

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΨΕΥΔΟΔΥΑΔΙΚΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ ΓΙΑ
ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ**

Δέσπω Καραγιώργη

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2011

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΨΕΥΔΟΔΥΑΔΙΚΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ ΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ

Δέσπω Καραγιώργη

Επιβλέπων Καθηγητής

Γιάννης Δημόπουλος

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Κύπρου.

Μάιος 2011

Ευχαριστίες

Με μεγάλη μου χαρά και ικανοποίηση φτάνω στο τέλος της διπλωματικής μου εργασίας και στο τέλος των σπουδών μου στο Τμήμα Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Κύπρου. Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον επιβλέπων καθηγητή μου κ. Γιάννη Δημόπουλο για τη συνεργασία και την πολύτιμη βοήθεια που μου πρόσφερε κατά τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας. Εύχομαι κάθε επιτυχία τόσο σε επαγγελματικό όσο και σε προσωπικό επίπεδο.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω συμφοιτητές μου, με τους οποίους είχα τη χαρά να συνεργαστώ όλα αυτά τα χρόνια, για τη στήριξη και τη βοήθειά τους. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου που πάντα με στηρίζει και που συνέβαλε με τον δικό της τρόπο σε αυτή μου την προσπάθεια.

Περίληψη

Οι πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις των χρηστών διαδραματίζουν βασικό ρόλο στην αυτοματοποιημένη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Στις μέρες μας σε αρκετούς τομείς είναι αρκετά χρήσιμο και αποδοτικό να αξιολογείς τις προτιμήσεις ούτως ώστε να μπορείς να πάρεις μια καλύτερη και αποδοτικότερη απόφαση. Γενικά η εξαγωγή πληροφοριών για τις προτιμήσεις των χρηστών είναι μια δύσκολη διαδικασία. Οι μέθοδοι εξαγωγής προτιμήσεων είναι αρκετά σημαντικές για την αυτοματοποίηση της λήψης αποφάσεων.

Στη παρούσα διπλωματική περιγράφονται τα δίκτυα προτιμήσεων CP-nets, τα ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτίμησης τα οποία είναι υποσύνολα των προηγούμενων, οι ψευδοδυαδικοί περιορισμοί, η τυχαία δημιουργία περιορισμών και προτιμήσεων καθώς και δύο μέθοδοι μετάφρασης των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς. Επίσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα επίλυσης διαφόρων προβλημάτων προτιμήσεων με τη χρήση του ψευδοδυαδικού επιλυτή, Minisat+ και γίνεται σύγκριση των 2 μεθόδων επίλυσης του προβλήματος.

Μέσω του συστήματος που υλοποιείται για τους σκοπούς της παρούσας διπλωματικής καταλήγουμε στο ότι τα δίκτυα προτιμήσεων τα οποία είναι ολικά διατεταγμένα, δηλαδή κάθε μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενές της, χρειάζονται αρκετό χρόνο για να λυθούν μέσω του ψευδοδυαδικού επιλυτή Minisat+. Επίσης τα ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτίμησης έχουν αρκετά μεγάλη πολυπλοκότητα αφού για κάθε δίκτυο με n μεταβλητές υπάρχουν 2^n περιπτώσεις. Υπάρχουν δύο μέθοδοι επίλυσης και καταλήγοντας παρατηρούμε ότι η δεύτερη μέθοδος είναι καλύτερη σε χρόνο από την πρώτη.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Σκοπός της Διπλωματικής εργασίας	1
1.2	Δομή της Διπλωματικής εργασίας	3
Κεφάλαιο 2	Δίκτυα προτίμησης	6
2.1	Δίκτυα Προτιμήσεων υπό Συνθήκη	6
2.2	Σχέσεις Προτιμήσεων	7
2.3	Αναπαράσταση Δικτύων Προτιμήσεων	9
2.4	Βέλτιστο Αποτέλεσμα - Σύγκριση Αποτελεσμάτων	11
2.4.1	Βέλτιστο Αποτέλεσμα	11
2.4.2	Σύγκριση Αποτελεσμάτων	13
2.5	Ολικά Διατεταγμένα Δίκτυα προτιμήσεων	14
Κεφάλαιο 3	Ψευδοδυαδικοί περιορισμοί	16
3.1	Ψευδοδυαδική Ικανοποίηση περιορισμών	16
3.2	Γραμμικότητα ψευδοδυαδικών περιορισμών	17
3.2.1	Γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός	17
3.2.2	Μη γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός	18
3.3	Περιορισμοί Πληθικότητας	18
3.4	Κανονικοποίηση ψευδοδυαδικών περιορισμών	19
3.5	Πρόβλημα αποφασισιμότητας και Πρόβλημα βελτιστοποίησης	20
Κεφάλαιο 4	Δημιουργία περιορισμών και προτιμήσεων	22
4.1	Εισαγωγή	22
4.2	Δημιουργία περιορισμών	23
4.2.1	Αλγόριθμος	23
4.2.2	Περιγραφή λύσης	24
4.3	Δημιουργία προτιμήσεων	25
4.3.1	Αλγόριθμος	25
4.3.2	Περιγραφή λύσης	27
4.4	Αποτελέσματα	28
Κεφάλαιο 5	Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς	

περιορισμούς	31
5.1 Εισαγωγή	31
5.2 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς –	
Πρώτη Μέθοδος	33
5.2.1 Αλγόριθμος πρώτης μεθόδου	33
5.2.2 Περιγραφή λύσης πρώτης μεθόδου	37
5.3 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς –	
Δεύτερη Μέθοδος	42
5.3.1 Αλγόριθμος δεύτερης μεθόδου	42
5.3.2 Περιγραφή λύσης πρώτης μεθόδου	44
5.4 Αποτελέσματα Υλοποίησης	45
5.4.1 Πρώτη μέθοδος	45
5.4.2 Δεύτερη Μέθοδος	47
5.5 Αποτελέσματα επιλυτή (Minisat+)	49
Κεφάλαιο 6 Πειραματική ανάλυση.....	53
6.1 Εισαγωγή	53
6.2 Αποτελέσματα	53
Κεφάλαιο 7 Συμπεράσματα	61
7.1 Συμπεράσματα πειραματικής ανάλυσης	61
7.2 Μελλοντικές επεκτάσεις	64
Βιβλιογραφία	65

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της Διπλωματικής εργασίας	1
1.2 Δομή της Διπλωματικής εργασίας	3

1.1 Σκοπός της Διπλωματικής εργασίας

Οι πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις των χρηστών διαδραματίζουν βασικό ρόλο στην αυτοματοποιημένη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Στις μέρες μας σε αρκετούς τομείς είναι αρκετά χρήσιμο και αποδοτικό να αξιολογείς τις προτιμήσεις ούτως ώστε να μπορέσεις να πάρεις μια καλύτερη και αποδοτικότερη απόφαση. Γενικά η εξαγωγή πληροφοριών για τις προτιμήσεις των χρηστών είναι μια δύσκολη διαδικασία. Οι μέθοδοι εξαγωγής προτιμήσεων είναι αρκετά σημαντικές για την αυτοματοποίηση της διαδικασίας.

Ένα πολύ απλό παράδειγμα προτιμήσεων παρουσιάζεται μέσα από την καθημερινότητα μας. Ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί να παρομοιασθεί με την αγορά ενός καινούργιου αυτοκινήτου. Ο πελάτης πηγαίνει στον πωλητή λέγοντας του ότι θέλει να αγοράσει ένα αυτοκίνητο. Αυτό είναι πολύ γενικό, υπάρχουν χιλιάδες διαφορετικά είδη αυτοκινήτων, εκατοντάδες χρώματα και πολλά άλλα. Ο πελάτης διευκρινίζει ότι προτιμά το αυτοκίνητο που επιθυμεί να αγοράσει να είναι κόκκινο, διθέσιο, κάτω από €5.000, καινούριο και με αυτόματο κιβώτιο ταχυτήτων. Αλλιώς αν δεν είναι κόκκινο τότε προτιμά να είναι μαύρο, και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά να παραμείνουν τα ίδια. Αν είναι κόκκινο αλλά δεν υπάρχει διθέσιο, τότε να είναι τετραθέσιο με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά να παραμείνουν τα ίδια. Και συνεχίζουμε έτσι με όλα τα

χαρακτηριστικά στα οποία δίνουμε προτιμήσεις. Δεδομένων των προτιμήσεων του πελάτη, ο πωλητής ψάχνει να βρει μια λύση ούτως ώστε να ικανοποιηθούν όσες περισσότερες προτιμήσεις του πελάτη γίνεται.

Για να μπορέσουμε να δώσουμε μια ιεραρχική αναπαράσταση στις προτιμήσεις χρησιμοποιούμε τα δίκτυα CP-nets. Τα δίκτυα CP – nets χρησιμοποιούνται για την γραφική αναπαράσταση προτιμήσεων ορίζοντας σχέσεις ανάμεσα στις προτιμήσεις χρησιμοποιώντας προτάσεις προτιμήσεων «*ceteris paribus*». Δηλαδή, όταν γίνεται επεξεργασία μιας παραμέτρου του προβλήματος, όλες οι υπόλοιπες παράμετροι μένουν οι ίδιες.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών για επίλυση προβλημάτων προτιμήσεων. Για την επίλυση προβλημάτων προτιμήσεων απαραίτητη προεργασία είναι η μετάφρασή τους σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς. Για την επίλυση των προβλημάτων αυτών θα γίνει χρήση του επιλυτή ψευδοδυαδικών περιορισμών, Minisat+ . Ο συγκεκριμένος επιλυτής βρίσκει λύσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Δηλαδή δεδομένων κάποιων μεταβλητών και κάποιων περιορισμών δίνει λύση στο πρόβλημα, αναθέτει τιμές στις μεταβλητές του υπό επίλυση προβλήματος, ικανοποιώντας όλους τους περιορισμούς και όσες περισσότερες από τις προτιμήσεις μπορεί. Στον επιλυτή δεν μπορούμε να δώσουμε σαν είσοδο προτάσεις. Ο επιλυτής δέχεται προτιμήσεις σε Κανονική Συζευκτική Μορφή. Δηλαδή σύζευξη από διαζεύξεις. Για αυτό παρουσιάζεται η ανάγκη να μεταφράσουμε τα προβλήματα προτιμήσεων σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς.

Χρησιμοποιώντας δίκτυα προτιμήσεων που ανάφερα πιο πάνω και συγκεκριμένα ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτιμήσεων (Totally Ordered CP-net) , γίνεται μετάφραση των προτιμήσεων με δύο διαφορετικές μεθόδους και επεξεργασία των προτιμήσεων ούτως ώστε να μπορούν να λυθούν χρησιμοποιώντας ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών. Τέλος γίνεται σύγκριση των δύο μεθόδων ως προς το χρόνο που χρειάζεται ο επιλυτής να δώσει λύση στο πρόβλημα.

1.2 Δομή της Διπλωματικής εργασίας

Αρχικά τα πρώτα κεφάλαια της διπλωματικής, 2 και 3, παρουσιάζουν από θεωρητική σκοπιά τα δίκτυα προτίμησης CP-nets και τους ψευδοδυαδικούς περιορισμούς. Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται τα δίκτυα προτίμησης CP-nets. Περιγράφονται τα δίκτυα προτιμήσεων υπό συνθήκη και οι σχέσεις προτιμήσεων μεταξύ των μεταβλητών. Επίσης στο υποκεφάλαιο 2.3 παρουσιάζεται μέσω ενός παραδείγματος η αναπαράσταση των CP-nets. Ακολούθως παρουσιάζεται ο αλγόριθμος για βελτιστοποίηση αποτελέσματος δηλαδή η εύρεση του βέλτιστου αποτελέσματος ανάμεσα στις προτιμήσεις που αφορούν το δίκτυο στο υποκεφάλαιο 2.4.1 . Επίσης στο υποκεφάλαιο 2.4.2 παρουσιάζεται η διαδικασία σύγκρισης αποτελεσμάτων. Η διαδικασία αυτή δεδομένου δύο αποτελεσμάτων μπορεί να ξεχωρίσει πιο είναι προτιμότερο. Στο τελευταίο υποκεφάλαιο του κεφαλαίου αυτού παρουσιάζονται τα ολικά διατεταγμένα CP-nets τα οποία χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική.

Ακολουθεί το Κεφάλαιο 3 στο οποίο περιγράφονται οι ψευδοδυαδικοί περιορισμοί. Η ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών που παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 3.1 προσφέρει ένα πιο εκφραστικό και φυσικό τρόπο έκφρασης περιορισμών αφού έχει το πλεονέκτημα του 0-1 προγραμματισμού. Το Κεφάλαιο 3.2 περιγράφει τους γραμμικούς και μη γραμμικούς περιορισμούς. Ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας στην ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών είναι οι περιορισμοί πληθικότητας. Οι περιορισμοί πληθικότητας, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.3 είναι ένας περιορισμός όσον αφορά τον αριθμό των μεταβλητών οι οποίες είναι αληθείς σε ένα σύνολο από κύρια λεκτικά. Στη παρούσα διπλωματική χρησιμοποιείται η πρώτη εκ των τριών πληθικότητα ή «τουλάχιστο (at least) » η οποία δηλώνει ότι ένας περιορισμός είναι αληθής αν και μόνο αν τουλάχιστο k κύρια λεκτικά είναι αληθή ανάμεσα στα $X_1, X_2, \dots, X_n$ δηλαδή να ισχύει ότι $X_1 + X_2 + \dots + X_n \geq k$. Οι περιορισμοί που αναφέρονται στην παρούσα διπλωματική εργασία, τόσο και η μορφή των περιορισμών που χρησιμοποιούνται στην υλοποίηση είναι σε κανονικοποιημένη μορφή. Στο υποκεφάλαιο 3.4 δίνεται η μορφή των περιορισμών αυτών αλλά και ο αλγόριθμος για μετάφραση οποιουδήποτε περιορισμού σε κανονικοποιημένη μορφή. Επίσης δίνεται

μια σύντομη περιγραφή των προβλημάτων αποφασισιμότητας και των προβλημάτων βελτιστοποίησης (Decision Problem VS Optimization Problem).

Τα Κεφάλαια 4 και 5 δίνουν έμφαση στη υλοποίηση που έγινε κατά τη διάρκεια της διπλωματικής εργασίας. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται ο αλγόριθμος και η περιγραφή της λύσης για τυχαία δημιουργία προτιμήσεων και ψευδοδυαδικών προτιμήσεων. Στο τελευταίο υποκεφάλαιο του κεφαλαίου αυτού δίνονται τα αποτελέσματά, τα οποία είναι οι έξοδοι που δίνονται από κάθε πρόγραμμα αντίστοιχα, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν σε μετέπειτα στάδιο για την μετάφραση των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς.

Το Κεφάλαιο 5, περιγράφει τις δύο μεθόδους μετάφρασης των ολικά διατεταγμένων δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς. Για την εύρεση των συγκεκριμένων μεθόδων χρειάστηκε αρκετός κόπος και χρόνος, καθώς ήταν το δυσκολότερο μέρος της διπλωματικής εργασίας. Δίνονται τα τελικά αποτελέσματα, τα οποία αποθηκεύονται σε αρχείο κατά την έξοδο του προγράμματος, και τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια για την πειραματική ανάλυση. Το αρχείο σε αυτό το στάδιο περιέχει τις προτιμήσεις μεταφρασμένες σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς ανάλογα με τη μέθοδο που επιλέγεται, τους τυχαίους περιορισμούς που περιγράφηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο καθώς και την αντικειμενική συνάρτηση. Όλα τα προηγούμενα είναι απαραίτητα για να μπορέσει να δοθεί το αρχείο στο Minisat+ δίνοντας στη συνέχεια τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Το έκτο κεφάλαιο παρουσιάζει την πειραματική ανάλυση των αποτελεσμάτων. Μέσω κάποιων πινάκων που περιγράφονται αναλυτικά στο κεφάλαιο αυτό φαίνονται οι χρόνοι εκτέλεσης του Minisat+ σε διαφορετικά δίκτυα προτιμήσεων για τις δύο μεθόδους. Μέσω της πειραματικής ανάλυσης προκύπτει το Κεφάλαιο 7 στο οποίο αναγράφονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει η παρούσα διπλωματική εργασία.

Όσον αφορά το σύστημα υλοποίησης που περιγράφεται στα Κεφάλαια 4 και 5 μπορούμε να το αναπαραστήσουμε με το πιο κάτω σχήμα 1.1



Σχήμα 1.1 : Γενικό σχήμα συστήματος υλοποίησης

Αρχικά δημιουργούνται οι περιορισμοί και οι προτιμήσεις. Στη συνέχεια οι προτιμήσεις μεταφράζονται σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς και ενώνονται με το αρχείο περιορισμών δημιουργώντας ένα αρχείο κατάλληλο για είσοδο στον επιλυτή (Minisat+). Ο επιλυτής θα δώσει τη λύση στο πρόβλημα, δηλαδή θα αναθέσει τιμές στις μεταβλητές του προβλήματος.

Κεφάλαιο 2

Δίκτυα προτίμησης

2.1 Δίκτυα Προτιμήσεων υπό Συνθήκη	6
2.2 Σχέσεις Προτιμήσεων	7
2.3 Αναπαράσταση Δικτύων Προτιμήσεων	9
2.4 Βέλτιστο Αποτέλεσμα - Σύγκριση Αποτελεσμάτων	11
2.4.1 Βέλτιστο Αποτέλεσμα	11
2.4.2 Σύγκριση Αποτελεσμάτων	13
2.5 Ολικά Διατεταγμένα Δίκτυα προτιμήσεων	14

2.1 Δίκτυα Προτιμήσεων υπό Συνθήκη

Τα δίκτυα προτιμήσεων υπό συνθήκη (CP-nets), είναι δίκτυα τα οποία χρησιμοποιούνται για αναπαράσταση προτιμήσεων. Τα συγκεκριμένα δίκτυα βρίσκουν εφαρμογή στην αναπαράσταση προτιμήσεων των ανθρώπων καθώς και στην αναπαράσταση προτιμήσεων χρηστών σε διάφορες εφαρμογές.

Ένα παράδειγμα δικτύου προτίμησης παρουσιάζεται πιο κάτω. Κάποιος θέλει να αγοράσει ένα τραπέζι και δηλώνει ότι «ένα στρογγυλό τραπέζι είναι καλύτερο από ένα τετράγωνο». Με αυτό δεν εννοεί ότι πάντα ένα στρογγυλό τραπέζι είναι καλύτερο από ένα τετράγωνο άσχετα με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του. Εννοούμε ότι ένα στρογγυλό τραπέζι είναι καλύτερο από ένα τετράγωνο (για την περίπτωση που μας ενδιαφέρει) που δεν διαφέρει σε κανένα άλλο χαρακτηριστικό του (βάρος, υλικό κλπ).

2.2 Σχέσεις Προτιμήσεων

Έστω ένα σύνολο S και για κάθε κατάσταση του S υπάρχει ένας αριθμός πράξεων οι οποίες μπορούν να εκτελεστούν. Κάθε πράξη, όταν εκτελεστεί έχει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα (outcome) και το σύνολο των αποτελεσμάτων αυτών συμβολίζεται με O . Η κατάταξη των προτιμήσεων είναι εφαρμογή της σχέσης $\geq$ ανάμεσα σε ένα σύνολο αποτελεσμάτων (outcomes). Έχουμε τις πιο κάτω σχέσεις :

- $O1 \geq O2$ δηλώνει ότι το $O1$ προτιμάται το ίδιο ή περισσότερο από το $O2$.
- $O1 > O2$ δηλώνει ότι το $O1$ προτιμάται από το $O2$ (αυστηρά)
- $O1 \sim O2$ δηλώνει ότι για μας είναι αδιάφορη η σχέση τους, δηλαδή δεν υπάρχει προτίμηση ανάμεσα στο $O1$ και $O2$

Στόχος του προβλήματος αποφάσεων είναι, γνωρίζοντας μια δεδομένη κατάσταση, να διαλέξει την πράξη η οποία έχει το πιο επιθυμητό αποτέλεσμα. Η σχέση μεταξύ των αποτελεσμάτων μπορεί να διαφέρει μεταξύ διαφορετικών επιλυτών προβλημάτων αποφάσεων.

Στη συνέχεια θα επικεντρωθούμε στις προτιμήσεις. Ορίζουμε ένα σύνολο μεταβλητών $V = \{X1, X2, \dots, Xn\}$ στις οποίες δηλώνουμε προτίμηση. Για κάθε μεταβλητή x_i συσχετίζουμε ένα σύνολο τιμών τις οποίες μπορεί να πάρει, $Dom(X_i)$. Μια ανάθεση τιμών x σε ένα σύνολο μεταβλητών $X \subseteq V$ είναι μια συνάρτηση η οποία συσχετίζει κάθε μεταβλητή X με ένα στοιχείο από το $Dom(X_i)$. Υπάρχουν δύο ειδών αναθέσεις για το X :

- «πλήρης ανάθεση», complete assignment αν $X = V$ και
- «μερική ανάθεση», partial assignment αν $X \neq V$

Το σύνολο όλων των αναθέσεων στο $X \subseteq V$ ορίζεται με $Asst(X)$.

Υποθέτουμε τα x και y από το σύνολο X και Y αντίστοιχα, και ισχύει ότι $X \cap Y = \emptyset$, θέτουμε το συνδιασμό xy . Το xy ορίζεται σαν η ολοκλήρωση του x αν $X \cup Y = V$, και το συμβολίζουμε με $Comp(X)$. Οι πλήρεις αναθέσεις αναφέρονται απευθείας στα

αποτελέσματα (outcomes) πάνω στα οποία κάποιος εκφράζει προτιμήσεις. Για κάθε αποτέλεσμα O δηλώνουμε $O[X]$ την τιμή $X \in Dom(X)$ που ανατέθηκε στο X από το συγκεκριμένο αποτέλεσμα.

Ένα σύνολο μεταβλητών είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο (preferentially independent) από το συμπλήρωμα του $Y = V - X$ αν και μόνο αν (iff) , για όλα τα x_1, x_2 που ανήκουν στο $Asst(X)$ και y_1, y_2 που ανήκουν στο $Asst(Y)$ έχουμε :

$$x_1 y_1 \geq x_2 y_1 \text{ iff } x_1 y_2 \geq x_2 y_2$$

Η δομή της σχέσης των προτιμήσεων σε αναθέσεις του X , όταν όλες οι άλλες μεταβλητές είναι σταθερές , είναι η ίδια τιμή ανεξάρτητα από τις τιμές που θα πάρουν οι άλλες μεταβλητές. Αν ισχύει η σχέση που περιγράψαμε πιο πάνω τότε λέμε ότι το x_1 προτιμάται από το x_2 «ceteris paribus» (δηλαδή όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές). Έτσι κάποιος μπορεί να αξιολογήσει τη σχετική προτίμηση στις αναθέσεις του X , εφόσον γνωρίζει ότι αυτές οι προτιμήσεις δεν αλλάζουν , ενώ τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά ποικίλουν.

Η υποθετική προτιμησιακή ανεξαρτησία (conditionally preferentially independent) ορίζεται ανάλογα. Έστω X, Y, Z αποτελούν το V . Ένα σύνολο μεταβλητών X είναι υποθετικά προτιμησιακά ανεξάρτητο (conditionally preferentially independent) του Y όταν έχουμε ανάθεση z στο Z αν και μόνο αν (iff) , για όλα τα x_1, x_2 που ανήκουν στο $Asst(X)$ και y_1, y_2 που ανήκουν στο $Asst(Y)$ έχουμε :

$$x_1 y_1 z \geq x_2 y_1 z \text{ iff } x_1 y_2 z \geq x_2 y_2 z$$

Έτσι το X είναι προτιμησιακά ανεξάρτητο του Y όταν έχουμε ανάθεση z στο Z . Όταν το X είναι υποθετικά προτιμησιακά ανεξάρτητο (conditionally preferentially independent) του Y για όλα τα z που ανήκουν στο $Asst(Z)$, τότε το X είναι υποθετικά προτιμησιακά ανεξάρτητο (conditionally preferentially independent) του Y δεδομένου του συνόλου των μεταβλητών Z .

2.3 Αναπαράσταση Δικτύων Προτιμήσεων

Για κάθε μεταβλητή X_i ζητείται από το χρήστη να δώσει ένα σύνολο μεταβλητών προγόνων (parents) $Pa(X_i)$ που μπορούν να επηρεάσουν την προτίμηση για τις τιμές του X_i . Δηλαδή για μια συγκεκριμένη τιμή του $Pa(X_i)$, ο χρήστης είναι σε θέση να καθορίσει σειρά προτίμησης για τις τιμές του X_i δεδομένου ότι τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά είναι τα ίδια («ceteris paribus»). Το X_i είναι υποθετικά προτιμησιακά ανεξάρτητο του $V - (Pa(X_i) \cup \{X_i\})$. Ζητείται από το χρήστη να δώσει τις προτιμήσεις του για τις τιμές του X_i για όλα τα στιγμιότυπα των μεταβλητών X_i .

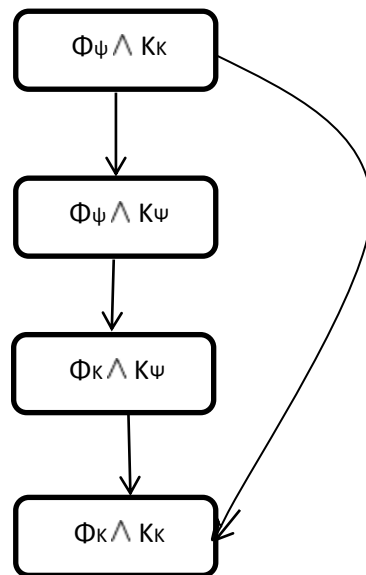
Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω δημιουργείται ένας γράφος, ο κόμβος του οποίου αντιπροσωπεύει τις μεταβλητές, όπου ο κάθε X_i έχει ένα πρόγονο $Pa(X_i)$. Για κάθε μεταβλητή υπάρχει ένας πίνακας προτιμήσεων (conditional preference table - CPT) ο οποίος περιγράφει τις προτιμήσεις του χρήστη για τη μεταβλητή X_i . Το CP-net με μεταβλητές $V = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ είναι ένας κατευθυνόμενος γράφος G πάνω στο $X_1, X_2, \dots, X_n$ και όπου κάθε κόμβος έχει ένα υπο-συνθήκη (conditional) πίνακα προτιμήσεων $CPT(X_i)$. Ένα απλό παράδειγμα φαίνεται πιο κάτω :

Παράδειγμα 2.1 : Όταν πάω για φαγητό προτιμώ να παραγγείλω κρέας παρά ψάρι. Αν παραγγείλω κρέας προτιμώ το κόκκινο κρασί από το άσπρο, ενώ αν παραγγείλω ψάρι προτιμώ το άσπρο από το κόκκινο .

Υπάρχουν δύο μεταβλητές, η Φ και η K που αντιπροσωπεύουν το φαγητό και το κρασί. Προτιμώ το κρέας (Φ_K) από το ψάρι (Φ_Ψ) και προτιμώ κόκκινο κρασί με το κρέας (K_K) ενώ λευκό κρασί με το ψάρι (K_Ψ).

$\Phi_K > \Phi_\Psi$	
Φ_K	$K_K > K_\Psi$
Φ_Ψ	$K_\Psi > K_K$

Πίνακας 2.1: Πίνακας Προτιμήσεων παραδείγματος 2.1



Σχήμα 2.1 : Δίκτυο προτιμήσεων παραδείγματος 2.1

2.4 Βέλτιστο Αποτέλεσμα - Σύγκριση Αποτελεσμάτων

2.4.1 Βέλτιστο Αποτέλεσμα

Μια βασική ιδιότητα των δικτύων προτιμήσεων είναι ότι δεδομένου ενός δικτύου προτιμήσεων, μπορεί εύκολα να βρεθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα ανάμεσα στις προτιμήσεις που αφορούν το δίκτυο. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται « βελτιστοποίηση αποτελέσματος ». Ο αλγόριθμος για βελτιστοποίηση του αποτελέσματος περιγράφεται πιο κάτω.

Αρχικά για να βελτιστοποιηθεί το αποτέλεσμα πρέπει να σαρωθεί το δίκτυο από πάνω προς τα κάτω, δηλαδή από τους πρόγονους στους απόγονους. Για κάθε μεταβλητή ανατίθεται μια τιμή, η οποία είναι η προτιμότερη με βάση τα στιγμιότυπα των προγόνων της (parents). Το δίκτυο έτσι καθορίζει ένα μοναδικό βέλτιστο αποτέλεσμα.

Η εφαρμογή του πιο πάνω αλγορίθμου φαίνεται από το πιο κάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 2.2 : Η αγαπημένη μου εποχή είναι το καλοκαίρι. Το καλοκαίρι προτιμώ να πηγαίνω στη θάλασσα παρά στο βουνό. Αν πάω παραθαλάσσια και πάω για φαγητό προτιμώ το ψάρι, αν όμως πάω στο βουνό και πάω για φαγητό προτιμώ το κρέας. Αν παραγγείλω ψάρι προτιμώ το λευκό κρασί ενώ αν παραγγείλω κρέας προτιμώ το κόκκινο.

Κατασκευή του CP-net :

$S \rightarrow$ μεταβλητή που αντιπροσωπεύει την αγαπημένη μου εποχή. Παίρνει 2 τιμές :

- S_b για τη προτίμηση μου στη θάλασσα και
- S_m για τη προτίμηση μου στο βουνό

$E \rightarrow$ μεταβλητή που αντιπροσωπεύει την προτίμηση μου το φαγητό. Παίρνει 2 τιμές :

- E_f για τη προτίμηση μου στο ψάρι και
- E_c για τη προτίμηση μου στο κρέας

$W \rightarrow$ μεταβλητή που αντιπροσωπεύει την προτίμηση μου για το κρασί που προτιμώ να συνοδεύσω το φαγητό μου. Παίρνει 2 τιμές :

- W_w για τη προτίμηση μου στο λευκό κρασί και
- W_r για τη προτίμηση μου στο κόκκινο κρασί



Σχήμα 2.2 : Δίκτυο προτιμήσεων παραδείγματος 2.2

Sb > Sm	
Sb	Ef > Em
Sm	Em > Ef
Ef	Ww > Wr
Em	Wr > Ww

Πίνακας 2.2 : Πίνακας προτιμήσεων παραδείγματος 2.2

Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο για το πιο πάνω παράδειγμα ακολουθούμε τα πιο κάτω βήματα :

1. Ξεκινούμε με τη μεταβλητή που βρίσκεται ψηλότερα στην ιεραρχία δηλαδή την S. Για τη συγκεκριμένη μεταβλητή δίνουμε μια τιμή η οποία είναι η προτιμότερη δηλαδή Sb.
2. Ακολουθώς συνεχίζουμε με την επόμενη μεταβλητή κατεβαίνοντας προς τα κάτω και επιλέγουμε την E. Τότε, για τη συγκεκριμένη μεταβλητή

δεδομένου ότι στη μεταβλητή γονέα της έχουμε δώσει τη τιμή S_b , προτιμότερη τιμή για την E είναι η E_f .

3. Συνεχίζουμε με την επόμενη μεταβλητή, η οποία είναι και η τελευταία και δεδομένου ότι στη μεταβλητή E δώσαμε την τιμή E_f με βάση όλες τις μεταβλητές που είχαμε προηγουμένως τότε η μεταβλητή W θα πάρει τη τιμή W_w .

Το βέλτιστο αποτέλεσμα με βάση το πιο πάνω αλγόριθμο στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι **$S_b E_f W_w$** .

2.4.2 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Μια άλλη διαδικασία η οποία υποστηρίζεται από ένα μοντέλο αναπαράστασης προτιμήσεων είναι η σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα. Δηλαδή δεδομένου δύο αποτελεσμάτων να μπορεί να ξεχωρίσει πιο είναι προτιμότερο. Για την σύγκριση δύο αποτελεσμάτων με βάση ένα CP-net υπάρχουν 2 τρόποι :

1. Dominance Queries (Σχέσεις (ερωτήσεις) κυριαρχίας) : Δεδομένου ενός CP-net N και δύο αποτελεσμάτων o και o' , ψάχνουμε αν $N \models o > o'$. Αν αυτή η σχέση ισχύει, τότε το o προτιμάται από το o' και λέμε ότι το o κυριαρχεί του o' ως προς το N .
2. Ordering Queries (Σχέσεις (ερωτήσεις) Ταξινόμησης) : Δεδομένου ενός CP-net N και δύο αποτελεσμάτων o και o' , ψάχνουμε αν ισχύει $N \not\models o' > o$. Αν αυτό ισχύει, τότε υπάρχει μία προτιμησιακή ταξινόμηση συνεπής με το N , στην οποία $o > o'$. Έτσι με βάση τη γνώση που εκφράζεται από το N , μπορούμε να πούμε ότι το o ταξινομείται “over” (πάνω από το) o' .

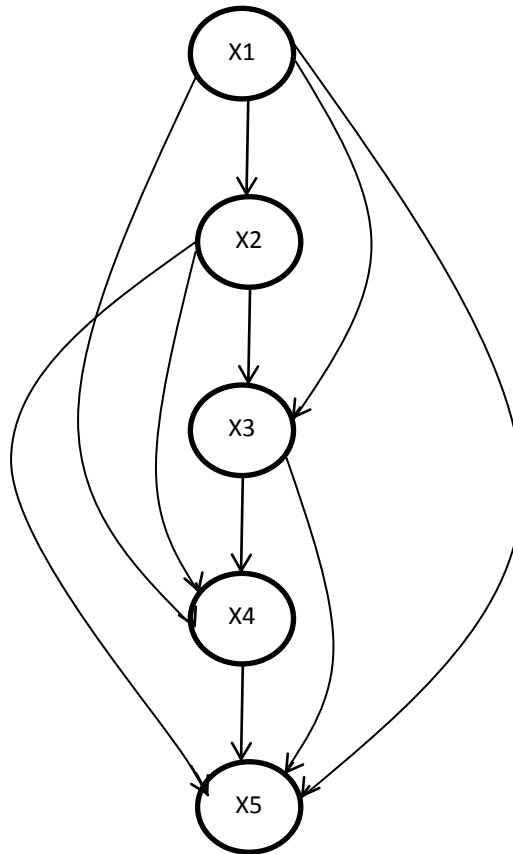
Οι σχέσεις κυριαρχίας είναι πιο δυνατές από τις σχέσεις ταξινόμησης. Αν ισχύει $N \models o > o'$ τότε σίγουρα ισχύει $N \not\models o' > o$. Αν όμως ξέρουμε ότι ισχύει $N \not\models o' > o$, τότε μπορεί ταυτόχρονα να ισχύει και η σχέση $N \not\models o > o'$. Άρα η σχέση $N \not\models o' > o$ δεν σημαίνει πάντα ότι το o προτιμάται από το o' , αλλά μπορεί να σημαίνει ότι τα δύο αυτά

αποτελέσματα δεν μπορούν να συγκριθούν προτιμησιακά, ή ότι έχουν την ίδια σειρά προτίμησης. Παρόλο που οι σχέσεις κυριαρχίας είναι συνήθως πιο χρήσιμες, κάποιες φορές οι σχέσεις ταξινόμησης είναι επαρκείς. Υπάρχουν εφαρμογές στις οποίες δεν είναι απαραίτητο να υπάρχουν κυρίαρχες σχέσεις, έτσι οι σχέσεις ταξινόμησης θεωρούνται ικανοποιητικές.

2.5 Ολικά Διατεταγμένα Δίκτυα προτιμήσεων

Τα ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτιμήσεων είναι μια ειδική κατηγορία των δικτύων προτίμησης. Στα συγκεκριμένα δίκτυα όλες οι μεταβλητές στις οποίες εκφράζεται προτίμηση είναι ολικά διατεταγμένες. Δηλαδή κάθε μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες. Ένα ολικά διατεταγμένο δίκτυο προτίμησης αναπαριστάται από ένα γράφο του οποίου κάθε κόμβος είναι μια μεταβλητή. Κάθε μεταβλητή που βρίσκεται στο επίπεδο n εξαρτάται από $(n-1)$ μεταβλητές, δηλαδή από όλες τις μεταβλητές που βρίσκονται στα προηγούμενα επίπεδα.

Έστω ένα δίκτυο προτιμήσεων με 5 μεταβλητές, X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 . Το Totally Ordered CP-net που προκύπτει φαίνεται στο Σχήμα 2.3:



Σχήμα 2.3 : Ολικά διατεταγμένο δίκτυο
συσχέτισης με 5 μεταβλητές

Η μεταβλητή X_1 , η οποία βρίσκεται στην κεφαλή του γράφου δεν εξαρτάται από καμία άλλη μεταβλητή. Η μεταβλητή X_3 εξαρτάται από την X_2 και την X_2 . Η X_5 , που βρίσκεται στο τελευταίο επίπεδο του γράφου εξαρτάται από όλες τις μεταβλητές που βρίσκονται στο γράφο δηλαδή, τι X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 . Τα δίκτυα προτιμήσεων στα οποία αναφερόμαστε στη παρούσα διπλωματική έχουν την πιο πάνω μορφή.

Κεφάλαιο 3

Ψευδοδυαδικοί περιορισμοί

3.1 Ψευδοδυαδική Ικανοποίηση περιορισμών	16
3.2 Γραμμικότητα ψευδοδυαδικών περιορισμών	17
3.2.1 Γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός	17
3.2.2 Μη γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός	18
3.3 Περιορισμοί Πληθικότητας	18
3.4 Κανονικοποίηση ψευδοδυαδικών περιορισμών	19
3.5 Πρόβλημα αποφασισιμότητας και Πρόβλημα βελτιστοποίησης	20

3.1 Ψευδοδυαδική Ικανοποίηση περιορισμών

Μια ψευδοδυαδική συνάρτηση (pseudo Boolean function), είναι μια συνάρτηση η οποία συσχετίζει N δυαδικές τιμές σε πραγματικούς αριθμούς. Η ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών προσφέρει ένα πιο εκφραστικό και φυσικό τρόπο έκφρασης περιορισμών αφού έχει το πλεονέκτημα του 0-1 προγραμματισμού. Με λίγα λόγια η ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών είναι ένας καλός συνδυασμός μεταξύ της τυπικής έκφρασης που χρησιμοποιείται για να απεικονίσουμε ένα πρόβλημα και της δυσκολίας να λυθεί το πρόβλημα σε αυτή την έκφραση.

Ένας ψευδοδυαδικός περιορισμός ορίζεται σε ένα πεπερασμένο σύνολο δυαδικών μεταβλητών X_i . Οι δυαδικές μεταβλητές μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές, αληθής (true) ή ψευδής (false) οι οποίες αναπαριστούνται με $\{F, T\}$ ή $\{0,1\}$. Ένα κύριο λεκτικό (li) μπορεί να είναι μια δυαδική μεταβλητή X_i ή η άρνησή της. Ένα θετικό λεκτικό παίρνει τιμή αληθή αν και μόνο αν η αντίστοιχη μεταβλητή X_i είναι αληθής και ένα αρνητικό λεκτικό παίρνει τιμή αληθή αν και μόνο αν η αντίστοιχη μεταβλητή X_i είναι ψευδής. Κάθε λεκτικό μπορεί να πολλαπλασιαστεί με ένα ακέραιο αριθμό. Ο

πολλαπλασιασμός μιας ακεραίας τιμής με μια Boolean μεταβλητή ορίζεται με φυσικό τρόπο, όταν οι μεταβλητές αντιπροσωπεύονται από 0 και 1. Όταν μια μεταβλητή αναπαριστάται με True ή False , {F, T}, ο πολλαπλασιασμός ορίζεται ισοδύναμα με: για κάθε $a \in Z$, $a.T = a$ και $a.F = 0$.

3.2 Γραμμικότητα ψευδοδυαδικών περιορισμών

3.2.1 Γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός

Ένας γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός έχει την ακόλουθη μορφή

$$\sum_{i=1}^n w_i l_i \left\{ \begin{array}{l} = \\ < \\ > \\ \leq \\ \geq \end{array} \right\} d$$

Όπου W_i και d είναι ακέραιοι σταθεροί αριθμοί, l_i είναι λεκτικό (literal). Η δεξιά πλευρά του περιορισμού ονομάζεται βαθμός (degree) του περιορισμού. Τα μαθηματικά σύμβολα $>$, $<$, $=$, $\leq$, $\geq$ έχουν τη συνηθισμένη τους έννοια και ορίζουν τη σχέση μεταξύ του δεξιού μέλους του περιορισμού και της αριστερής. Ο περιορισμός ικανοποιείται όταν ο δεξιά και ο αριστερά όρος ικανοποιούν τη μαθηματική σχέση. Πιο κάτω φαίνονται 2 παραδείγματα :

$$X_1 + X_2 + X_4 < 3$$

$$7X_1 + 3X_3' + X_2 \geq 4$$

Κάθε περιορισμός που μπορεί να γραφτεί σε μια απλή μορφή που να ταιριάζει με την πιο πάνω μορφή θεωρείται γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός.

3.2.2 Μη γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός.

Ένας μη γραμμικός ψευδοδυαδικός περιορισμός έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\sum_{i=1}^n w_i \prod_k l \left\{ \begin{array}{l} = \\ < \\ > \\ \leq \\ \geq \end{array} \right\} d$$

Όπου w_i και d είναι ακέραιοι σταθεροί αριθμοί, l είναι λεκτικά (literals). Τα μαθηματικά σύμβολα $>$, $<$, $=$, $\leq$, $\geq$ έχουν τη συνηθισμένη τους έννοια και ορίζουν τη σχέση μεταξύ της δεξιάς πλευράς του περιορισμού και της αριστερής. Η σημασιολογία του $\prod_k l$ καθορίζεται με φυσικό τρόπο όταν οι μεταβλητές αντιπροσωπεύονται από 0 και 1, και όταν οι μεταβλητές αντιπροσωπεύονται από True και False καθορίζεται αντίστοιχα με τη λογική πύλη AND. Ο περιορισμός ικανοποιείται όταν ο δεξιά και ο αριστερά όρος ικανοποιούν τη μαθηματική σχέση. Πιο κάτω φαίνονται 2 παραδείγματα :

$$X_1 X_7 + 3 X_2 + X_4 < 3$$

$$7X_1 + 3 X_7 X_3' + X_2 X_4' X_5 \geq 4$$

3.3 Περιορισμοί Πληθικότητας

Ο περιορισμός πληθικότητας είναι ένας περιορισμός όσον αφορά τον αριθμό των μεταβλητών οι οποίες είναι αληθείς σε ένα σύνολο από λεκτικά. Υπάρχουν τρεις περιορισμοί πληθικότητας :

1. Τουλάχιστο (at least) : ***atleast(k, { X1, X2, ..., Xn })*** είναι αληθές αν και μόνο αν τουλάχιστο k λεκτικά είναι αληθή ανάμεσα στα $X_1, X_2, \dots, X_n$.

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n \geq k$$

2. Το περισσότερο (at most) : ***atmost(k, { X1, X2, ... , Xn })*** είναι αληθές αν και μόνο αν k λεκτικά το περισσότερο είναι αληθές ανάμεσα στα X1, X2, ... , Xn.

$$X1 + X2 + \dots + Xn \leq k$$

3. Ακριβώς (exactly) : ***exactly(k, { X1, X2, ... , Xn })*** είναι αληθές αν και μόνο αν ακριβώς k λεκτικά είναι αληθές ανάμεσα στα X1, X2, ... , Xn.

$$X1 + X2 + \dots + Xn = k$$

Πέρα από τα συγκεκριμένα είναι προφανές ότι μπορούν να συνδυαστούν και να δώσουν πιο πολύπλοκες πληθικότητες μεταξύ των περιορισμών.

3.4 Κανονικοποίηση ψευδοδυαδικών περιορισμών

Όπως περιγράφηκε και πιο πάνω, υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να αναπαρασταθεί ένας ψευδοδυαδικός περιορισμός. Όμως όλοι οι περιορισμοί μπορούν να μεταφραστούν στη πιο κάτω κανονικοποιημένη μορφή :

$$\sum_{i=1}^n w_i l_i \geq d$$

Όπου W_i και d είναι θετικοί ακέραιοι σταθεροί αριθμοί, l_i είναι λεκτικά και μπορούν να πάρουν την τιμή της μεταβλητής ή την άρνηση της. Επίσης περιορισμοί ισότητας ή άλλοι περιορισμοί όπως μεγαλύτερο (>) , μικρότερο (<) , μικρότερο ή ίσο (≤) ή η ισότητα (=), μπορούν να μεταφραστούν σε περιορισμούς μεγαλύτερο ή ίσο (≥) σε γραμμικό χρόνο.

Για να το πετύχουμε αυτό , ανάλογα με την ισότητα που έχουμε ακολουθούμε κάποια βήματα.

1. Αν ο τελεστής είναι το μεγαλύτερο, > , τότε προσθέτουμε 1 στην δεξιά πλευρά της ανισότητας και αλλάζουμε τον τελεστή σε ≥.

2. Αν ο τελεστής είναι το μικρότερο, $<$, τότε αφαιρούμε 1 στην δεξιά πλευρά της ανισότητας και αλλάζουμε τον τελεστή σε $\geq$.
3. Αν ο τελεστής είναι το ίσο, $=$, τότε μπορούμε να αντικαταστήσουμε το συγκεκριμένο περιορισμό με δύο άλλους περιορισμούς. Η δεξιά και αριστερή πλευρά των καινούριων περιορισμών θα είναι η ίδια με τον αρχικό αλλά ο ένας περιορισμός θα έχει τον τελεστή $\geq$ και ο άλλος τον τελεστή $\leq$. Τέλος ο περιορισμός με τον τελεστή $\leq$ πολλαπλασιάζεται με ένα στη δεξιά και αριστερή πλευρά και αλλάζουμε τον τελεστή ανισότητας σε $\geq$.

Στη συνέχεια αλλάζουμε τον περιορισμό έτσι ώστε τα W_i και d να μην είναι αρνητικά. Για κάθε μεταβλητή X_i και X_i' με αρνητικούς τελεστές αντικαθιστούμε με $1 - X_i'$ και $1 - X_i$ αντίστοιχα. Έτσι τώρα μπορούμε να μεταφέρουμε όλους τους ακεραίους στη δεξιά πλευρά του περιορισμού.

Με τον πιο πάνω απλό τρόπο μπορούμε να μεταφράσουμε οποιοδήποτε περιορισμό με οποιοδήποτε τελεστή στη κανονικοποιημένη του μορφή. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής θεωρούμε ότι όλοι οι περιορισμοί είναι ήδη σε κανονικοποιημένη μορφή.

3.5 Πρόβλημα αποφασισιμότητας και Πρόβλημα βελτιστοποίησης

Πρόβλημα αποφασισιμότητας (Decision Problem) : Δεδομένης μιας φόρμουλας f η οποία είναι συνδυασμός ψευδοδυαδικών προτιμήσεων πρέπει να αποφασίσουμε αν αυτή η φόρμουλα μπορεί να ικανοποιηθεί ή όχι. Δηλαδή πρέπει να δούμε κατά πόσο υπάρχει συνδυασμός των μεταβλητών που να ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Αυτό είναι πρόβλημα απόφασης γιατί οι μόνες απαντήσεις που μπορούμε να πάρουμε είναι «ναι, το πρόβλημα μπορεί να ικανοποιηθεί» ή «όχι, οι συγκεκριμένοι περιορισμοί δεν μπορούν να ικανοποιηθούν» δηλαδή δεν μπορεί να δοθεί λύση στο πρόβλημα. Θεωρητικά δεν αναμένουμε σε ένα πρόβλημα απόφασης ότι ένας επιλυτής θα δώσει μια λύση αν η φόρμουλα μπορεί να ικανοποιηθεί ωστόσο πολλοί επιλυτές το κάνουν.

Πρόβλημα Βελτιστοποίησης (Optimization Problem) : Δεδομένης μιας φόρμουλας f η οποία είναι συνδυασμός ψευδοδυαδικών προτιμήσεων πρέπει να αποφασίσουμε αν αυτή η φόρμουλα μπορεί να ικανοποιηθεί και αν μπορεί να ικανοποιηθεί πρέπει να δώσουμε μια από τις καλύτερες λύσεις. Ο επιλυτής περιμένουμε ότι θα απαντήσει «όχι, αυτοί οι περιορισμοί δεν μπορούν να ικανοποιηθούν» ή «ναι, μπορεί να ικανοποιηθεί και αυτή είναι η καλύτερη λύση». Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης περιμένουμε ότι θα πάρουμε τη καλύτερη πιθανή λύση.

Η βασική τους διαφορά είναι ότι σε ένα πρόβλημα απόφασης δεν είναι απαραίτητο ότι θα πάρεις λύση (δεν είναι υποχρεωτικό) ενώ σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης θα πάρεις τη βέλτιστη πιθανή λύση.

Κεφάλαιο 4

Δημιουργία περιορισμών και προτιμήσεων

4.1 Εισαγωγή	22
4.2 Δημιουργία περιορισμών	23
4.2.1 Αλγόριθμος	23
4.2.2 Περιγραφή λύσης	24
4.3 Δημιουργία προτιμήσεων	25
4.3.1 Αλγόριθμος	25
4.3.2 Περιγραφή λύσης	27
4.4 Αποτελέσματα	28

4.1 Εισαγωγή

Η είσοδος στον Minisat αποτελείται από ένα αρχείο με περιορισμούς και προτιμήσεις μεταφρασμένες σε μορφή περιορισμών. Για τους σκοπούς της παρούσας διπλωματικής απαραίτητη ήταν η δημιουργία ενός προγράμματος το οποίο υπολογίζει τυχαίους περιορισμούς και τυχαίες προτιμήσεις με βάση τις επιλογές του χρήστη. Η υλοποίηση για αυτό το κομμάτι χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος γίνεται τυχαία δημιουργία προτιμήσεων και στο δεύτερο μέρος γίνεται τυχαία δημιουργία περιορισμών. Για τους περιορισμούς επιλέγονται τυχαία μεταβλητές από το συνολικό αριθμό που έδωσε ο χρήστης. Οι μεταβλητές που αφορούν τις προτιμήσεις επιλέγονται επίσης τυχαία και πάλι από το συνολικό αριθμό μεταβλητών που έδωσε ο χρήστης. Τελικό αποτέλεσμα είναι η δημιουργία δύο ξεχωριστών αρχείων (ένα με τις προτιμήσεις και ένα άλλο με τους περιορισμούς) ούτως ώστε να χρησιμοποιηθούν σε

μετέπειτα στάδιο της παρούσας διπλωματικής. Ο χρήστης μπορεί να εισάγει οποιοδήποτε αριθμό όσον αφορά το σύνολο των μεταβλητών αλλά ο αριθμός των μεταβλητών στις οποίες θα δημιουργηθούν οι περιορισμοί πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από αυτόν. Επίσης ο αριθμός των περιορισμών πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από τον αριθμό των συνολικών μεταβλητών. Όσον αφορά τον αριθμό των περιορισμών που θα δημιουργηθούν αλλά και τις μεταβλητές οι οποίες περιέχονται σε κάθε περιορισμό πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από τον αριθμό των συνολικών μεταβλητών.

4.2 Δημιουργία περιορισμών

4.2.1 Αλγόριθμος

Αρχικά ζητείται από το χρήστη να εισάγει τον αριθμό των μεταβλητών από τις οποίες θα γίνει η επιλογή. Δηλαδή αν ο χρήστης εισάγει τον αριθμό 20 η επιλογή των μεταβλητών για τις οποίες θα δημιουργηθούν περιορισμοί στο επόμενο βήμα θα γίνει μεταξύ των μεταβλητών $X_1, X_2, \dots, X_{20}$. Ακολούθως ο χρήστης εισάγει τον αριθμό των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν για τους περιορισμούς. Δύο ακόμη πληροφορίες που χρειάζονται είναι πόσους περιορισμούς επιθυμεί ο χρήστης να δημιουργηθούν και από πόσες μεταβλητές θα αποτελείται ο κάθε περιορισμός.

Δεδομένου των πιο πάνω εισόδων ακολουθείται ο πιο κάτω αλγόριθμος για δημιουργία περιορισμών .

Αρχικά γίνεται επιλογή των μεταβλητών που θα χρησιμοποιηθούν στους περιορισμούς από τον αριθμό των συνολικών μεταβλητών που έδωσε ο χρήστης.

Για κάθε περιορισμό

- γίνεται τυχαία επιλογή μεταβλητών από τις συνολικές μεταβλητές.
- αποθήκευση στη σωστή μορφή όπως πιο κάτω

$$+1 \cdot X_1 + 1 \cdot X_5 - 1 \cdot X_2 + 1 \cdot X_{17} - 1 \cdot X_{12} \geq -1;$$

Εισαγωγή και αποθήκευση στο αρχείο.

Στο υποκεφάλαιο που ακολουθεί γίνεται μια πιο λεπτομερής περιγραφή του πιο πάνω αλγόριθμου.

4.2.2 Περιγραφή λύσης

Αρχικά ζητείται από το χρήστη να εισάγει τον αριθμό των μεταβλητών από τις οποίες θα γίνει η επιλογή για τους περιορισμούς. Οι ίδιες μεταβλητές θα χρησιμοποιηθούν και για την δημιουργία των προτιμήσεων. Ακολούθως εισάγει τον αριθμό των μεταβλητών για τις οποίες θα δώσει προτιμήσεις. Αυτό δεν μας απασχολεί στο παρόν στάδιο αφού τη δεδομένη στιγμή ασχολούμαστε με τη δημιουργία περιορισμών. Στη συνέχεια πρέπει να προσδιοριστεί ο αριθμός των περιορισμών. Δηλαδή πόσοι περιορισμοί επιθυμεί ο χρήστης να δημιουργηθούν. Επίσης ο χρήστης πρέπει να καθορίσει και τον αριθμό των μεταβλητών που θα περιέχονται σε κάθε περιορισμό. Αν ο χρήστης δώσει τον αριθμό 5 αυτό σημαίνει ότι κάθε περιορισμός θα έχει 5 μεταβλητές. Για παράδειγμα :

$$+1*X1 +1*X5 -1*X2+1*X17 -1*X12 \geq -1.$$

Πρώτο βήμα είναι να δημιουργήσουμε ένα πίνακα με τις συνολικές μεταβλητές , δηλαδή ένα πίνακα ο οποίος θα περιέχει τις μεταβλητές $X1, X2, \dots, X20$.

Μέσα σε ένα βρόγχο επανάληψης, ο οποίος θα τρέξει τόσες φορές όσες και ο αριθμός των περιορισμών τον οποίο εισήγαγε ο χρήστης , θα δημιουργήσουμε τον κάθε περιορισμό ο οποίος έχει τη πιο κάτω μορφή ανάλογα με τις μεταβλητές που επιλέγηκαν τυχαία για τον συγκεκριμένο περιορισμό :

$$+1*X1 +1*X5 +1*X2+1*X17 +1*X12 \geq 1.$$

Έτσι για κάθε ένα περιορισμό επιλέγουμε , αποθηκεύοντας σε ένα πίνακα με τόσες θέσεις όσες οι μεταβλητές που θα υπάρχουν σε κάθε περιορισμό, τις μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν. Επιλέγουμε τυχαίους αριθμούς από το 0 μέχρι τον αριθμό των συνολικών μεταβλητών, από 0 μέχρι 20 με βάση τους αριθμούς που δώσαμε πιο πάνω.

Ακολουθώντας σε ένα βρόγχο επανάληψης θα δημιουργήσουμε σωστή μορφή για την κάθε μεταβλητή που περιέχεται στον περιορισμό. Με βάση τους αριθμούς που επιλέξαμε τυχαία παίρνουμε τη μεταβλητή που περιέχεται στη συγκεκριμένη θέση του πίνακα που περιέχει τις συνολικές μεταβλητές με βάση τον αριθμό που δώσαμε αρχικά. Τρέχει τόσες φορές όσες και οι μεταβλητές που θα περιέχονται σε κάθε περιορισμό, π.χ. 5.

Για το πρόσημο κάθε μεταβλητής στον κάθε περιορισμό, επιλέγεται τυχαία ένας αριθμός ο οποίος καθορίζει αν η συγκεκριμένη μεταβλητή θα έχει θετικό ή αρνητικό πρόσημο. Υπολογίζοντας το πρόσημο κάθε μεταβλητής, (+ ή -) αποθηκεύουμε πόσες μεταβλητές έχουν αρνητικό πρόσημο. Για τον υπολογισμό του αριστερού μέλους της ανίσωσης αφαιρούμε τον αριθμό των αρνητικών μεταβλητών που βρήκαμε από το 1.

Κάθε μεταβλητή μπορεί να εμφανιστεί μόνο μια φορά σε κάθε περιορισμό. Τέλος δημιουργείται ένα αρχείο με το όνομα «constrains.txt» στο οποίο αποθηκεύουμε κάθε ένα από τους περιορισμούς που δημιουργήσαμε.

4.3 Δημιουργία προτιμήσεων

4.3.1 Αλγόριθμος

Όπως και στη δημιουργία περιορισμών αρχικά ζητείται από το χρήστη να δώσει το συνολικό αριθμό των μεταβλητών και ακολούθως τον αριθμό των μεταβλητών για τις οποίες θα δημιουργηθούν προτιμήσεις. Επιλέγει τυχαία τόσες μεταβλητές από τις συνολικές και τις αποθηκεύει. Τα δίκτυα προτίμησης, ολικά διατεταγμένα τα οποία περιγράφηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο και χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διπλωματική ορίζουν ότι κάθε μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες μεταβλητές. Η μορφή των προτιμήσεων μπορεί να έχει τις ακόλουθες μορφές :

- $+X1 > -X1$

Με το πιο πάνω δηλώνουμε ότι η μεταβλητή $X1$ προτιμούμε να πάρει την τιμή 1, δηλαδή προτιμούμε να είναι true παρά false. Η μεταβλητή $X1$ είναι ανεξάρτητη, δηλαδή δεν εξαρτάται από την τιμή καμίας άλλης μεταβλητής. Αν

ο επιλυτής μπορεί να δώσει στη $X1$ την τιμή που προτιμάται (δεδομένου ότι δεν παραβιάζεται οποιοσδήποτε περιορισμός) θα το κάνει χωρίς να κοιτάξει τη τιμή οποιασδήποτε άλλης μεταβλητής.

- $+X1 : -X5 > +X5$

$$-X1 : +X5 > -X5$$

Με την πιο πάνω προτίμηση δηλώνουμε ότι η μεταβλητή $X5$ εξαρτάται από τη τιμή της μεταβλητής $X1$. Αν η μεταβλητή $X1$ είναι θετική τότε προτιμούμε η $X5$ να πάρει αρνητική τιμή, δηλαδή false από το να πάρει θετική. Αν η μεταβλητή $X1$ δεν μπορεί να ικανοποιηθεί (με βάση τους περιορισμούς), δηλαδή θα πάρει αρνητική τιμή τότε η μεταβλητή $X5$ προτιμούμε να πάρει θετική τιμή παρά αρνητική.

Κάθε μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες μεταβλητές, έτσι αν έχουμε και τρίτη μεταβλητή τότε θα έχουμε 2^2 συνδυασμούς για τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Έτσι έχουμε και την ακόλουθη μορφή όσον αφορά τις προτιμήσεις

- $+X1 \wedge +X5 : +X2 > -X2$

$$+X1 \wedge -X5 : -X2 > +X2$$

$$-X1 \wedge +X5 : -X2 > +X2$$

$$-X1 \wedge -X5 : +X2 > -X2$$

Το πρόσημο της καινούριας μεταβλητής υπολογίζεται με βάση τα πρόσημα των μεταβλητών από τις οποίες εξαρτάται. Αν έχουμε ζυγό αριθμό θετικών μεταβλητών, το πρόσημο της καινούριας μεταβλητής θα είναι θετικό αλλιώς αρνητικό.

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι υπόλοιπες μεταβλητές. Κάθε μεταβλητή θα έχει 2^n συνδυασμούς όπου n είναι ο αριθμός των μεταβλητών από τις οποίες εξαρτάται η συγκεκριμένη μεταβλητή που εξετάζουμε. Υπενθυμίζεται όπως είπαμε και σε

προηγούμενο κεφάλαιο ότι μια μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες (ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτιμήσεων).

4.3.2 Περιγραφή λύσης

Αρχικά ζητείται από το χρήστη να εισάγει το συνολικό αριθμό των μεταβλητών από τις οποίες θα γίνει η επιλογή για τις προτιμήσεις και ακολούθως τον αριθμό των μεταβλητών (πόσες μεταβλητές) για τις οποίες θα δημιουργηθούν προτιμήσεις. Επιλέγει τυχαία τόσες μεταβλητές από τις συνολικές και τις αποθηκεύει.

Η πρώτη μεταβλητή καθορίζει τον αρχικό κόμβο του δικτύου αναπαράστασης από την οποία εξαρτώνται όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές. Έχει τη μορφή : $+X1 > -X1$ όπως έχει αναφερθεί και στη παράγραφο 4.3.1. Το πρόσημο της μεταβλητής αυτής επιλέγεται τυχαία. Αν ο αριθμός των μεταβλητών για τις προτιμήσεις είναι ζυγός τότε το πρόσημο της μεταβλητής είναι θετικό αλλιώς θα είναι αρνητικό και αποθηκεύεται σε ένα string στο οποίο θα έχουμε στο τέλος την τελική μορφή της προτίμησης προτού την αποθηκεύσουμε στο αρχείο. Στη συνέχεια προσθέτουμε σε αυτό το string το όνομα της μεταβλητής και το σύμβολο « > ». Ακολούθως προσθέτουμε το αντίθετο πρόσημο από αυτό που βάλαμε αρχικά (αφού αν η μεταβλητή δεν μπορεί να ικανοποιηθεί θα της ανατεθεί η αντίθετη τιμή από αυτή που αρχικά επιθυμεί) και το όνομα της μεταβλητής ξανά για να δημιουργήσουμε την πιο πάνω μορφή.

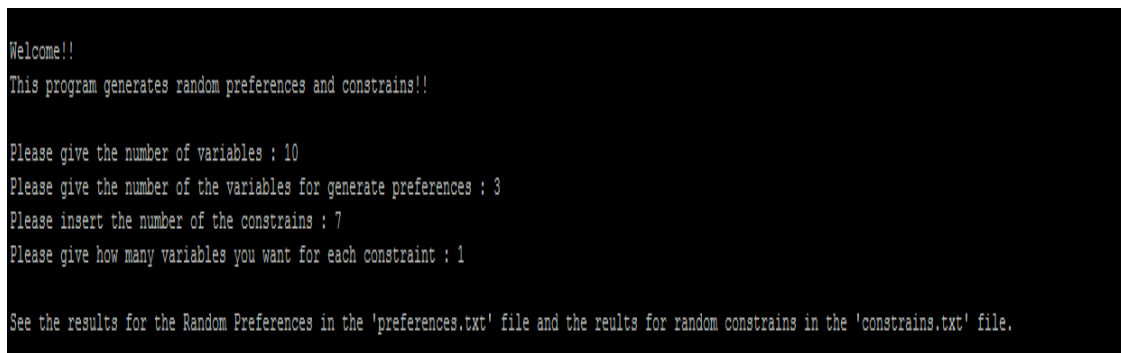
Όπως είπαμε και προηγουμένως, κάθε άλλη μεταβλητή εκτός από την αρχική εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες. Έτσι για όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές εκτός της αρχικής υπολογίζουμε όλους τους συνδυασμούς 2^n όπου n είναι ο αριθμός όλων των προηγούμενων μεταβλητών, έτσι έχουμε 2^n συνδυασμούς από 0 και 1, όπου το 0 αντιπροσωπεύει το σύμβολο « + » και το 1 το σύμβολο « - ». Με το σύμβολο « + » δηλώνουμε ότι η μεταβλητή παίρνει την τιμή TRUE και με το σύμβολο « - » παίρνει την τιμή FALSE. Στη συνέχεια δημιουργούμε όλους τους συνδυασμούς με τις n μεταβλητές που έχουμε για να δώσουμε προτίμηση στην τρέχουσα μεταβλητή. Η διαδικασία παραλείπεται αφού είναι απλά η προσθήκη των συμβόλων + και - ανάλογα με το αν είναι 0 ή 1 και το όνομα της μεταβλητής με τα κατάλληλα σύμβολα. Αφού

προστεθούν όλες οι μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται η τρέχουσα μεταβλητή τότε προστίθεται το σύμβολο « : » το οποίο υποδηλώνει ότι η μεταβλητή που ακολουθεί εξαρτάται από τις μεταβλητές που προηγούνται. Τέλος προσθέτουμε την τρέχουσα μεταβλητή. Αν ο αριθμός των θετικών πρόσημων των μεταβλητών από τις οποίες εξαρτάται είναι ζυγός τότε η μεταβλητή αυτή θα πάρει θετικό πρόσημο στη προτίμηση της , αλλιώς αρνητικό.

Το πιο πάνω ακολουθείται για όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές. Στο τέλος όλες οι προτιμήσεις αποθηκεύονται στο αρχείο «preferences.txt»

4.4 Αποτελέσματα

Η είσοδος για τα 2 πιο πάνω προγράμματα είναι η ίδια. Οι είσοδοι του χρήστη φαίνονται στο σχήμα 4.1 :



```
Welcome!!
This program generates random preferences and constrains!!

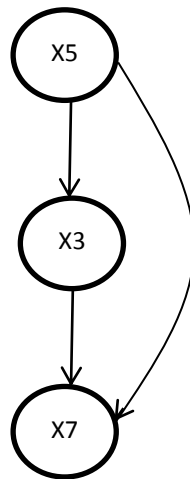
Please give the number of variables : 10
Please give the number of the variables for generate preferences : 3
Please insert the number of the constrains : 7
Please give how many variables you want for each constraint : 1

See the results for the Random Preferences in the 'preferences.txt' file and the results for random constrains in the 'constrains.txt' file.
```

Σχήμα 4.1 : Στιγμιότυπο οθόνης που παρουσιάζει παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος

Στο πιο πάνω πρόβλημα υπάρχουν συνολικά 10 μεταβλητές. Επιλέγουμε 3 μεταβλητές για τις προτιμήσεις. Δηλαδή ο χρήστης επιθυμεί να δημιουργήσει ένα δίκτυο προτίμησης με τις 3 αυτές μεταβλητές (από τις οποίες αποτελείται και το πρόβλημα προτίμησης που επιθυμεί να επιλύσει). Για την επίλυση του προβλήματος υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί, συγκεκριμένα 7 οι οποίοι αποτελούνται από 1 μεταβλητές ο κάθε

ένας. Το ολικά διατεταγμένο δίκτυο προτίμησης που δημιουργείται φαίνεται στο Σχήμα 4.2 .



Σχήμα 4.2 : Ολικά διατεταγμένο δίκτυο του παραδείγματος προς εκτέλεση που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.1

Η πρώτη έξοδος είναι οι περιορισμοί που δημιουργούνται και αποθηκεύονται στο αρχείο constraints.txt (όπως περιγράφηκε στη παράγραφο 4.2) όπως φαίνεται πιο κάτω.

$$+1*X3 \geq 1;$$

$$+1*X5 \geq 1;$$

$$+1*X9 \geq 1;$$

$$+1*X7 \geq 1;$$

$$+1*X10 \geq 1;$$

$$+1*X1 \geq 1;$$

$$+1*X2 \geq 1;$$

Η δεύτερη έξοδος είναι το δίκτυο προτιμήσεων που δημιουργείται και αποθηκεύεται στο αρχείο preferences.txt (όπως περιγράφηκε στο Υποκεφάλαιο 4.3) όπως φαίνεται πιο κάτω.

$$-X5 > +X5$$

$$-X5 : +X3 > -X3$$

$$+X5 : -X3 > +X3$$

$$-X5 * -X3 : +X7 > -X7$$

$$-X5 * +X3 : -X7 > +X7$$

$$+X5 * -X3 : -X7 > +X7$$

$$+X5 * +X3 : +X7 > -X7$$

Τα δύο πιο πάνω αρχεία θα χρησιμοποιηθούν για τη μετάφραση προτιμήσεων που ακολουθεί στο Κεφάλαιο 5.

Κεφάλαιο 5

Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς

5.1 Εισαγωγή	31
5.2 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς – Πρώτη Μέθοδος	33
5.2.1 Αλγόριθμος πρώτης μεθόδου	33
5.2.2 Περιγραφή λύσης πρώτης μεθόδου	37
5.3 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς – Δεύτερη Μέθοδος	42
5.3.1 Αλγόριθμος δεύτερης μεθόδου	42
5.3.2 Περιγραφή λύσης δεύτερης μεθόδου	44
5.4 Αποτελέσματα Υλοποίησης	45
5.4.1 Πρώτη μέθοδος	45
5.4.2 Δεύτερη Μέθοδος	47
5.5 Αποτελέσματα επιλυτή (Minisat+)	49

5.1 Εισαγωγή

Το κύριο μέρος της παρούσας διπλωματικής αποτελείται από τη μετάφραση των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς. Ο Minisat+ επιλυτής δέχεται μόνο περιορισμούς για να μπορέσει να δώσει λύση στο πρόβλημα. Δηλαδή δέχεται προτάσεις ψευδοδυαδικών περιορισμών. Η μετάφραση των προτιμήσεων είναι μια πρόκληση σε όσους ασχολούνται με τη ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών. Είναι μια αρκετά ενδιαφέρουσα αλλά και πολύπλοκη διαδικασία .

Για τη μετάφραση των προτιμήσεων χρησιμοποιήθηκαν οι εξής κανόνες

1. Συνεπαγωγή : $p \rightarrow q$. Αν ισχύει το p τότε ισχύει το q .
2. Απαλοιφή συνεπαγωγής : $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
3. De Morgan's Law : $\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

Για τη μετάφραση των προτιμήσεων υπάρχουν δύο μέθοδοι. Για τη μετάφραση χρησιμοποιούνται κάποιες καινούριες μεταβλητές οι οποίες αντιπροσωπεύουν την κάθε προτίμηση στην αντικειμενική συνάρτηση . Ανάλογα με τη βαρύτητα που θα τους δοθεί, καθορίζουμε την προτεραιότητά τους. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιεί μια καινούρια μεταβλητή για κάθε προτίμηση. Δηλαδή για κάθε προτίμηση όπως αυτές περιγράφηκαν στη παράγραφο 4.3 (για κάθε γραμμή του αρχείου) εισάγουμε μια καινούρια μεταβλητή. Ο συνολικός αριθμός μεταβλητών που εισάγονται στην πρώτη μέθοδο είναι 2^n όπου n είναι ο αριθμός των μεταβλητών. Παρατηρώντας όμως τα πειραματικά αποτελέσματα που περιγράφονται στη συνέχεια στο Κεφάλαιο 6, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η πολυπλοκότητα αυτής της μεθόδου είναι αρκετά μεγάλη καθώς και ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης.

Η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιεί μια καινούρια μεταβλητή (αυτή που θα δοθεί στην αντικειμενική συνάρτηση) για κάθε μεταβλητή προτίμησης. Κάθε προτίμηση, που αφορά μια συγκεκριμένη μεταβλητή προτίμησης, θα χρησιμοποιεί την καινούρια μεταβλητή με τον οποία σχετίζεται η μεταβλητή προτίμησης της. Ο συνολικός αριθμός καινούριων μεταβλητών που εισάγονται στη δεύτερη μέθοδο είναι ίσος με τον αριθμό των μεταβλητών στις οποίες έχουμε προτιμήσεις. Η μέθοδος αυτή όπως μπορεί να παρατηρηθεί και από την Πειραματική Ανάλυση είναι σαφώς καλύτερη (σε χρόνο και σε πολυπλοκότητα από την πρώτη μέθοδο) .

Οι καινούριες αυτές μεταβλητές θα δοθούν στην αντικειμενική συνάρτηση με κάποια βαρύτητα ούτως ώστε να ληφθούν υπόψη στην επίλυση του προβλήματος.

Στο δίκτυο προτίμησης η μεταβλητή που βρίσκεται στο τελευταίο φύλλο του γράφου, δηλαδή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες μεταβλητές , έχει τη μικρότερη βαρύτητα (ίση με 1). Όσο ανεβαίνουμε προς τα πάνω η βαρύτητα κάθε μεταβλητής είναι ίση με το άθροισμα όλων των προηγούμενων συν ένα. Η αρχική μεταβλητή έχει τη

μεγαλύτερη βαρύτητα αφού θέλουμε ο επιλυτής να ικανοποιήσει πρώτα αυτή τη μεταβλητή και μετά τις υπόλοιπες αφού όλες οι άλλες εξαρτώνται από αυτή.

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει ανάμεσα στην πρώτη ή τη δεύτερη μέθοδο τις οποίες θα περιγράψουμε εκτενέστερα στη συνέχεια.

Τα δίκτυα προτίμησης που υλοποιούνται στη παρούσα διπλωματική είναι τα ολικά διατεταγμένα δίκτυα προτιμήσεων όπως περιγράφηκαν στη παράγραφο 2.5. Έχουν την ιδιότητα ότι κάθε μεταβλητή στο γράφο εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες.

5.2 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς – Πρώτη Μέθοδος

5.2.1 Αλγόριθμος πρώτης μεθόδου

Αρχικά έχουμε σαν δεδομένο μια σειρά από προτιμήσεις όπως δημιουργήθηκαν με βάση τον αλγόριθμο της παραγράφου 4.3. Όσον αφορά την πρώτη μέθοδο, για κάθε προτίμηση εισάγουμε μια καινούρια μεταβλητή η οποία θα είναι αληθής όταν η προτίμηση είναι αληθής, αλλιώς αν η προτίμηση είναι ψευδής τότε θα γίνεται και η καινούρια μεταβλητή ψευδής. Δεδομένου ότι η μεταβλητή A είναι αληθής τότε η μεταβλητή B είναι αληθής μπορούμε να το μεταφράσουμε ως εξής : $A \rightarrow B$. Στη μετάφραση των προτιμήσεων θα επιλεγούν οι περιπτώσεις των οποίων οι μεταβλητές συνεπάγονται την καινούρια μεταβλητή. Και ακολούθως η καινούρια μεταβλητή θα πάρει την τιμή True (B). Δηλαδή με δεδομένη την προτίμηση $x1 \wedge y1 : z1 \succ \neg z1$, θα πάρουμε την πιο κάτω μετάφραση σε περιορισμό : $x1 \wedge y1 \wedge \neg z1 \rightarrow w1$. Γνωρίζουμε ότι ισχύει $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$. Τότε ο πιο πάνω περιορισμός ισούται με :

$$\neg (x1 \wedge y1 \wedge \neg z1) \vee w1 \geq 1 \equiv \neg x1 \vee \neg y1 \vee z1 \vee w1 \geq 1$$

$$\equiv 1 - x1 + 1 - y1 + z1 + w1 \geq 1$$

$$\equiv -x1 - y1 + z1 + w1 \geq -1$$

Η πιο πάνω ανίσωση είναι σε κανονικοποιημένη μορφή περιορισμού και μπορεί να δοθεί σαν είσοδος στο αρχείο του Minisat+ για να υπολογίσει τη λύση. Αυτό γίνεται για όλους τους περιορισμούς που έχουμε να μεταφράσουμε.

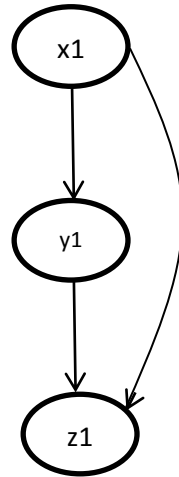
Η πιο πάνω διαδικασία για μετάφραση των προτιμήσεων φαίνεται στο πιο κάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 5.1 :

Έστω οι πιο κάτω προτιμήσεις :

1. $x1 \succ x1$
2. $x1 : y1 \succ y1$
3. $\neg x1 : \neg y1 \succ y1$
4. $x1 \wedge y1 : z1 \succ \neg z1$
5. $x1 \wedge \neg y1 : \neg z1 \succ z1$
6. $\neg x1 \wedge y1 : \neg z1 \succ z1$
7. $\neg x1 \wedge \neg y1 : z1 \succ \neg z1$

Το ολικά διατεταγμένο CP-net που δημιουργείται για το πιο πάνω παράδειγμα φαίνεται στο Σχήμα 5.1 :



Σχήμα 5.1 : Ολικά διατεταγμένο δίκτυο
συσχέτισης παραδείγματος 5.1

Ακολουθώς εισάγεται η καινούρια μεταβλητή όπως πιο κάτω :

1. $\neg x1 \rightarrow w1 \equiv x1 \vee w1$
2. $x1 \wedge \neg y1 \rightarrow w2 \equiv \neg x1 \vee y1 \vee w2$
3. $\neg x1 \wedge y1 \rightarrow w3 \equiv x1 \vee \neg y1 \vee w3$
4. $x1 \wedge y1 \wedge \neg z1 \rightarrow w4 \equiv \neg x1 \vee \neg y1 \vee z1 \vee w4$
5. $x1 \wedge \neg y1 \wedge z1 \rightarrow w5 \equiv \neg x1 \vee y1 \vee \neg z1 \vee w5$
6. $\neg x1 \wedge y1 \wedge z1 \rightarrow w6 \equiv x1 \vee \neg y1 \vee \neg z1 \vee w6$
7. $\neg x1 \wedge \neg y1 \wedge \neg z1 \rightarrow w7 \equiv x1 \vee y1 \vee z1 \vee w7$

Στη συνέχεια τα μεταφράζουμε σε ανισώσεις στην απαιτούμενη μορφή. Δηλαδή σε μορφή περιορισμών που δέχεται ο επιλυτής.

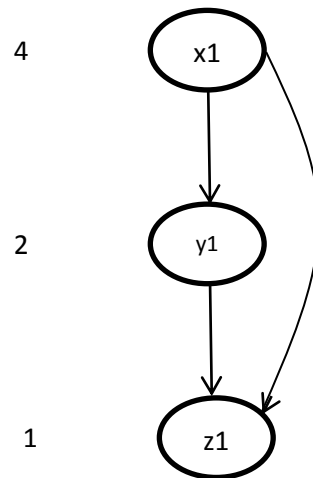
1. $+x_1 + w_1 \geq 1 \equiv +x_1 + w_1 \geq 1$
2. $1 - x_1 + y_1 + w_2 \geq 1 \equiv +x_1 + y_1 + w_2 \geq 0$
3. $+x_1 + 1 - y_1 + w_3 \geq 1 \equiv +x_1 - y_1 + w_3 \geq 0$
4. $1 - x_1 + 1 - y_1 + z_1 + w_4 \geq 1 \equiv -x_1 - y_1 + z_1 + w_4 \geq -1$
5. $1 - x_1 + y_1 + 1 - z_1 + w_5 \geq 1 \equiv -x_1 + y_1 - z_1 + w_5 \geq -1$
6. $+x_1 + 1 - y_1 + 1 - z_1 + w_6 \geq 1 \equiv +x_1 - y_1 - z_1 + w_6 \geq -1$
7. $+x_1 + y_1 + z_1 + w_7 \geq 1 \equiv +x_1 + y_1 + z_1 + w_7 \geq 1$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση. Για τους σκοπούς της παρούσας διπλωματικής η αντικειμενική συνάρτηση έχει επιλεγεί να είναι η ελάχιστη αντικειμενική συνάρτηση. Με την επιλογή αυτή δηλώνουμε στον επιλυτή ότι θα προσπαθήσει να δώσει τιμές στις μεταβλητές ούτως ώστε να ικανοποιεί το ελάχιστο που μπορεί. Δηλαδή με βάση τους περιορισμούς και τις προτιμήσεις ο επιλυτής θα προσπαθήσει να δώσει τιμές στις μεταβλητές με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η αντικειμενική συνάρτηση να παίρνει την ελάχιστη τιμή που γίνεται. Η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης έχει ως εξής :

$$\min: +4*w_1 + 2*w_2 + 2*w_3 + 1*w_4 + 1*w_5 + 1*w_6 + 1*w_7;$$

Παρατηρούμε ότι η μεταβλητή που αντιπροσωπεύει η w_1 έχει τη μεγαλύτερη βαρύτητα. Η w_1 αντιπροσωπεύει την x_1 η οποία βρίσκεται στην αρχή του δικτύου προτίμησης αφού δεν εξαρτάται από καμία άλλη μεταβλητή και όλες οι επόμενες εξαρτούνται από αυτή. Οι μεταβλητές w_2, w_3 αναφέρονται στη μεταβλητή y_1 , η οποία είναι σε πιο κάτω βάθος από την πρώτη και έχει μικρότερη βαρύτητα. Τέλος οι μεταβλητές w_4, w_5, w_6, w_7 αναφέρονται στη τελευταία μεταβλητή του γράφου τη z_1 και έχουν τη μικρότερη βαρύτητα.

Στο σχήμα 5.2 φαίνεται η βαρύτητα που θα δοθεί για τις μεταβλητές του παραδείγματος 5.1 .



Σχήμα 5.2 : Διατεταγμένο δίκτυο συσχέτισης . Στα αριστερά του σχήματος φαίνεται η βαρύτητα που δίνεται σε κάθε μεταβλητή.

Ο πιο πάνω αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε αριθμό μεταβλητών και για οποιοδήποτε μέγεθος ολικά διατεταγμένων δικτύων προτιμήσεων.

5.2.2 Περιγραφή λύσης πρώτης μεθόδου

Η υλοποίηση που ακολουθεί βασίζεται στον αλγόριθμο που περιγράφηκε πιο πάνω και αποτελεί το πιο βασικό κομμάτι της παρούσας διπλωματικής. Πρώτο βήμα στην υλοποίηση ήταν η επεξεργασία του αρχείου με τις προτιμήσεις το οποίο έχει την ακόλουθη μορφή :

+x1>-x1

+x1:+y1>-y1

$-x1:-y1>+y1$

$+x1*+y1:+z1>-z1$

$+x1*-y1:-z1>+z1$

$-x1*+y1:-z1>+z1$

$-x1*-y2:+z1>-z1$

Το σύμβολο «*» αντιπροσωπεύει το λογικό τελεστή AND, δηλαδή το « $\wedge$ ». Στο αρχείο γίνεται χρήση του συμβόλου « * » για να γίνει πιο εύκολη η επεξεργασία του σε επίπεδο υλοποίησης.

Γίνεται αποθήκευση κάθε γραμμής του αρχείου. Ακολούθως γίνεται η επεξεργασία των μεταβλητών για να δημιουργηθεί το αριστερά μέλος της ανίσωσης της τελικής μας μορφής, όπως περιγράψαμε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο την τελική μορφή.

Αρχικά διαλέγονται οι μεταβλητές που βρίσκονται πριν το σύμβολο « : ». Η παρουσία του συγκεκριμένου συμβόλου υποδηλώνει ότι η μεταβλητή που ακολουθεί εξαρτάται από κάποιες μεταβλητές οι οποίες βρίσκονται πριν από το συγκεκριμένο σύμβολο. Σύμφωνα με τον πιο πάνω αλγόριθμο κατά τη διάρκεια της μετατροπής των προτιμήσεων σε κανονικοποιημένης μορφής περιορισμούς οι μεταβλητές στα αριστερά του συμβόλου « : » δηλαδή οι μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται η μεταβλητή που ακολουθεί, στο τελικό στάδιο θα έχουν αντίθετο πρόσημο από ότι είχαν αρχικά. Δηλαδή αν το πρόσημο της μεταβλητής $x1$ είναι « + » στη τελική φάση της μετάφρασης θα είναι « - ». Ενώ η μεταβλητή $y1$ στη τελική φάση θα έχει τη τιμή « + » αφού αρχικά είχε αρνητική τιμή « - ». Έτσι για κάθε μεταβλητή επιλέγεται το αντίθετο πρόσημο της και το όνομα της και αποθηκεύονται.

Ακολούθως επεξεργαζόμαστε τη μεταβλητή μετά το σύμβολο « : ». Η μεταβλητή αυτή είναι η μεταβλητή της οποίας η τιμή θα αποφασιστεί με βάση τις τιμές των προηγούμενων μεταβλητών, εξαρτάται δηλαδή από τις προηγούμενες μεταβλητές . Η μεταβλητή αυτή δεν τυγχάνει οποιασδήποτε επεξεργασίας αφού με βάση τον αλγόριθμο παρατηρούμε ότι στο τέλος παραμένει με το αρχικό της πρόσημο.

Επόμενο βήμα είναι η προσθήκη της καινούριας μεταβλητής W. Η μεταβλητή αυτή έχει πάντα θετική τιμή, όπως αναφέρθηκε και στην περιγραφή του αλγορίθμου στο προηγούμενο υποκεφάλαιο.

Αν η προτίμηση που επεξεργαζόμαστε δεν εξαρτάται από άλλες μεταβλητές, δεν περιέχει δηλαδή το σύμβολο « : » ακολουθούμε άλλη διαδικασία. Παίρνουμε αυτούσια την μεταβλητή με το αρχικό της πρόσημο. Μια τέτοια μεταβλητή, δηλαδή μια ανεξάρτητη μεταβλητή στη μετάφραση σε περιορισμό δεν αλλάζει πρόσημο. Ακολούθως προσθέτουμε και την καινούργια μεταβλητή W, με θετικό πρόσημο.

Μέχρι το στάδιο αυτό υπάρχουν αποθηκευμένες οι μεταφράσεις κάθε προτίμησης σε περιορισμό μέχρι πριν την ανίσωση $\geq$, το αριστερό μέλος δηλαδή. Αν η προτίμηση που επεξεργαζόμαστε είναι η προτίμηση στη γραμμή 6 του αρχείου μας, δηλαδή $-x_1 + y_1 - z_1 > +z_1$ τότε μέχρι αυτό το σημείο έχουμε $: +x_1 - y_1 - z_1 + w_6$. Στη συνέχεια γίνεται επεξεργασία του κάθε περιορισμού (τις μεταφρασμένες προτιμήσεις) για να υπολογιστεί το δεξιά μέλος της ανίσωσης.

Για κάθε καινούριο περιορισμό, μετρώ πόσες μεταβλητές έχουν αρνητικό « - » πρόσημο. Για κάθε μεταβλητή της οποίας το πρόσημο είναι αρνητικό « - » δηλαδή $\neg x_1$ σημαίνει ότι στον περιορισμό μεταφράστηκε σε $1 - x_1$ για παράδειγμα. Δηλαδή, σε κάποια φάση κατά τη διαδικασία του αλγορίθμου μετάφρασης η τιμή της μεταβλητής ήταν αρνητική και όταν μια μεταβλητή είναι αρνητική ($\neg x_1$) τότε γίνεται $1 - x_1$. Έτσι για κάθε αρνητική μεταβλητή ξέρουμε ότι έχουμε ένα « 1 ». Ελέγχουμε όλες τις μεταβλητές και κρατούμε πόσα « 1 » έχουμε.

Για σκοπούς της παρούσας διπλωματικής εργασίας οι περιορισμοί έχουν την ακόλουθη μορφή :

$$+1 \cdot X_1 + 1 \cdot X_5 - 1 \cdot X_2 - 1 \cdot X_{17} + 1 \cdot X_{12} \geq 1$$

Τώρα είναι γνωστό ότι στο δεξί μέλος της ανίσωσης υπάρχει ο αριθμός 1, αφαιρούμε τον πιο πάνω αριθμό που υπολογίσαμε (δηλαδή πόσες τιμές είχαν αρνητική τιμή) και έτσι βρίσκουμε το δεξί μέλος της ανισότητας μας το οποίο και αποθηκεύουμε στον περιορισμό.

Ακολουθώς πρέπει να επεξεργαστούμε την αντικειμενική συνάρτηση. Δηλαδή πώς ακριβώς θα προσθέσουμε τις καινούριες μεταβλητές, οι οποίες αντιπροσωπεύουν την κάθε προτίμηση, στην αντικειμενική συνάρτηση για να μπορέσει ο Minisat να καταλάβει ποιες είναι οι προτιμήσεις στους περιορισμούς που του δίνουμε.

Όπως περιγράψαμε και στον αλγόριθμο η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από τις καινούριες μεταβλητές W με ένα τελεστή. Ο τελεστής αυτός εξαρτάται από το βάθος της μεταβλητής στο CP-net. Όσο πιο μεγάλο τόσο πιο μικρή βαρύτητα έχει η μεταβλητή. Δηλαδή η μεταβλητή που βρίσκεται στο φύλλο του γράφου έχει τη πιο μικρή βαρύτητα (1) και η αρχική μεταβλητή που βρίσκεται στην αρχή του γράφου την μεγαλύτερη (2^n , όπου n οι μεταβλητές που εξαρτώνται από αυτή). Μεγαλύτερη βαρύτητα θα δοθεί στις μεταβλητές οι οποίες δεν εξαρτούνται από άλλες μεταβλητές. Οι υπόλοιπες μεταβλητές, ανάλογα με τον αριθμό των μεταβλητών από τις οποίες εξαρτούνται θα παίρνουν ανάλογη βαρύτητα. Οι μεταβλητές που εξαρτούνται από το μεγαλύτερο αριθμό μεταβλητών θα παίρνουν τη χαμηλότερη βαρύτητα και είναι αυτές που βρίσκονται στα φύλλα του γράφου.

Για τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης κατέληξα στην πιο κάτω παρατήρηση: ο τελεστής κάθε καινούριας μεταβλητής είναι πολλαπλάσιος του 2, εκτός από τα φύλλα που παίρνουν τη τιμή 1. Αν από μια μεταβλητή εξαρτώνται n μεταβλητές τότε η βαρύτητα που θα δοθεί στις μεταβλητές W που σχετίζονται με αυτή τη μεταβλητή είναι 2^n .

Έτσι για κάθε μια από τις αρχικές μας προτιμήσεις μετρούμε πόσα σύμβολα « * » υπάρχουν. Αν σε μια προτίμηση υπάρχει 2 φορές το σύμβολο « * » αυτό σημαίνει ότι η συγκεκριμένη μεταβλητή εξαρτάται από 3 άλλες μεταβλητές και μια αυτή που μελετούμε 4. Αποθηκεύουμε τον αριθμό 4 σε ένα άλλο πίνακα στη συγκεκριμένη γραμμή – θέση που βρίσκεται η μεταβλητή. Αν η προτίμηση δεν έχει το σύμβολο « * » αυτό σημαίνει πως εξαρτάται μόνο από μια μεταβλητή. Αποθηκεύουμε τον αριθμό 2 σε τέτοια περίπτωση (η μεταβλητή που μελετούμε συν 1 αφού εξαρτάται μόνο από μια μεταβλητή). Ελέγχουμε ξεχωριστά την περίπτωση όπου μια μεταβλητή δεν εξαρτάται από καμία άλλη και τότε αποθηκεύουμε την τιμή 1 (αυτό υποδεικνύει ότι μόνο μια μεταβλητή έχω και δεν εξαρτάται από καμία άλλη).

Αφού υπολογιστούν τα πιο πάνω στη συνέχεια για το βάρος της κάθε μεταβλητής υπολογίζεται ότι θα είναι ίσο με το $2^{(\text{total} - c)}$ όπου total είναι ο συνολικός αριθμός μεταβλητών και c είναι ο αριθμός μεταβλητών που υπολογίσαμε πιο πάνω. Αποθηκεύεται η αντικειμενική συνάρτηση στην αρχή του αρχείου.

Οι περιορισμοί πρέπει να έχουν μια συγκεκριμένη μορφή όσον αφορά τον τρόπο αναπαράστασης τους στο αρχείο που θα δοθεί στον Minisat. Κάθε μεταβλητή αποτελείται από το πρόσημο της, ακολουθείται από το 1 και το σύμβολο *, δηλαδή +1*, και το όνομα της μεταβλητής. Οι μεταβλητές στο δεξιό μέλος της ανίσωσης έχουν την πιο πάνω μορφή. Ακολουθούνται από το σύμβολο « $\geq$ » και στο δεξιό μέλος της ανίσωσης βρίσκεται ο αριθμός τον οποίο υπολογίσαμε πιο πάνω. Για παράδειγμα, το τελικό αποτέλεσμα της γραμμής 6 στο πιο πάνω παράδειγμα είναι

$$+1*x1-1*y1-1*z1+1*w6 \geq -1$$

Στο αρχείο εξόδου το σύμβολο « * » υποδηλώνει πολλαπλασιασμό. Δεν έχει τη σημασία που δώσαμε για το συγκεκριμένο σύμβολο που βρίσκουμε στο αρχείο εισόδου, στο αρχείο με τις προτιμήσεις.

Τελευταίο βήμα είναι η ενοποίηση των μεταφρασμένων προτιμήσεων με τους τυχαίους περιορισμούς που δημιουργήσαμε σε προηγούμενο πρόγραμμα. Οι τυχαίοι περιορισμοί δημιουργήθηκαν με βάση τον αλγόριθμο που περιγράφεται στη παράγραφο 4.3.1. Αφού ακολουθήσουμε την πιο πάνω διαδικασία, να υπολογίσουμε την αντικειμενική συνάρτηση, να μεταφράσουμε τις προτιμήσεις και να τις αποθηκεύσουμε στο αρχείο, στη συνέχεια θα διαβάσουμε το αρχείο με τις προτιμήσεις που δίνεται σαν είσοδος στο πρόγραμμα. Θα το διαβάσουμε και θα αντιγράψουμε κάθε περιορισμό αρχίζοντας από το τέλος των προτιμήσεων και αντιγράφοντας στο ίδιο αρχείο με τις προτιμήσεις.

5.3 Μετάφραση δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς – Δεύτερη Μέθοδος

5.3.1 Αλγόριθμος δεύτερης μεθόδου

Όπως και στην πρώτη μέθοδο μετάφρασης έχουμε σαν δεδομένο μια σειρά από προτιμήσεις όπως δημιουργήθηκαν με βάση τον αλγόριθμο της παραγράφου 4.3. Όσον αφορά τη δεύτερη μέθοδο, εισάγουμε μια καινούρια μεταβλητή για κάθε μεταβλητή προτίμησης η οποία θα είναι αληθής όταν η προτίμηση είναι αληθής αλλιώς αν η προτίμηση είναι ψευδής τότε θα γίνεται και η καινούρια μεταβλητή ψευδής. Δεδομένου ότι η μεταβλητή A είναι αληθής τότε η μεταβλητή B είναι αληθής μπορούμε να το μεταφράσουμε ως εξής : $A \rightarrow B$. Στη μετάφραση των προτιμήσεων θα πάρουμε τις περιπτώσεις στις οποίες οι μεταβλητές συνεπάγονται την καινούρια μεταβλητή . Και ακολούθως η καινούρια μεταβλητή θα πάρει την τιμή True (B). Δηλαδή αν έχω την προτίμηση $x1 \wedge y1 : z1 \succ z1$ τότε θα πάρουμε την πιο κάτω μετάφραση σε περιορισμό : $x1 \wedge y1 \wedge z1 \rightarrow w1$. Τότε ο πιο πάνω περιορισμός ισούται με :

$$\neg (x1 \wedge y1 \wedge z1) \vee w1 \geq 1 \equiv \neg x1 \vee \neg y1 \vee z1 \vee w1 \geq 1$$

$$\equiv 1 - x1 + 1 - y1 + z1 + w1 \geq 1$$

$$\equiv -x1 - y1 + z1 + w1 \geq -1$$

Η πιο πάνω ανίσωση είναι σε κανονικοποιημένη μορφή περιορισμού και μπορεί να δοθεί σαν είσοδος στο αρχείο του Minisat+ για να υπολογίσει τη λύση. Αυτό γίνεται για όλους τους περιορισμούς που έχουμε να μεταφράσουμε.

Η πιο πάνω διαδικασία για μετάφραση των προτιμήσεων φαίνεται στο πιο κάτω παράδειγμα.

Έστω οι προτιμήσεις του παραδείγματος 5.1 . Το ολικά διατεταγμένο δίκτυο συσχέτισης που δημιουργείται είναι το ίδιο όπως και στο σχήμα 5.1 .

Ακολούθως οι καινούριες μεταβλητές εισάγονται όπως πιο κάτω :

1. $\neg x1 \rightarrow w1 \equiv x1 \vee w1$
2. $x1 \wedge \neg y1 \rightarrow w2 \equiv \neg x1 \vee y1 \vee w2$
3. $\neg x1 \wedge y1 \rightarrow w3 \equiv x1 \vee \neg y1 \vee w2$
4. $x1 \wedge y1 \wedge \neg z1 \rightarrow w4 \equiv \neg x1 \vee \neg y1 \vee z1 \vee w3$
5. $x1 \wedge \neg y1 \wedge z1 \rightarrow w5 \equiv \neg x1 \vee y1 \vee \neg z1 \vee w3$
6. $\neg x1 \wedge y1 \wedge z1 \rightarrow w6 \equiv x1 \vee \neg y1 \vee \neg z1 \vee w3$
7. $\neg x1 \wedge \neg y1 \wedge \neg z1 \rightarrow w7 \equiv x1 \vee y1 \vee z1 \vee w3$

Αυτή είναι και η βασική διαφορά της πρώτης μεθόδου από τη δεύτερη. Ότι δηλαδή για κάθε προτίμηση που αφορά την ίδια μεταβλητή χρησιμοποιείται μια καινούρια μεταβλητή.

Στη συνέχεια τα μεταφράζουμε σε ανισώσεις στη μορφή που πρέπει. Δηλαδή σε μορφή περιορισμών που δέχεται ο επιλυτής.

1. $+x1+w1 \geq 1 \equiv +x1+w1 \geq 1$
2. $1-x1+y1+w2 \geq 1 \equiv +x1+y1+w2 \geq 0$
3. $+x1+1-y1+w3 \geq 1 \equiv +x1-y1+w2 \geq 0$
4. $1-x1+1-y1+z1+w4 \geq 1 \equiv -x1-y1+z1+w3 \geq -1$
5. $1-x1+y1+1-z1+w5 \geq 1 \equiv -x1+y1-z1+w3 \geq -1$
6. $+x1+1-y1+1-z1+w6 \geq 1 \equiv +x1-y1-z1+w3 \geq -1$
7. $+x1+y1+z1+w7 \geq 1 \equiv +x1+y1+z1+w3 \geq 1$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση. Η αντικειμενική συνάρτηση, όπως και στη πρώτη μέθοδο είναι η ελάχιστη αντικειμενική συνάρτηση. Με την επιλογή αυτή δηλώνουμε στο επιλυτή ότι θα προσπαθήσει να δώσει τιμές στις μεταβλητές ούτως ώστε να βρεθεί τιμή δεδομένων των περιορισμών. Δηλαδή με βάση

τους περιορισμούς και τις προτιμήσεις ο επιλυτής θα προσπαθήσει να δώσει τιμές στις μεταβλητές με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η αντικειμενική συνάρτηση να παίρνει την ελάχιστη τιμή που γίνεται. Η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης έχει ως εξής :

$$\min: +4*w1 + 2*w2 + 1*w3;$$

Παρατηρούμε ότι η μεταβλητή που αντιπροσωπεύει η $w1$ έχει τη μεγαλύτερη βαρύτητα. Η $w1$ αντιπροσωπεύει την $x1$ η οποία βρίσκεται στην αρχή του δικτύου προτίμησης αφού δεν εξαρτάται από καμία άλλη μεταβλητή και όλες οι επόμενες εξαρτούνται από αυτή. Η μεταβλητή $w2$ αναφέρεται στη μεταβλητή $y1$, η οποία είναι σε πιο κάτω βάθος από την πρώτη και έχει μικρότερη βαρύτητα. Τέλος η μεταβλητή $w3$ αναφέρεται στη τελευταία μεταβλητή του γράφου τη $z1$ και έχει τη μικρότερη βαρύτητα. Η βαρύτητα που θα δοθεί στις μεταβλητές φαίνεται στο σχήμα 5.2 .

Ο πιο πάνω αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε αριθμό μεταβλητών και για οποιοδήποτε μέγεθος ολικά διατεταγμένου δικτύου προτίμησης.

5.3.2 Περιγραφή λύσης δεύτερης μεθόδου

Με βάση τον πιο πάνω αλγόριθμο προχώρησα στην υλοποίηση του, που είναι και το πιο βασικό κομμάτι της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Πρώτο βήμα στην υλοποίηση είναι η επεξεργασία του αρχείου με τις προτιμήσεις το οποίο έχει την ακόλουθη μορφή :

+x1>-x1

+x1:+y1>-y1

-x1:-y1>+y1

+x1*+y1:+z1>-z1

+x1*-y1:-z1>+z1

-x1*+y1:-z1>+z1

-x1*-y2:+z1>-z1

Το σύμβολο «*» αντιπροσωπεύει το λογικό τελεστή AND, δηλαδή το « $\wedge$ ». Στο αρχείο γίνεται χρήση του συμβόλου « $*$ » για να γίνει πιο εύκολη η επεξεργασία του σε επίπεδο υλοποίησης.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια με τη διαδικασία που περιγράφεται στη παράγραφο 5.2.2. Οι δύο μέθοδοι διαφέρουν ως προς τον αριθμό των καινούριων μεταβλητών που εισάγονται.

Αν επεξεργαζόμαστε την πρώτη μεταβλητή των προτιμήσεων τότε η πρώτη καινούρια μεταβλητή είναι η $W1$. Αλλιώς η μεταβλητή W αυξάνεται όταν υπολογιστούν όλες οι προτιμήσεις για τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Δηλαδή αν είναι η δεύτερη μεταβλητή, εξαρτάται από μια ακόμη μεταβλητή τότε έχω δύο περιορισμούς όσων αφορά τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Και οι δύο αυτοί περιορισμοί θα χρησιμοποιήσουν τη μεταβλητή $W2$.

Η υπόλοιπη διαδικασία που πρέπει να ακολουθηθεί είναι η ίδια με την διαδικασία που επίσης περιγράφεται στην παράγραφο 5.2.2 και για αυτό παραλείπεται.

5.4 Αποτελέσματα Υλοποίησης

5.4.1 Πρώτη μέθοδος

Το αποτέλεσμα που παίρνουμε από την πρώτη μέθοδο μετάφρασης (παράγραφος 5.2) είναι ένα αρχείο, το οποίο στην πρώτη του γραμμή έχει την ελάχιστη αντικειμενική συνάρτηση, στη συνέχεια ακολουθούν οι προτιμήσεις μεταφρασμένες σε περιορισμούς και στο τέλος παρουσιάζονται οι τυχαίοι περιορισμοί. Το αρχείο αυτό θα δοθεί σαν είσοδος στο Minisat+ επιλυτή, ο οποίος θα αναθέσει τιμές στις μεταβλητές με βάση τους περιορισμούς και τις προτιμήσεις ούτως ώστε να ελαχιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση και να δώσει λύση στο πρόβλημα που μελετούμε. Το πρόβλημα που αναλύεται στο συγκεκριμένο υποκεφάλαιο αναφέρεται στο πρόβλημα που δώσαμε στη παράγραφο 4.4. Η εκτέλεση του προγράμματος φαίνεται στο σχήμα 5.3

```

Welcome!!

This program translates preferences into Pseudo-Boolean constraints!
You can choose between '1' creating a totally ordered CP-net with a new variable
for each preference, or '2' creating a totally ordered CP-net with 2^n variables
:1

See the results in the 'Mini.txt' file. This file can be used as an input to the Minisat+ Solver.

```

Σχήμα 5.3 : Στιγμιότυπο οθόνης που παρουσιάζει παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος για μετάφραση του δικτύου προτιμήσεων χρησιμοποιώντας την πρώτη μέθοδο

Η έξοδος του προγράμματος είναι ένα αρχείο το οποίο έχει τη πιο κάτω μορφή με βάση το πρόβλημα που δώσαμε όπως περιγράφηκε στη παράγραφο 4.4 :

$$\text{min:} +4*w1 + 2*w2 + 2*w3 + 1*w4 + 1*w5 + 1*w6 + 1*w7;$$

$$-1*X5 + 1*w1 \geq 0;$$

$$+1*X5 + 1*X3 + 1*w2 \geq 1;$$

$$-1*X5 - 1*X3 + 1*w3 \geq -1;$$

$$+1*X5 + 1*X3 + 1*X7 + 1*w4 \geq 1;$$

$$+1*X5 - 1*X3 - 1*X7 + 1*w5 \geq -1;$$

$$-1*X5 + 1*X3 - 1*X7 + 1*w6 \geq -1;$$

$$-1*X5-1*X3+1*X7+1*w7>=-1;$$

$$+1*X3>=1;$$

$$+1*X5>=1;$$

$$+1*X9>=1;$$

$$+1*X7>=1;$$

$$+1*X10>=1;$$

$$+1*X1>=1;$$

$$+1*X2>=1;$$

5.4.2 Δεύτερη Μέθοδος

Το αποτέλεσμα που παράγεται από τη δεύτερη μέθοδο μετάφρασης (παράγραφος 5.3) είναι επίσης ένα αρχείο, το οποίο στην πρώτη του γραμμή έχει την ελάχιστη αντικειμενική συνάρτηση, στη συνέχεια ακολουθούν οι προτιμήσεις μεταφρασμένες σε περιορισμούς και στο τέλος είναι οι τυχαίοι περιορισμοί. Το αρχείο αυτό θα δοθεί σαν είσοδος στο Minisat+ επιλυτή, ο οποίος θα αναθέσει τιμές στις μεταβλητές με βάση τους περιορισμούς και τις προτιμήσεις ούτως ώστε να ελαχιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση και να δώσει λύση στο πρόβλημα που μελετούμε. Το στιγμιότυπο εκτέλεσης του προγράμματος φαίνεται σχήμα 5.4 :

```

Welcome!!

This program translates preferences into Pseudo-Boolean constraints!
You can choose between '1' creating a totally ordered CP-net with a new variable
for each preference, or '2' creating a totally ordered CP-net with 2^n variable
s :2

See the results in the 'Mini.txt' file. This file can be used as an input to the Minisat+ Solver.

```

Η έξοδος του προγράμματος είναι ένα αρχείο το οποίο έχει τη πιο κάτω μορφή με βάση το πρόβλημα

Σχήμα 5.4 : Στιγμιότυπο οθόνης που παρουσιάζει παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος για μετάφραση του δικτύου προτιμήσεων χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο.

```

min:+4*w1+2*w2+1*w3;

-1*X5+1*w1>=0;

+1*X5+1*X3+1*w2>=1;

-1*X5-1*X3+1*w2>=-1;

+1*X5+1*X3+1*X7+1*w3>=1;

+1*X5-1*X3-1*X7+1*w3>=-1;

-1*X5+1*X3-1*X7+1*w3>=-1;

-1*X5-1*X3+1*X7+1*w3>=-1;

+1*X3>=1;

+1*X5>=1;

+1*X9>=1;

+1*X7>=1;

```

+1*X10>=1;

+1*X1>=1;

+1*X2>=1;

5.5 Αποτελέσματα Επιλυτή (Minisat+)

Τα αποτελέσματα του Minisat+ χρησιμοποιώντας την πρώτη μέθοδο μετάφρασης δικτύων προτίμησης φαίνονται πιο κάτω.

Το πιο πάνω αρχείο (παράγραφος 5.4) θα δοθεί σαν είσοδος στο Minisat+. Με βάση αρχικά τους περιορισμούς και ακολούθως τις προτιμήσεις θα μας δώσει τιμές στις μεταβλητές οι οποίες ικανοποιούν τους περιορισμούς και όσες περισσότερες προτιμήσεις. Για το παράδειγμα που περιγράφεται στην παράγραφο 4.4 η έξοδος του Minisat με βάση τη πρώτη μέθοδο φαίνεται στο Σχήμα 5.5 :

```
c Parsing PB file...
c Converting 7 PB-constraints to clauses...
c -- Unit propagations: pp
c -- Detecting intervals from adjacent constraints: (none)
c -- Clauses(./Splits(s): (none)
c =====[MINISAT+]=====
c | Conflicts | Original | Learnt | Progress |
c |          | Clauses | Literals | Max Clauses | Literals | LPC |
c |=====|=====|=====|=====|=====|
c |          0 |          0 |          0 |          0 |          0 |          0 | nan | 0.000 % |
c |=====|=====|=====|=====|=====|
c Found solution: 6
c Optimal solution: 6
s OPTIMUM FOUND
v w1 -w2 w3 -w4 -w5 -w6 -w7 X5 X3 X7 X9 X10 X1 X2
c
c
c restarts          : 1
c conflicts          : 0          (0 /sec)
c decisions          : 6          (3002 /sec)
c propagations       : 0          (0 /sec)
c inspects           : 0          (0 /sec)
c CPU time           : 0.001999 s
c
```

Σχήμα 5.5 : Στιγμιότυπο οθόνης που παρουσιάζει παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος για μετάφραση του δικτύου προτιμήσεων (Σχήμα 4.2) χρησιμοποιώντας τη πρώτη μέθοδο.

Η έξοδος του Minisat με το ίδιο παράδειγμα αλλά βάση της δεύτερης μεθόδου είναι :

```

c Parsing PB file...
c Converting 7 PB-constraints to clauses...
c -- Unit propagations: pp
c -- Detecting intervals from adjacent constraints: (none)
c -- Clauses(.) / Splits(s): (none)
c =====[MINISAT+]=====
c | Conflicts | Original          | Learnt              | Progress |
c |          | Clauses Literals | Max Clauses Literals | LPC      |
c =====
c |          0 |          0          0 |          0          0          0 | nan | 0.000 % |
c =====
c Found solution: 6
c Optimal solution: 6
s OPTIMUM FOUND
v w1 w2 -w3 X5 X3 X7 X9 X10 X1 X2
c
c
c restarts          : 1
c conflicts          : 0          (0 /sec)
c decisions          : 2          (2002 /sec)
c propagations       : 0          (0 /sec)
c inspects           : 0          (0 /sec)
c CPU time           : 0.000999 s
c

```

Σχήμα 5.5 : Στιγμιότυπο οθόνης που παρουσιάζει παράδειγμα εκτέλεσης του προγράμματος για μετάφραση του δικτύου προτιμήσεων (Σχήμα 4.2) χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο.

Όπως βλέπουμε και από το Σχήμα 5.5 και το Σχήμα 5.6 ο Minisat+ χρειάστηκε μόλις 0.000999 δευτερόλεπτα για να λύσει το πρόβλημα τόσο χρησιμοποιώντας τη πρώτη μέθοδο αλλά και για τη δεύτερη μέθοδο. Πήρε 6 αποφάσεις για να αναθέσει τιμές στις μεταβλητές χρησιμοποιώντας την πρώτη μέθοδο και 2 αποφάσεις χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο .

Παρατηρούμε ότι η ανάθεση στις 3 μεταβλητές των προτιμήσεων και στις υπόλοιπες των περιορισμών 5 μεταβλητές του παραδείγματος (X5 , X3 , X7 , X1 και X4) είναι σωστή αφού με βάση τους περιορισμούς που δώσαμε αλλά και τις προτιμήσεις έδωσε το βέλτιστο αποτέλεσμα. Το πιο πάνω παράδειγμα είναι μια ακραία περίπτωση στην οποία οι περιορισμοί περιέχουν όλες τις μεταβλητές των προτιμήσεων και κάθε

περιορισμός αποτελείται από μόνο μια μεταβλητή. Αναγκαστικά ο επιλυτής θα ικανοποιήσει τους περιορισμούς (όπως και γίνεται) και ακολούθως θα ελέγξει ποιες προτιμήσεις μπορεί να ικανοποιήσει σύμφωνα με τις αναθέσεις που έκανε βάση των περιορισμών. Όπως φαίνεται και από τα στιγμιότυπα πιο πάνω ο επιλυτής αναθέτει τις κατάλληλες τιμές τόσο στις μεταβλητές του προβλήματος, όσο και στις καινούριες μεταβλητές που εισάγονται για τις προτιμήσεις. Για την ανάθεση των μεταβλητών ο επιλυτής έλαβε υπόψη του την αντικειμενική συνάρτηση η οποία προϋποθέτει ότι η λύση που ζητούμε είναι η ελάχιστη. Δηλαδή το αποτέλεσμα της αντικειμενικής συνάρτησης να είναι το μικρότερο δυνατό.

Δεδομένου ότι οι περιορισμοί μας απαιτούν ότι οι μεταβλητές X5, X3 και X7 να είναι θετικές, ο επιλυτής δεν έχει άλλη λύση παρά να αναθέσει σε κάθε μια από αυτές τις μεταβλητές την τιμή 1, δηλαδή TRUE. Βλέποντας στη συνέχεια τις προτιμήσεις βλέπουμε ότι δεν μπορεί να ικανοποιήσει καμία, δεδομένου ότι αν κοιτάξουμε την X5, προτιμούσαμε να ήταν αρνητική, αλλά επειδή ο περιορισμός δεν το επέτρεπε δεν ικανοποιήθηκε, έτσι της ανατέθηκε η τιμή TRUE. Στη συνέχεια παρατηρούμε ότι για τη μεταβλητή X3 επιθυμούμε να πάρει την τιμή FALSE εάν η τιμή του X5 είναι TRUE. Ούτε αυτό μπορεί να ικανοποιηθεί δεδομένου του περιορισμού που επιβάλλει ότι η X3 έχει θετική τιμή. Καταλήγοντας σε X5 θετικό και X3 θετικό, δεδομένου αυτών των δύο η τιμή της X7 επιθυμούμε να είναι θετική και αυτό είναι το μόνο που ικανοποιείται, αφού και ο περιορισμός επιβάλλει την τιμή TRUE στην μεταβλητή X7.

Έτσι έχουμε τις πιο κάτω αναθέσεις :

$$X5 = 1$$

$$X3 = 1$$

$$X7 = 1$$

Οι μεταβλητές X9, X10, X1, X2 επίσης παίρνουν την τιμή TRUE. Αλλά οι συγκεκριμένες μεταβλητές δεν εμφανίζονται στο δίκτυο προτίμησης.

Οι καινούριες μεταβλητές W επίσης παίρνουν τις κατάλληλες τιμές ούτως ώστε με βάση τις τιμές των μεταβλητών να τους ανατίθεται τιμή για να ισχύει η ανίσωση αλλά και επίσης η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να είναι η ελάχιστη δυνατή.

Κεφάλαιο 6

Πειραματική ανάλυση

6.1 Εισαγωγή	53
6.2 Αποτελέσματα	53

6.1 Εισαγωγή

Ένας από τους στόχους της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η σύγκριση του χρόνου που χρειάζεται ο Minisat+ να επιλύσει ένα πρόβλημα, να αναθέσει δηλαδή τιμές σε πρόβλημα προτιμήσεων. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα του χρόνου για διάφορα δεδομένα. Δεδομένων των προγραμμάτων που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 4 και στο Κεφάλαιο 5, χρησιμοποιούνται για την δημιουργία διάφορων προβλημάτων προτιμήσεων. Χρησιμοποιώντας κάθε φορά το αρχείο που δημιουργείται, δίνεται σαν είσοδος στο Minisat+ . Τέλος γίνεται σύγκριση των χρόνων εκτέλεσης του Minisat+ για τις δύο μεθόδους που υλοποιήθηκαν για μετάφραση των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς.

6.2 Αποτελέσματα

Στους πιο κάτω πίνακες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε σχέση με το χρόνο και τις αποφάσεις που πήρε ο επιλυτής για την επίλυση των προβλημάτων. Σε κάθε γραμμή του πίνακα παρουσιάζεται ο χρόνος που χρειάστηκε ο επιλυτής να δώσει λύση στο πρόβλημα αλλά και επίσης και ο συνολικός αριθμός αποφάσεων που πήρε. Οι μεταβλητές που αλλάζουν σε κάθε παράδειγμα είναι

- Συνολικός αριθμός μεταβλητών

- Αριθμός μεταβλητών CP-net
- Αριθμός περιορισμών
- Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό

Συγκρίνουμε το κάθε δίκτυο προτίμησης που δημιουργούμε σύμφωνα με το χρόνο που χρειάζεται για να υπολογιστεί η λύση και επίσης από τον αριθμό των αποφάσεων που πάρθηκαν.

Πιο κάτω παρουσιάζονται οι χρόνοι εκτέλεσης για διάφορα προβλήματα προτιμήσεων χρησιμοποιώντας τη πρώτη μέθοδο μετάφρασης δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς (παράγραφος 5.3)

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
10	3	4	2	0.000999	19
10	3	4	3	0.000999	28
10	3	10	2	0.000999	12
10	5	2	2	0.000999	120
10	5	5	2	0.001999	383
10	5	8	3	0.001999	419
10	10	5	2	0.805877	135420
10	10	5	3	0.395939	43801
10	10	10	2	0.739887	82565

Πίνακας 6.1 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
20	2	2	2	0.000999	7
20	5	4	3	0.001999	298
20	5	4	4	0.000999	134
20	10	4	2	0.383941	53549
20	10	10	3	0.815875	145325
20	10	13	4	0.98285	158935

Πίνακας 6.2 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
20	13	3	2	17.2644	2882334
20	13	5	3	30.2544	644863
20	13	15	3	30.8153	4144628
20	13	25	3	44.8022	8014040
20	14	3	2	438.956	35114551
20	14	10	3	351.132	25778655
20	14	15	3	109.221	11352781
20	14	25	3	188.614	26708224
20	15	3	2	1027.225	98693131
20	15	10	3	405.077	28599646
20	15	15	3	645.589	47628592
20	15	25	3	536.36	48656701

Πίνακας 6.3 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Οι ακόλουθοι πίνακες δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο μετάφρασης δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς (Κεφάλαιο 5.2)

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
10	3	4	2	0.000999	12
10	3	4	3	0.000999	16
10	3	10	2	0.000999	10
10	5	2	2	0.001999	11
10	5	8	3	0.000999	12
10	10	5	2	0.011998	37
10	10	10	2	0.008998	27

Πίνακας 6.4 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
20	2	2	2	0.001999	6
20	5	4	3	0.000999	15
20	5	4	4	0.000999	33
20	10	4	2	0.005999	40
20	10	10	3	0.008998	42
20	10	13	4	0.011998	102

Πίνακας 6.5 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
20	13	3	2	0.13098	64
20	13	15	3	0.123981	110
20	13	25	3	0.112982	95
20	14	3	2	0.340948	175
20	14	15	3	0.343947	102
20	14	25	3	0.346947	137
20	15	3	2	0.908861	78
20	15	15	3	1.07984	100
20	15	25	3	0.925859	117
20	16	1	2	3.3135	35
20	16	10	4	3.09453	169
20	16	16	2	3.20351	177

Πίνακας 6.6 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
20	18	3	2	69.2285	91
20	18	5	3	65.95	219
20	18	15	3	68.3336	197
20	18	25	3	67.8517	138
20	20	3	2	2343.83	155
20	20	5	3	1797.1	93
20	20	10	4	1641.51	655

Πίνακας 6.7 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Συνολικός Αριθμός Μεταβλητών	Αριθμός Μεταβλητών CP-nets	Αριθμός Περιορισμών	Αριθμός μεταβλητών σε κάθε περιορισμό	Συνολικός Χρόνος (sec)	Αποφάσεις που πάρθηκαν
40	20	3	2	1793.15	66
60	20	3	2	1797.01	54
100	20	3	2	2304.19	66

Πίνακας 6.8 : Παραδείγματα δικτύων προτίμησης και
χρόνοι εκτέλεσης

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα

7.1 Συμπεράσματα πειραματικής ανάλυσης	61
7.2 Μελλοντικές επεκτάσεις	64

7.1 Συμπεράσματα πειραματικής ανάλυσης

Μέσα από την όλη ανάλυση και έρευνα των προβλημάτων προτιμήσεων και από την πειραματική ανάλυση όπως αυτή φαίνεται στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα στα οποία οδηγούμαστε από την μετάφραση των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς αλλά και από την χρήση του εργαλείου Minisat+ για την επίλυση των προβλημάτων αυτών. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται μέσα από τους Πίνακες 6.1 μέχρι 6.8. Αρχικά αξίζει να σημειωθεί ότι η αυτοματοποιημένη διαδικασία λήψης αποφάσεων είναι μια αρκετά χρήσιμη διαδικασία σε πάρα πολλά προβλήματα αποφάσεων στη καθημερινότητα μας. Η ανάλυση προβλημάτων μέσω δικτύων προτίμησης είναι ένα μέσο αναπαράστασης των προβλημάτων. Υπάρχουν αρκετοί επιλυτές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αυτοματοποιημένη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Αρχικά όσον αφορά την υλοποίηση που παρουσιάζεται στη παρούσα διπλωματική, μέσα από τα διάφορα παραδείγματα που χρειάστηκε να δημιουργηθούν για την πειραματική ανάλυση, μπορούμε με σιγουριά να καταλήξουμε στο ότι για ένα σχετικά μεγάλο αριθμό μεταβλητών όσον αφορά τα δίκτυα προτίμησης χρειάζεται λίγος χρόνος ούτως ώστε να δημιουργηθεί το δίκτυο προτίμησης. Για είσοδο του χρήστη η το πρόγραμμα δημιουργεί 2ⁿ συνδυασμούς αφού γίνεται χρήση των ολικά συσχετιζόμενων δικτύων προτίμησης όπως έχουμε ήδη περιγράψει. Όταν η είσοδος του χρήστη για το

δίκτυο προτίμησης είναι μεγαλύτερη από 20 χρειάζεται ένα διάστημα χρόνου για τη δημιουργία του αφού χρειάζεται να υπολογιστούν και να αποθηκευτούν σε αρχείο, 2^n περιπτώσεις. Αν για παράδειγμα η είσοδος του χρήστη είναι 20 τότε πρέπει να υπολογιστούν 1 048 576 περιπτώσεις. Ο χρόνος των προγραμμάτων που περιγράφηκαν στα Κεφάλαια 4 και 5 είναι σχετικά ανεκτός.

Όσον αφορά τις δύο μεθόδους μετάφρασης των δικτύων προτίμησης σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς καταλήγουμε υπέρ της δεύτερης μεθόδου, αφού ο χρόνος που χρειάζεται ο επιλυτής για τον υπολογισμό της λύσης είναι κατά πολύ μικρότερος από το χρόνο που χρειάζεται αν χρησιμοποιηθεί η πρώτη μέθοδος.

Ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης όσον αφορά τη πρώτη μέθοδο (Πίνακε 6.1 μέχρι 6.3) είναι μέσος όρος περίπου 500 φορές πιο μεγάλος από το χρόνο που χρειάζεται η δεύτερη μέθοδος. Για ένα δίκτυο προτιμήσεων μεγαλύτερο από 15 μεταβλητές ο χρόνος που χρειάζεται η πρώτη μέθοδος δεν είναι ανεκτός. Ξεπερνά τις 3 ώρες. Ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης με βάση τη δεύτερη μέθοδο για ένα δίκτυο προτιμήσεων μεγαλύτερο από 15 μεταβλητές είναι σχετικά πολύ μικρός (περίπου 30 λεπτά), συγκριτικά με τη πρώτη μέθοδο. Για δίκτυα προτιμήσεων με 2 μέχρι 14 μεταβλητές, ο χρόνος που χρειάζεται με βάση τη δεύτερη μέθοδο είναι αμελητέος . Χρειάζεται μόνο μερικά κλάσματα του δευτερολέπτου. Σε αντίθεση ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης χρησιμοποιώντας τη πρώτη μέθοδο , είναι εκθετικά μεγαλύτερος.

Για δίκτυα με προτιμήσεις περισσότερες από 16 και χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης είναι σχετικά ανεκτός, 30 λεπτά μέσο όρο. Για δίκτυα με περισσότερες από 21 μεταβλητές ο χρόνος που χρειάζεται δεν είναι και τόσο ανεκτός. Μπορεί να καταλήξουμε στο ότι η δεύτερη μέθοδος είναι καλύτερη σε χρόνο από τη πρώτη αλλά δεν παύουν να δημιουργούνται 2^n περιπτώσεις κάτι που αυξάνει την πολυπλοκότητα όσο μεγαλώνει το n (n :αριθμός προτιμήσεων που απαρτίζουν το δίκτυο).

Όσων αφορά τη δεύτερη μέθοδο και βλέποντας το Πίνακα 6.8 παρατηρείται ότι αν το δίκτυο που δημιουργούμε τυχαία επιλέγεται μέσα από περισσότερες μεταβλητές,

δηλαδή επιλέγονται 20 μεταβλητές προτίμησης μέσα από 40, 60 ή 100 συνολικές μεταβλητές, ο χρόνος που χρειάζεται για τον υπολογισμό της λύσης είναι σχετικά μικρότερος από το χρόνο που χρειάστηκε αν οι συνολικές μεταβλητές ήταν 20. Επίσης οι αποφάσεις που πάρθηκαν όταν ο συνολικός αριθμός μεταβλητών ήταν 40, 60 ή 100 ήταν λιγότερες από τις μισές αποφάσεις που πάρθηκαν όταν ο αριθμός των συνολικών μεταβλητών ήταν 20.

Τα συμπεράσματα που ακολουθούν αφορούν και τις δύο μεθόδους.

Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του δικτύου προτίμησης, ο χρόνος που χρειάζεται ο επιλυτής για να υπολογίσει τη λύση μεγαλώνει εκθετικά. Όσο πιο μικρός είναι ο αριθμός των περιορισμών που θέτει ο χρήστης στο πρόβλημα τόσο πιο μεγάλος είναι ο χρόνος που χρειάζεται. Όταν ο αριθμός των περιορισμών είναι μικρός τότε χρειάζεται να πάρει περισσότερες αποφάσεις όσον αφορά το δίκτυο προτίμησης με βάση τους περιορισμούς. Και έτσι αυξάνεται ο χρόνος υπολογισμού της λύσης.

Επίσης όσο πιο μικρός είναι ο αριθμός των μεταβλητών που απαρτίζουν κάθε περιορισμό και πάλι αυξάνεται ο χρόνος υπολογισμού της λύσης. Όσο περισσότερες μεταβλητές δώσουμε σε ένα περιορισμό τόσο περισσότερες επιλογές υπάρχουν για να ικανοποιηθεί ο περιορισμός αυτός και έτσι μειώνεται ο χρόνος που χρειάζεται.

Καταλήγοντας θέλω να σημειώσω ότι ο επιλυτής μπορεί να δώσει λύσεις σε οποιοδήποτε πρόβλημα προτιμήσεων με βάση τη ψευδοδυαδική ικανοποίηση περιορισμών. Σε όσες λιγότερες μεταβλητές όμως χρειάζεται να αναθέσει τιμή τόσο πιο λίγος είναι ο χρόνος που χρειάζεται. Όσο αυξάνεται η πολυπλοκότητα του δικτύου προτίμησης, δηλαδή οι μεταβλητές που αποτελούν το δίκτυο προτίμησης, αυξάνεται και ο χρόνος για τον υπολογισμό της λύσης του.

7.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Ο αρχικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής επιτεύχθηκε. Μέσω του αλγόριθμου και της υλοποίησης που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4 μπορέσαμε να μεταφράσουμε τα προβλήματα προτιμήσεων σε ψευδοδυαδικούς περιορισμούς χρησιμοποιώντας δύο μεθόδους, και με τη βοήθεια του Minisat+ επιλυτή να δώσουμε λύσουμε το πρόβλημα με βάση περιορισμούς. Τα δίκτυα προτίμησης που χρησιμοποιήθηκαν για μετάφραση είναι ολικά διατεταγμένα (totally ordered) δηλαδή κάθε μεταβλητή εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες.

Το συγκεκριμένο πρόγραμμα θα μπορούσε να επεκταθεί αν χρησιμοποιούσαμε δίκτυα προτιμήσεων CP-nets τα οποία δεν μας περιορίζουν από πόσες μεταβλητές εξαρτάται κάποια μεταβλητή. Δηλαδή αν το αναπαραστήσουμε με ένα γράφο, κάθε κόμβος οποιουδήποτε επιπέδου μπορεί να έχει πατέρα του οποιοδήποτε κόμβο από προηγούμενα επίπεδο. Μπορεί να εξαρτάται από οποιοδήποτε αριθμό μεταβλητών. Επίσης η αντικειμενική συνάρτηση θα μπορούσε να είναι η μέγιστη αντικειμενική συνάρτηση. Δηλαδή θα επιδιώκαμε να ικανοποιήσουμε το μέγιστο της αντικειμενικής συνάρτησης έναντι του ελαχίστου που υλοποιείται στη διπλωματική.

Για τον υπολογισμό της λύσης ενός δικτύου προτίμησης θα μπορούσε να γίνει χρήση κάποιου άλλου επιλυτή που ίσως μπορεί να δώσει λύση σε καλύτερο χρόνο.

Επίσης η υλοποίηση θα μπορούσε να επεκταθεί στην ίδια γλώσσα προγραμματισμού (C++) καθώς και σε οποιαδήποτε άλλη γλώσσα προγραμματισμού.

Βιβλιογραφία

- [1] Craig Boutilier, Ronen I. Brafman, Carmel Domshlak, Holger H. Hoos, David Poole: CP-nets: A Tool for Representing and Reasoning with Conditional Ceteris Paribus Preference Statements. J. Artif. Intell. Res. (JAIR) 21: 135-191 (2004)
- [2] Niklas Eén, Niklas Sörensson: Translating Pseudo-Boolean Constraints into SAT. JSAT 2(1-4): 1-26 (2006)
- [3] Olivier Roussel, Vasco M. Manquinho: Pseudo-Boolean and Cardinality Constraints. Handbook of Satisfiability 2009: 695-733
- [4] Prestwich, Steve and Rossi, Francesca and Venable, Kristien Brent and Walsh,Toby “Constrained CP-nets”.
- [5] Donald Chai, Andreas Kuehlmann: A fast pseudo-boolean constraint solver. DAC 2003: 830-835
- [6] José Santos, Vasco M. Manquinho: Learning Techniques for Pseudo-Boolean Solving. LPAR Workshops 2008
- [7] Olivier Bailleux, Yacine Boufkhad, Olivier Roussel: A Translation of Pseudo Boolean Constraints to SAT. JSAT 2(1-4): 191-200 (2006)
- [8] Prestwich, Steven “Randomised Backtracking for Linear Pseudo-Boolean Constraint Problems” 2002.
- [9] Carsten Sinz: Towards an Optimal CNF Encoding of Boolean Cardinality Constraints. CP 2005: 827-831
- [10] "Objective Function." International Encyclopedia of the Social Sciences. 2008. Encyclopedia.com. 22 May. 2011 <<http://www.encyclopedia.com>>.
- [11] “Generalizing Boolean Satisfiability I” Drakos,Nikos and Moore, Ross 2004 <www.cs.cmu.edu>.

[12] David A.Wheeler “MiniSAT User Guide: How to use the MiniSAT SAT Solver” 2008.