε τον επιπρόσθετο αριθμό επεκτάσεων σε σχέση με τον αριθμό των επεκτάσεων που πρέπει να έχει μια θεωρία. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο μέσος αριθμός επιπρόσθετων επεκτάσεων που δημιουργούνται και στον κάθετο άξονα είναι ο αριθμός των επεκτάσεων που πρέπει να έχει η θεωρία.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα υλοποίησης	81
5.2 Μελλοντικές επεκτάσεις.....	86

5.1 Συμπεράσματα υλοποίησης

Συμπεράσματα με βάση τον πίνακα 4.1

- Κάθε εκτέλεση εάν μας επιστρέψει κάποια λύση θα είναι πάντα βέλτιστη, δηλαδή θα έχει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό ακμών, αλλά κάθε φορά μπορεί να είναι διαφορετική θεωρία. Αυτό γιατί έχουμε την αντικειμενική συνάρτηση για τον $\min_{\text{isat}+}$ την $\min$ και μας δίνει πάντα την θεωρία με τον ελάχιστο αριθμό ακμών που μπορεί να υπάρξει με βάση τους περιορισμούς.
- Όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος των ευσταθών επεκτάσεων αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης. Αυτό είναι λογικό γιατί ο $\min_{\text{isat}+}$ θα έχει να επεξεργαστεί περισσότερους περιορισμούς.
- Καθώς μεγαλώνει ο αριθμός (πλήθος) των ευσταθών επεκτάσεων αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης.
- Όσο μεγαλώνει ο αριθμός των επιχειρημάτων μεγαλώνει τρομακτικά και ο χρόνος εκτέλεσης.

Παρατηρούμε ότι από ένα σημείο και μετά ο χρόνος των 4000 δευτερόλεπτα που δώσαμε περιθώριο στο πρόγραμμα δεν είναι αρκετό λόγο των αυξημένων αναγκών που έχει.

Ένας από τους λόγους που ο $\min_{\text{isat}+}$ είναι πολύ αργός είναι γιατί απαιτούνται πολλές επαναλήψεις, όπου σε κάθε επανάληψη πλησιάζει ελάχιστα προς το στόχο.

Εάν τρέξουμε ξανά το πρόγραμμα πιθανό να αποκλίνουν λίγο οι χρόνοι εκτέλεσης λόγω του ότι οι ευσταθείς επεκτάσεις κάθε φορά παράγονται τυχαία, γεγονός που επηρεάζει την εκτέλεση.

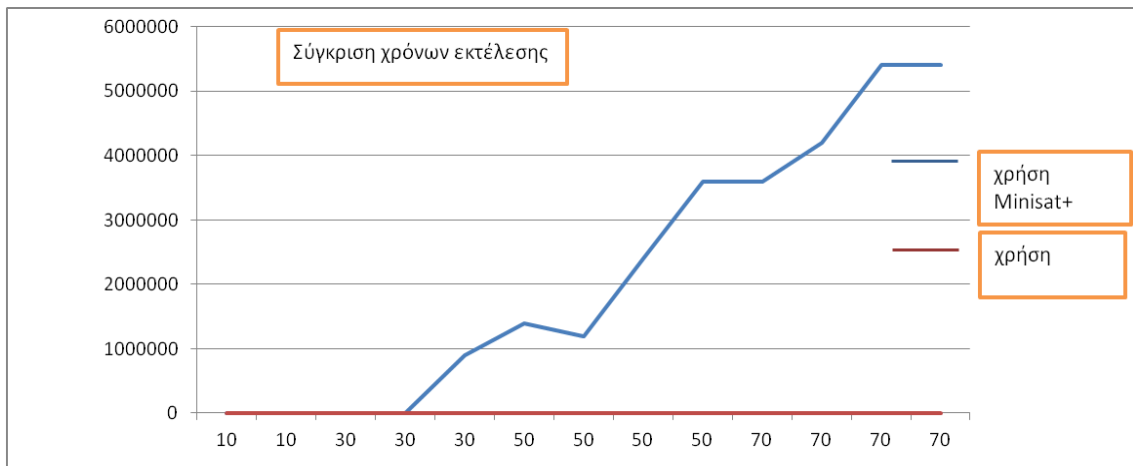
Συμπεράσματα με βάση τον πίνακα 4.2

- Ο precosat είναι γρήγορος Sat Solver. Αυτό το φαίνεται τόσο από τον χρόνο εκτέλεσης όσο και από το ότι σε καμία περίπτωση δεν είχαμε να τερματίζει πριν την ολοκλήρωση της εκτέλεσης του προγράμματος-time out.
- Όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος των ευσταθών επεκτάσεων αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης.
- Καθώς μεγαλώνει ο αριθμός (πλήθος) των ευσταθών επεκτάσεων αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης.
- Όσο μεγαλώνει ο αριθμός των επιχειρημάτων μεγαλώνει τρομακτικά και ο χρόνος εκτέλεσης.

Εάν τρέξουμε ξανά το πρόγραμμα πιθανό να αποκλίνουν λίγο οι χρόνοι εκτέλεσης λόγω του ότι οι ευσταθείς επεκτάσεις κάθε φορά παράγονται τυχαία, γεγονός που επηρεάζει την εκτέλεση.

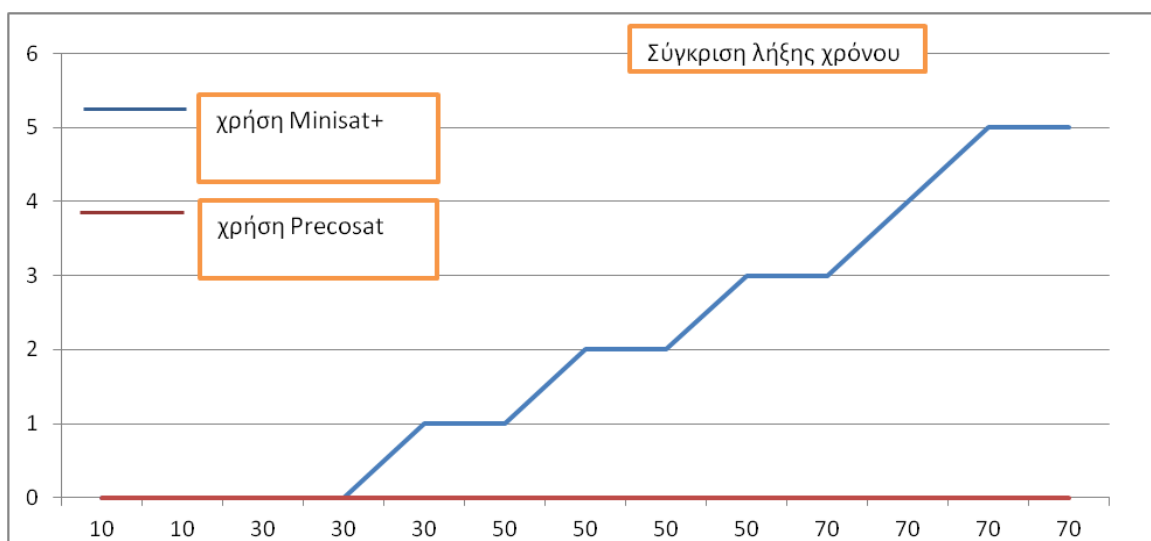
Σύγκριση αποτελεσμάτων εκτέλεσης Minisat+ και Precosat (πίνακας 4.1 και πίνακας 4.2)

Γραφική παράσταση 5.1



Στην πιο πάνω γραφική βλέπουμε το χρόνο εκτέλεσης σε σχέση με τον αριθμό επιχειρημάτων για την εκτέλεση με τη χρήση του Minisat+ και του Precosat. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων που μπορεί να έχει μια θεωρία, και στον κάθετο άξονα είναι ο χρόνος εκτέλεσης.

Γραφική παράσταση 5.2



Στην πιο πάνω γραφική βλέπουμε το σύγκριση της λήξης χρόνου (time out) σε σχέση με τον αριθμό επιχειρημάτων που μπορεί να έχει μια θεωρία για την εκτέλεση με τη χρήση του Minisat+ και του Precosat. Στον οριζόντιο άξονα είναι ο αριθμός των επιχειρημάτων που μπορεί να έχει μια θεωρία, και στον κάθετο άξονα είναι πόσες φορές είχαμε λήξη χρόνου χωρίς να βρεθεί κάποια λύση.

- Η μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ των δύο πειραμάτων που εκτελέσαμε είναι στο χρόνο εκτέλεσης. Είναι φανερό και δεν χωράει καμίας αμφισβήτησης ότι ο Precosat είναι κατά πολύ πιο γρήγορος από τον Minisat+.
- Σε καμία περίπτωση στην εκτέλεση με τον Precosat δεν είχαμε τερματισμό πριν την ολοκλήρωση εκτέλεσης του προγράμματος (time out) , σε αντίθεση με την εκτέλεση του Minisat+, που και πάλι διαπιστώνεται ότι ο Precosat είναι καλύτερος από άποψη ταχύτητας.
- Στους χρόνους εκτέλεσης υπάρχει μεγαλύτερη διαφορά στην εκτέλεση του Minisat+ μεταξύ δύο διαδοχικών εκτελέσεων σε αντίθεση με την εκτέλεση με τον Precosat που δεν ήταν πολύ μεγάλες οι αλλαγές. (π.χ στο Precosat πάμε από 70msec σε 130msec, ενώ στην ίδια περίπτωση στον minisat+ πάμε από 20 min σε 40 min).

Συμπεράσματα με βάση τον πίνακα 4.3

- Με βάση τον πίνακα 4.3 είναι οφθαλμοφανές ότι ο Precosat είναι ένας πολύ γρήγορος Sat Solver.
- Όσες περισσότερες λύσεις επιθυμεί ο χρήστης να βρεθούν (ανάλογα και με τον αριθμό επιχειρημάτων της θεωρίας) αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος.
- Παρατηρούμε να μην υπάρχει μεγάλη διαφορά στους χρόνους εκτέλεσης κατά την αύξηση του πλήθους του συνόλου E.

- Ο χρόνος εκτέλεσης δεν ξεπερνά τα μερικά milliseconds.

Συμπεράσματα με βάση τον πίνακα 4.4

- Καθώς μεγαλώνει ο αριθμός των επιπρόσθετων ευσταθών επεκτάσεων που δημιουργούνται μεγαλώνει και ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος μας. Αυτό είναι λογικό γιατί έχει περισσότερες επαναλήψεις να κάνει μέχρι να αποτρέψει όλες τις επιπρόσθετες ευσταθείς επεκτάσεις.
- Επίσης είναι φανερό ότι ο χρόνος εκτέλεσης είναι μεγαλύτερος στις περιπτώσεις στις οποίες έχουμε μεγαλύτερο αριθμό επιχειρημάτων. Στις περιπτώσεις με μεγάλο αριθμό επιχειρημάτων και σχετικά μεγάλο αριθμό ευσταθών επεκτάσεων είναι που έχουμε και κάποια προβλήματα με την μνήμη. Αυτό γίνεται γιατί έχουμε πάρα πολλούς όρους να επεξεργαστούμε.
- Επίσης βλέπουμε ότι ο αριθμός των επιπρόσθετων ευσταθών επεκτάσεων που δημιουργούνται αυξάνεται καθώς αυξάνεται και ο αριθμός των επιχειρημάτων και έχουμε σχετικά μικρό αριθμό συνόλων που αποτελούν ευσταθείς επεκτάσεις. Αυτό είναι λογικό γιατί έχουμε να διαλέξουμε μεταξύ περισσότερων επιχειρημάτων και να δημιουργήσουμε σύνολα που να αποτελούν ευσταθείς επεκτάσεις.

5.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Θα μπορούσε να υπάρχει μια πλειάδα από μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Αρχικά θα μπορούσαν να γίνουν κάποιες βελτιστοποιήσεις κάνοντας χρήση διαφορετικών δομών έτσι ώστε να υπάρχουν καλύτερα αποτελέσματα τόσο στην χρήση μνήμης όσο και από πλευράς χρόνου εκτέλεσης. Επιπρόσθετα θα μπορούσαν πάνω στην ίδια σκέψη να γίνει χρήση και άλλων SAT Solver έτσι ώστε να υπάρχει μια σύγκριση μεταξύ τους και να αποφασιστεί ποιος solver είναι καταλληλότερος για ποια δουλειά.

Επιπρόσθετα θα μπορούσε να γίνει χρήση μιας άλλης επέκτασης, όπως για παράδειγμα της στηριγμένης επέκτασης (Grounded semantics), και στο τέλος να γίνει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων της κάθε περίπτωσης.

Επίσης θα μπορούσε να γίνει μια επέκταση της υλοποίησης σε κάποια αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού, όπου υπάρχουν περισσότερες διευκολύνσεις λόγω του ότι πολλά πράγματα είναι υλοποιημένα σε βιβλιοθήκες.

Μια επιπρόσθετη επέκταση θα ήταν να γίνεται εύρεση της ελάχιστης ευσταθείς επέκτασης από μια θεωρία (επέκταση με λιγότερα επιχειρήματα)

Μια τελευταία επέκταση που θα μπορούσε να γίνει είναι, να είναι δεδομένα μόνο ο αριθμός επιχειρημάτων και ο αριθμός των ευσταθών επεκτάσεων που ο χρήστης επιθυμεί και να γίνεται υπολογισμός πιθανών ευσταθών επεκτάσεων και θεωρίας που να ικανοποιεί αυτές τις επεκτάσεις. Η διαδικασία αυτή θα μπορούσε να γίνει με την χρήση διάφορων SAT Solver.

Βιβλιογραφία

- [1] Leila Amgoud¹ , Simon Parsons²: “An argumentation framework for merging conflicting knowledge bases”,¹Department of Electronic Engineering, Queen Mary and Westfield College, University of London, ²Department of computer Science, University of Liverpool.
- [2] Martin Caminada: “A gentle Introduction to argumentation semantic”, University of Luxembourg, summer 2008.
- [3] Niklas Ean¹, Niklas Sorensson²: “Translating Pseudo-Boolean Constraints into SAT”, ¹Cadence Berkeley Labs, Berkeley, USA, ²Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden. Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation 2 (2006) 1-25.
- [4] Sylvie Coste-Marquis, Caroline Devred, Sebastien Konieczny, Marie-Christine Lagasquie-Schiex, Pierre Marquis: “On the merging of Dung’s argumentation systems”. Artificial Intelligence 171 (2007) 730-753.
- [5] Phan Minh Dung: “On the acceptability of arguments and its fundamental role in non-monotonic reasoning, logic programming and n-person games”. Artificial Intelligence 77(1995) 321-357.