

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ
ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ J-DSPEDITOR**



Δημήτρης Μακρίδης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάιος 2011

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ



Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος
με τη Χρήση του Εργαλείου J-DSPEditor

Δημήτρης Μακρίδης

Επιβλέπων Καθηγητής
Δρ Κωνσταντίνος Παττίχης

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των
απαιτήσεων απόκτησης πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του
Πανεπιστημίου Κύπρου.

Μάιος 2011

Ευχαριστίες

Με το τέλος της Διπλωματικής μου εργασίας, επιθυμώ να ευχαριστήσω ολόψυχα τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Δρ. Κωνσταντίνο Παττίχη, για την ευκαιρία που μου έδωσε για αυτή την συνεργασία, που στόχο είχε την πολύ ενδιαφέρουσα μελέτη του εργαλείου J-DSP και γενικά τα θέματα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος. Με τον ενθουσιασμό, την υπομονή, την καλοσύνη και την σωστή καθοδήγηση που τον διακρίνει, με στήριξε σημαντικά ώστε να στεφθεί με επιτυχία διπλωματική μου εργασία.

Επίσης θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς τον Δρ. Ανδρέα Σπανιά, καθηγητή του Πανεπιστημίου της Αριζόνας, ο οποίος μας πρόσφερε σημαντικές πληροφορίες για το εργαλείο J-DSP, μέσα από ένα επικοινωνιακό και ενδιαφέρον συνέδριο, αφού είναι και ο δημιουργός του εργαλείου αυτού.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους γονείς μου που με την δική τους πολύτιμη στήριξη και αγάπη, κατάφερα να ξεπεράσω διάφορα προβλήματα τα οποία συναντούσα κατά την διάρκεια της φοίτησης μου. Με τις πολύτιμες βοήθειες και την συμπαράσταση τους, μου έδωσαν αναγκαία εφόδια για την ολοκλήρωση της φοίτησης μου στο Πανεπιστήμιο Κύπρου.

Περίληψη

Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος ασχολείται με την αναπαράσταση και επεξεργασία διακριτών σημάτων. Στη σύγχρονη εποχή αποτελεί έναν από τους πιο σημαντικούς τομείς της τεχνολογίας και διαδραματίζει πρωταγωνιστικό ρόλο στις τεχνολογικές εφαρμογές. Αν παρατηρήσουμε ότι κάθε τεχνολογική αναπαράσταση κάποιων καταστάσεων αποτελεί μια ακολουθία σήματος, τότε αντιλαμβανόμαστε πόσο σημαντικό ρόλο διαδραματίζει σε πολλούς τομείς, όπως οι τηλεπικοινωνίες, η ηλεκτρονική ψυχαγωγία, η ιατρική, οι στρατιωτικές εφαρμογές και άλλα.

Στα πλαίσια της διπλωματικής μου εργασίας, έχω μελετήσει σε βάθος βασικούς τομείς της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος με επίκεντρο μελέτης το λογισμικό `JavaDigitalSignalProcessing(J-DSP)`. Έχω εκπονήσει πολλαπλές εφαρμογές και προσομοιώσεις ψηφιακής επεξεργασίας σήματος μέσα από το εν λόγω λογισμικό, παρατηρώντας και εξάγοντας συμπεράσματα για τους αποτελούμενους τομείς της διπλωματικής αυτής εργασίας. Η μελέτη, η ανάλυση και οι προσομοιώσεις της διπλωματικής μου, μπορούν σαφώς να αποτελέσουν γερά θεμέλια για υλοποίηση εφαρμογών σε βασικούς τομείς οι οποίοι βασίζονται σε ψηφιακή επεξεργασία σημάτων.

Τα βασικά θέματα σε γενικές γραμμές που αναλύθηκαν στην διπλωματική μου εργασία είναι:

- ο Ψηφιακή επεξεργασία σήματος και ψηφιακές συσκευές
- ο Ανασκόπηση συνεχόμενων (continuous-time) και διακριτών (discrete-time) σημάτων και συστημάτων
- ο Σχεδίαση φίλτρων πεπερασμένης και άπειρης κρουστικής απόκρισης FIR και IIR
- ο Πολυρυθμική (Multirate) επεξεργασία σήματος
- ο Διακριτός και ταχύς μετασχηματισμός Fourier DFT και FFT
- ο Αλγόριθμος κωδικοποίησης MPEG-1 Layer III (MP3)

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Εισαγωγή στη Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος	1
1.1.1	Βασικά Μέρη MP3 Player και Κινητού Τηλεφώνου	5
1.2	Εισαγωγή στο Εργαλείο J-DSP	10
Κεφάλαιο 2	Ανασκόπηση Συνεχόμενων και Διακριτών Σημάτων και Συστημάτων.....	14
2.1	Σήματα Συνεχούς Χρόνου	14
2.2	Σήματα και Συστήματα Διακριτού Χρόνου	16
2.2.1	Φιλτράρισμα Διακριτών Σημάτων	16
2.2.2	Μετασχηματισμός Διακριτών Σημάτων	29
2.2.3	Επεξεργασία Διακριτών Σημάτων σε Ηλεκτρονικές Συσκευές	35
2.2.4	Συμπεριφορά Ψηφιακών Φίλτρων	42
Κεφάλαιο 3	Σχεδίαση Φίλτρων.....	56
3.1	Φίλτρα Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης(FIR)	56
3.1.1	Εισαγωγή στα FIR Φίλτρα	56
3.1.2	Μέθοδοι Σχεδίασης FIR Φίλτρων	61
3.2	Φίλτρα Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης(IIR)	76
3.2.1	Εισαγωγή στα IIR Φίλτρα	76
3.2.2	Μέθοδοι Σχεδίασης IIR Φίλτρων	76
3.3	Shelving Φίλτρα, Peaking Φίλτρα και Graphic Equalizers	85

Κεφάλαιο 4	Πολυρυθμική Επεξεργασία Σήματος.....	100
4.1	Εισαγωγή	100
4.2	Υποδειματοληψία και Υπερδειματοληψία	101
4.3	QuadratureMirrorFilter (QMF) Banks	108
Κεφάλαιο 5	Μετασχηματισμοί Fourier (DFT και FFT).....	111
5.1	Θεωρητικό Υπόβαθρο	111
5.1.1	Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)	111
5.1.2	Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (FFT)	114
5.1.3	Windowing και DFTs στο J-DSP	115
5.2	Συμμετρία στο Χρόνο και στη Συχνότητα	116
5.3	Το Παράθυρο Rectangular	121
5.4	Window Tradeoffs	123
5.5	Ανάλυση – Σύνθεση Σήματος με DFT	125
Κεφάλαιο 6	Αλγόριθμος MPEG-1 Layer III.....	127
6.1	Εισαγωγή	127
6.2	Αλγόριθμος MP3	128
6.3	Φαινόμενα Noise-Masking-Tone (NMT) και Tone-Masking-Noise (TMN)	138
6.4	Εφαρμογή του Ψυχοακουστικού Μοντέλου	141
Κεφάλαιο 7	Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία.....	146
7.1	Συμπεράσματα	146
7.2	Μελλοντική Εργασία	147

Βιβλιογραφία	148
---------------------------	------------

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγή στη Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος	1
1.1.1 Βασικά Μέρη MP3 Player και Κινητού Τηλεφώνου	5
1.2 Εισαγωγή στο Εργαλείο J-DSP	10

1.1 Εισαγωγή στη Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

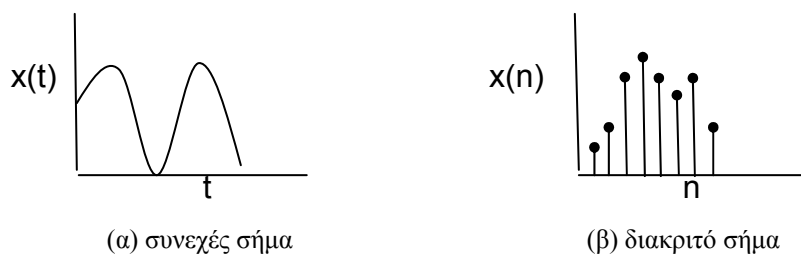
Τα τελευταία χρόνια παρουσιάζεται ραγδαία ανάπτυξη στον τομέα της επιστήμης των ηλεκτρονικών υπολογιστών και γενικά στον κόσμο της μικροηλεκτρονικής. Αυτό είχε καθοριστική επίδραση στην ψηφιακή επεξεργασία σημάτων. Η επεξεργασία σήματος αποτελεί ένα σύγχρονο τομέα των ηλεκτρονικών. Οι τεχνικές της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος χρησιμοποιούνται σε πολλούς τομείς της τεχνολογίας και της επιστήμης. Για παράδειγμα εφαρμόζονται στις ψηφιακές τηλεπικοινωνίες, στη βιοϊατρική τεχνολογία, στη σεισμολογία, στη αεροναυτική, στην επεξεργασία ομιλίας και άλλα.

Πριν αναλύσουμε την ψηφιακή επεξεργασία του σήματος, είναι σημαντικό να αναφερθούμε για την έννοια του σήματος. Σήμα ορίζεται μια ποσοτική περιγραφή ενός φαινομένου, η οποία φέρει πληροφορία. Τα σήματα περιέχουν πληροφορία σχετικά με την συμπεριφορά ή τη φύση ενός φαινομένου. Πιο συγκεκριμένα, αποτελεί το σύνολο των τιμών που λαμβάνει μια φυσική ποσότητα.

Υπάρχουν διαφόρων ειδών σήματα. Χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τον τύπο και το πλήθος των μεταβλητών τους. Συγκεκριμένα αν η ανεξάρτητη μεταβλητή του σήματος είναι συνεχής ή διακριτή, έχουμε συνεχής ή διακριτό σήμα αντίστοιχα.

Συνεχή σήματα (Σχ. 1.1α) καλούνται τα σήματα που ορίζονται για οποιαδήποτε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, που συνήθως είναι ο χρόνος. Τα σήματα αυτά καλούνται και ως αναλογικά σήματα. Δύο παραδείγματα αναλογικών σημάτων είναι η ομιλία συναρτήσει του χρόνου και η υδροχλωρική πίεση συναρτήσει του βάθους. Ως μαθηματική αναπαράσταση ορίζονται $mech(t)$, όπου πραγματικός αριθμός.

Αντιθέτως τα διακριτά σήματα (Σχ. 1.1β) ορίζονται μόνο για συγκεκριμένες τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής, η οποία καθορίζεται με ακέραιες τιμές. Εάν και η εξαρτημένη μεταβλητή των σημάτων αυτών παίρνει διακριτές τιμές, τότε τα σήματα αυτά καλούνται ως ψηφιακά. Η μαθηματική αναπαράσταση τους ορίζεται ως $x(n)$, όπου n ακέραιος αριθμός. Δύο παραδείγματα διακριτών σημάτων είναι η θερμοκρασία συνάρτηση του χρόνου ανά μέρα, καθώς και η φωτεινότητα που καθορίζεται σε μια εικόνα συνάρτηση των συντεταγμένων του εικονοστοιχείου.



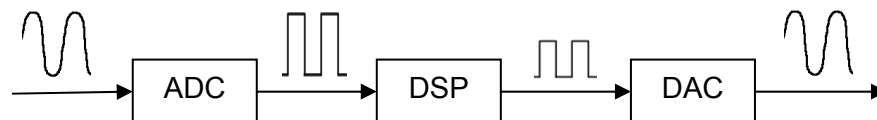
Σχήμα 1.1 – Είδη σημάτων

Αν το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών του σήματος είναι μιας μεταβλητής έχουμε μονοδιάστατα σήματα, δύο μεταβλητών δυσδιάστατα κ.ο.κ. Παράδειγμα μονοδιάστατου σήματος είναι η ομιλία με ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο και εξαρτημένη μεταβλητή την ακουστική πίεση. Επίσης μια εικόνα αποτελεί σήμα δύο διαστάσεων (2Δ), όπου εδώ έχουμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές τις δύο χωρικές συντεταγμένες (x,y) και εξαρτημένη μεταβλητή την φωτεινότητα (χρώμα και τιμή) του αντίστοιχου εικονοστοιχείου της εικόνας. Ένα παράδειγμα σήματος τριών διαστάσεων αποτελεί ένα βίντεο, δηλαδή μια ακολουθία εικόνων (frames). Προφανώς εδώ πάλι οι δύο ανεξάρτητες μεταβλητές είναι οι χωρικές συντεταγμένες (x,y) και τρίτη ο χρόνος. Και πάλι εδώ η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η φωτεινότητα της εικόνας.

Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι ο τομέας που ασχολείται με την ψηφιακή αναπαράσταση των σημάτων και την επεξεργασία τους. Η επεξεργασία των σημάτων

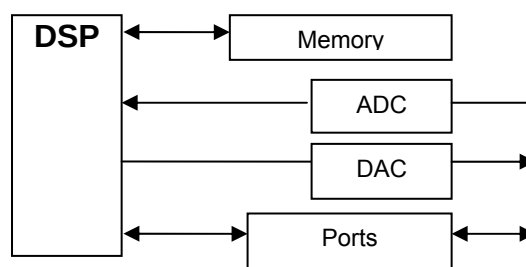
αποτελείται από την ανάλυση, τροποποίηση και εξαγωγή πληροφοριών από τα σήματα με την βοήθεια ψηφιακών επεξεργαστών. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως το σήμα περιέχει πληροφορίες σχετικά με τη συμπεριφορά ενός φαινομένου. Έτσι κατά την επεξεργασία, έχουμε την δυνατότητα να εξάγουμε πληροφορίες και να κατανοήσουμε τη συμπεριφορά του φαινομένου που περιγράφει το σήμα, εξάγοντας σημαντικά συμπεράσματα όσον αφορά το φαινόμενο αυτό. Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που χρησιμοποιείται η ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Για παράδειγμα η αφαίρεση θορύβου από ένα σήμα, είτε ο μετασχηματισμός ή μετατροπή ενός σήματος, αποτελούν παραδείγματα ψηφιακής επεξεργασίας. Επίσης μπορεί να γίνει συμπίεση ενός σήματος, σε όποια μορφή αντιστοιχεί αυτό, είτε εικόνα είτε ήχο, με τους κατάλληλους αλγόριθμους κωδικοποίησης.

Ένα παράδειγμα συστήματος ψηφιακής επεξεργασίας παρουσιάζουμε πιο κάτω (Σχ. 1.2).



Σχήμα 1.2 – Σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος [8]

Αρχικά λαμβάνεται το σήμα από διάφορα αισθητήρια όργανα και μετατρέπεται σε αναλογικό ηλεκτρικό σήμα. Το αναλογικό αυτό σήμα εισέρχεται σε μετατροπέα (AnalogtoDigitalConverter) και μετατρέπεται σε ψηφιακό ηλεκτρικό σήμα, δηλαδή σε σήμα διακριτού χρόνου και πλάτους. Στη συνέχεια το ψηφιακό σήμα που έχει παραχθεί, υποβάλλεται σε ψηφιακή επεξεργασία με την βοήθεια μικροεπεξεργαστή σήματος (DigitalSignalProcessing). Τέλος το επεξεργασμένο ψηφιακό σήμα μετατρέπεται στην αρχική του μορφή δηλαδή σε αναλογικό ηλεκτρικό σήμα (DigitaltoAnalogConverter) το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από οποιαδήποτε συσκευή.



Σχήμα 1.3 – Σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος [8]

Για να αναπαραστήσουμε καλύτερα αυτό το σύστημα, παρουσιάζουμε παραπάνω ένα τυπικό σύστημα επεξεργασίας σήματος (Σχ. 1.3). Το DSP component αντιπροσωπεύει τον μικροεπεξεργαστή του συστήματος που επεξεργάζεται τα ψηφιακά σήματα αναλόγως με τη εκτελούμενη λειτουργία επεξεργασίας. Αποτελεί το κύριο μέρος του συστήματος. Ο μικροεπεξεργαστής αποτελείται από μια κεντρική και μια βοηθητική αριθμητική μονάδα, θύρες επικοινωνίας και μια εσωτερική μνήμη. Το υπόλοιπο σύστημα που επικοινωνεί με τον μικροεπεξεργαστή αποτελείται από μια εξωτερική μονάδα μνήμης, τους μετατροπείς σήματος (αναλογικό-ψηφιακό και ψηφιακό-αναλογικό) και θύρες επικοινωνίας (σειριακές και παράλληλες).

Στην εποχή μας προτιμάται και χρησιμοποιείται η ψηφιακή επεξεργασία έναντι της αναλογικής η οποία χρησιμοποιείτο παλαιότερα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει η ψηφιακή επεξεργασία έναντι της αναλογικής. Υπάρχουν πολλά πλεονεκτήματα της ψηφιακής επεξεργασίας έναντι της αναλογικής.

Ένα από αυτά τα πλεονεκτήματα είναι η δυνατότητα επαναπρογραμματισμού και αναβάθμισης ενός ψηφιακού συστήματος επεξεργασίας. Σε ένα ψηφιακό προγραμματισμένο σύστημα, με μια απλή μετατροπή του προγράμματος μπορούν εύκολα να τροποποιηθούν οι πράξεις της επεξεργασίας του συστήματος. Σε αντίθεση με ένα αναλογικό σύστημα στο οποίο είναι αναγκαίο να επανασχεδιαστεί και να ελεγχθεί ξανά το κύκλωμα σε περίπτωση τροποποίησης των πράξεων επεξεργασίας.

Η σταθερότητα και η ακρίβεια είναι παράγοντες που χαρακτηρίζουν τα ψηφιακά συστήματα επεξεργασίας. Είναι ανθεκτικά και αναισθητα σε τυχόν μεταβολές εξωτερικών παραγόντων, όπως η θερμοκρασία. Επίσης εγγυάται ακρίβεια στην απόδοση, καθώς και μεγάλη αναισθησία στο θόρυβο.

Τα ψηφιακά σήματα έχουν την δυνατότητα να αποθηκεύονται σε οπτικά ή μαγνητικά μέσα, όπως ταινίες, μαγνητικούς ή οπτικούς δίσκους κ.α., χωρίς να επηρεάζονται. Γι' αυτό έχουν την δυνατότητα να μεταφέρονται και να επεξεργάζονται σε μη πραγματικό χρόνο.

Επιπλέον μαθηματικές πράξεις μεγάλης ακρίβειας είναι εύκολο να υλοποιηθούν σε ένα ψηφιακό σήμα που υπόκειται επεξεργασία. Αντιθέτως στα αναλογικής μορφής σήματα, καθίσταται δύσκολη η εκτέλεση αυτών των πράξεων.

Ένα άλλο επίσης σημαντικό πλεονέκτημα της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος είναι ότι σε πολλές περιπτώσεις επιφέρει λιγότερο κόστος έναντι της αναλογικής. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι το υλικό (hardware) είναι φθηνότερο στην εποχή μας και επίσης στην ευελιξία που κατέχει την ψηφιακή υλοποίηση, όπως έχει προαναφερθεί.

Έτσι έχοντας αυτά τα πλεονεκτήματα η ψηφιακή επεξεργασία χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο σε εφαρμογές επιστημών και τεχνολογίας. Παρόλα τα πλεονεκτήματα όμως υπάρχουν και περιορισμοί στην υλοποίηση της, όπως η ταχύτητα των μετατροπών αναλογικού σε ψηφιακού σήματος, καθώς και στους ψηφιακούς επεξεργαστές σήματος. Έτσι σε διάφορες περιπτώσεις επεξεργασίας, όπως για παράδειγμα σε σήματα με μεγάλο εύρος συχνοτήτων π.χ. πάνω από 100Hz, χρησιμοποιούνται αναλογικές μεθόδους επεξεργασίας.

1.1.1 Βασικά Μέρη MP3 Player και Κινητού Τηλεφώνου

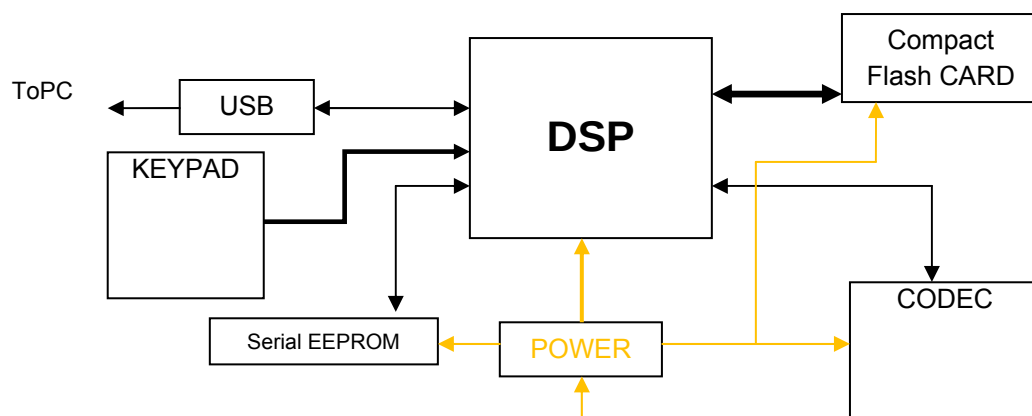
Η ψηφιακή επεξεργασία σήματος χρησιμοποιείται ευρέως σε πολλές ηλεκτρονικές συσκευές της καθημερινής ζωής μας. Παραδείγματα ηλεκτρονικών συσκευών όπου εφαρμόζεται είναι στις συσκευές αναπαραγωγής μουσικής, κινητά τηλέφωνα, συσκευές εγγραφής ομιλίας και άλλα πολλά.

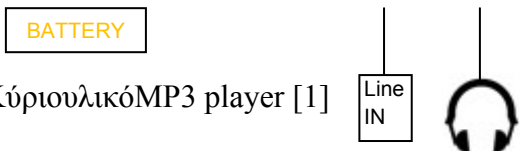
Μια ηλεκτρονική συσκευή αναπαραγωγής μουσικής που χρησιμοποιείται πολύ συχνά στην εποχή μας είναι το MP3 player. Αυτές οι συσκευές έχουν τη δυνατότητα να αναπαράγουν μουσική και γενικά ήχο από MP3 αρχεία. Τα MP3 αρχεία αποτελούνται από ένα συμπίεμένο ηχητικό σήμα. Αυτή η συμπίεση των σημάτων ήχου ήταν αναγκαία να εφαρμοστεί, λόγω του ότι το μέγεθος των ασυμπίεστων αρχείων ήχου ήταν μεγάλο (περίπου 1360kbps) και ήταν ανέφικτο να αποθηκευτούν πολλά τέτοια αρχεία σε μια μικρή μνήμη μιας μικροσυσκευής αναπαραγωγής ήχου. Έτσι εδώ και πολλά

χρόνια χρησιμοποιούνται ευρέως αρχεία MP3, ώστε να είναι δυνατό να αποθηκευτούν πολλά αρχεία ήχου είτε σε ένα οπτικό δίσκο είτε γενικά σε μια flash μνήμη. Τα αρχεία αυτά προέρχονται από τη συμπίεση ηχητικών σημάτων με τον αλγόριθμο MPEG-1 LayerIII, γι αυτό η μορφή των αρχείων ορίζεται ως MP3 από τα αρχικά του αλγόριθμου. Μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την συμπίεση αυτή σαν συμπίεση σε zip αρχείο που είναι γνωστή μας στα windows. Κατά την συμπίεση του αρχείου σε συμπιεσμένο αρχείο zip δεν έχουμε απώλεια δεδομένων από το αρχικό αρχείο, δηλαδή η μέθοδος συμπίεσης zip είναι «lossless». Αντίθετα η συμπίεση του ηλεκτρονικού αρχείου ήχου σε MP3 είναι «lossy», δηλαδή έχουμε κάποια μόνιμη απώλεια πληροφορίας από το μη συμπιεσμένο αρχικό αρχείο και έτσι μειώνεται η ποιότητα του ήχου κατά την συμπίεση. Ωστόσο η απώλεια της πληροφορίας δεν επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ποιότητα του ήχου, αφού ο αλγόριθμος MP3 φροντίζει η αφαίρεση πληροφορίας να μην γίνεται αισθητή από την ανθρώπινη ακοή. Επομένως κατά την αναπαραγωγή του συμπιεσμένου αρχείου δεν διαπιστώνουμε μεγάλες αλλαγές στη ποιότητα. Έτσι αυτή η απώλεια της ποιότητας θεωρείται αμελητέα, καθώς η συμπίεση του αρχείου είναι αναγκαία και πολύ χρήσιμη ($\approx 128\text{kbps}$).

Πολλοί ή σχεδόν όλοι από εμάς στις μέρες μας έχουμε ως μέσο ψυχαγωγίας ένα MP3 player, για να ακούμε μουσική και γενικά οποιοδήποτε ήχο. Είναι ενδιαφέρον να δούμε πιο αναλυτικά τα μέρη που αποτελείται αυτή η ηλεκτρονική συσκευή και τις λειτουργίες που εκτελούνται πριν αναπαραχθεί ο τελικός ήχος και φτάσει στα αυτιά μας.

Πιο κάτω απεικονίζουμε το κύριο υλικό (hardware) που αποτελείται ένα digital audio MP3 player βασισμένο σε λειτουργίες ψηφιακής επεξεργασίας σήματος (Σχ. 1.4).



The diagram consists of three separate symbols. On the left is a rectangular box with the word "BATTERY" in yellow capital letters. In the middle is a square box with the text "Line IN" inside. On the right is a standard icon of a pair of headphones.

Σχήμα 1.4 – ΚύριουλικόMP3 player [1]

Όπως παρατηρούμε και από το σχήμα, το κύριο μέρος του υλικού του player είναι η μονάδα της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος. Είναι υπεύθυνη να επεξεργάζεται τα ηχητικά σήματα ανάλογα με την επιθυμητή λειτουργία του χρήστη. Με αυτή τη μονάδα επικοινωνούν όλα τα μέρη του player. Από μόνη της η μονάδα αυτή, χωρίς το απαιτούμενο λογισμικό είναι περιττή στο σύστημα αυτό. Γι' αυτό χρειάζεται το απαιτούμενο λογισμικό ώστε να δώσει λειτουργικότητα στην μονάδα.

Η κύρια μονάδα μνήμης του player είναι η κάρτα μνήμης flash, στην οποία υπάρχουν τα αποθηκευμένα αρχεία ήχου MP3. Μπορούμε να την χαρακτηρίσουμε ως ο «σκληρός δίσκος» του player. Από εκεί διαβάζονται οι πληροφορίες για τα αρχεία ήχου που προορίζονται για αναπαραγωγή.

Μια άλλη μονάδα μνήμης είναι η σειριακή μνήμη ανάγνωσης μόνο EEPROM, η οποία έχει αποθηκευμένο το υλικολογισμικό (firmware) του player. Είναι συνδεδεμένη με την DSP μονάδα στην οποία παρέχει και φορτώνει το υλικολογισμικό όταν ενεργοποιείται το player. Το υλικολογισμικό αυτό προσδίδει στο player και στη μονάδα ψηφιακής επεξεργασίας λειτουργίες λογισμικού και χαμηλού επιπέδου εντολές.

Μια άλλη σημαντική μονάδα αποτελεί το CODECchip, την μονάδα Coder-Decoder του player, γι' αυτό έχει πάρει την ονομασία αυτή. Είναι υπεύθυνο να εκτελεί τις αντίστοιχες λειτουργίες κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης ανάλογα με το σενάριο λειτουργίας του player. Είναι συνδεδεμένο με δύο εξωτερικές μονάδες, των ακουστικών και της θύρας line-in. Τα ακουστικά είναι αυτά που παρέχονται στο χρήστη για να ακούσει τον τελικό ήχο που έχει παραχθεί από το player. Στη περίπτωση αυτή τοCODEC εκτελεί την λειτουργία αποκωδικοποίησης σημάτων ήχου. Κατά την λειτουργία αυτή είναι υπεύθυνο να αποκωδικοποιήσει τα συμπιεσμένα αρχεία MP3 και να μετατρέψει τα ψηφιακά σήματα τα οποία επεξεργάστηκαν καιέχουν εξαχθεί από την μονάδα DSP, σε αναλογικά σήματα τα οποία μπορούν να τροφοδοτηθούν στα ακουστικά του χρήστη για αναπαραγωγή. Στη θύρα line-in μπορεί να συνδεθεί οποιαδήποτε εξωτερική συσκευή που παράγει ήχο και να τροφοδοτηθούν τα ακουστικά του χρήστη μετά από την επεξεργασία του ήχου αυτού. Κατά την λειτουργία αυτή το

CODEC χρησιμοποιείται ως κωδικοποιητής. Συγκεκριμένα παίρνει τα εισερχόμενα από την θύρα αναλογικά ηχητικά σήματα και τα μετατρέπει σε ψηφιακά, καθώς τα συμπίεζει στη συνέχεια με κωδικοποίηση MPEG-1 Layer 3 (MP3) και τα αποθηκεύει στη μνήμη για να μπορούν να τροφοδοτηθούν και να επεξεργαστούν από το player μέσω της μονάδας ψηφιακής επεξεργασίας.

Εκτός από τα ακουστικά και τη θύρα εισόδου, υπάρχουν άλλες δύο εξωτερικές διασυνδέσεις (interfaces) στο player. Η μια αποτελεί την θύρα USB μέσω της οποίας μπορεί το player να συνδεθεί με έναν υπολογιστή. Ο υπολογιστής αναγνωρίζει το MP3 player ως μια USB μνήμη, αφού το player διαθέτει την μνήμη flash, όπου αποθηκεύει τα δεδομένα του. Κατά την σύνδεση αυτή υπάρχει δυνατότητα μεταφοράς αρχείων από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή στο player και αντίστροφα. Τα αρχεία ήχου στο player αποθηκεύονται στη μνήμη flash.

Μια άλλη εξωτερική διασύνδεση χρήστη-player είναι τα πλήκτρα. Παράδειγμα αποτελούν τα πλήκτρα (+ -) που ρυθμίζουν την ένταση του ήχου που παράγει το player.

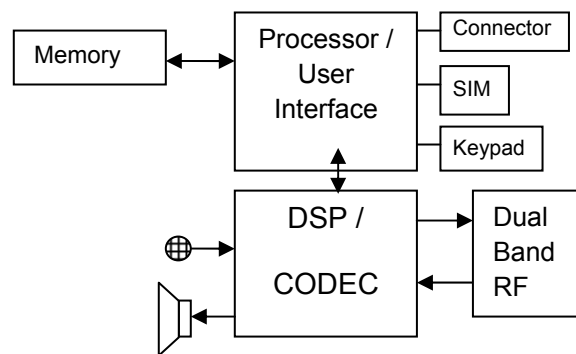
Για να κατανοήσουμε καλύτερα πως λειτουργεί το MP3 player σε περίπτωση αναπαραγωγής μουσικής, είναι σημαντικό να εξετάσουμε ποιο ρόλο διατελούν οι διάφορες μονάδες και πως συνεργάζονται μεταξύ τους για να επιτύχουν αυτό το στόχο.

Κατά την λειτουργία αναπαραγωγής ήχου η μονάδα DSP διαβάζει τα αρχεία ήχου MP3 από την κάρτα flash όπου βρίσκονται αποθηκευμένα. Κατά την ανάγνωση, αποκωδικοποιείται αρχεία MP3 σε ψηφιακά δείγματα (samples) στέλλοντας τα στο CODEC chip. Λαμβάνοντας αυτά τα ψηφιακά δείγματα το CODEC τα μετατρέπει σε αναλογικό ηχητικό σήμα, το οποίο ενισχύει ανάλογα με την καθορισμένη ένταση και τροφοδοτείται στα ακουστικά του χρήστη. Σε περίπτωση που ο χρήστης αυξήσει ή μειώσει την ένταση του ήχου, πατώντας τα κουμπιά του player για το volume (συμπεριλαμβάνεται στο keypad), η μονάδα DSP έχει την δυνατότητα να ανιχνεύει αυτή τη αλλαγή. Αφού έχει αντιληφθεί την ενέργεια αυτή, η μονάδα DSP δίνει την ανάλογη εντολή στο CODEC το οποίο με τη σειρά του είναι υπεύθυνο να αυξήσει ή να μειώσει την ένταση του παραγόμενου ήχου.

Όταν ο χρήστης συνδέσει το MP3 player με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή μέσω της θύρας USB που παρέχεται, ο υπολογιστής αναγνωρίζει το player ως μια εξωτερική

μνήμη. Έτσι ο χρήστης μπορεί να μεταφέρει από τον υπολογιστή αρχεία ήχου στη μνήμη flash του player. Η μονάδα DSP είναι υπεύθυνη και πάλι να θέσει σε επικοινωνία τη θύρα USB με τη μνήμη flash, ώστε να επιτευχθεί αυτή η μεταφορά.

Πολλές συσκευές στις μέρες μας χρησιμοποιούν παρόμοιο υλικό για ψηφιακή επεξεργασία. Η πιο πολυχρησιμοποιημένη ηλεκτρονική συσκευή, το κινητό τηλέφωνο επίσης χρησιμοποιεί ψηφιακή επεξεργασία. Τα σύγχρονα κινητά τηλέφωνα μπορούν να θεωρηθούν ως μικροί ηλεκτρονικοί υπολογιστές. Αποτελούνται από ένα πολύπλοκο φάσμα υλικού, παρέχοντας πολλαπλές λειτουργίες προς τον χρήστη, αγγίζοντας την εμβέλεια ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Σχεδόν όλα τα κινητά τηλέφωνα σήμερα διαθέτουν παρόμοιο υλικό για αναπαραγωγή αρχείων ήχου που έχουμε προαναφέρει.



Σχήμα 1.5 – Υλικό κινητού τηλεφώνου [4]

Παράδειγμα υλικού κινητού τηλεφώνου φαίνεται πιο πάνω (Σχ. 1.5). Η μικροσυσκευή εκτός από τις πολλές λειτουργίες που διαθέτει, η κύρια λειτουργία που χρησιμοποιείται συχνότερα είναι η επικοινωνία τηλεφώνου. Είναι ενδιαφέρον να δούμε τι κρύβεται πίσω από αυτή τη κοινή χρήση και να κατανοήσουμε τι ρόλο διαδραματίζει κάθε μέρος της συσκευής για να φέρει εις πέρας την επιθυμητή λειτουργία.

Η μικροσυσκευή διαθέτει ενσωματωμένο μικρόφωνο, αναγκαίο για την τηλεφωνική επικοινωνία, το οποίο λαμβάνει την ομιλία του χρήστη εισάγοντας την για ψηφιακή επεξεργασία. Μια σημαντική μονάδα για τη συσκευή είναι η ψηφιακή μονάδα επεξεργασίας σήματος DSP. Έχει την δυνατότητα να επεξεργάζεται την ομιλία και να διαχειρίζεται την ανίχνευση φωνής εκτελώντας διάφορες λειτουργίες. Η ομιλία εισερχόμενη στο μικρόφωνο έχει αναλογική μορφή η οποία πρέπει να μετατραπεί σε ψηφιακή για να μπορεί να υποστεί επεξεργασία στη ψηφιακή συσκευή. Υπεύθυνη

μονάδα για την μετατροπή αυτή είναι η μονάδα DSP, καθώς έχει την δυνατότητα να ενισχύσει το εισερχόμενο ηχητικό σήμα. Το σήμα μετά την μετατροπή του σε ψηφιακό, περνά από την μονάδα CODEC. Το CODEC είναι υπεύθυνο να κωδικοποιεί και να αποκωδικοποιεί σήματα. Σ' αυτή την περίπτωση κωδικοποιεί και συμπιέζει το εισερχόμενο σήμα, για να το εισάγει στη συνέχεια στη μονάδα ραδιοσυχνότητας RF (radiofrequency). Η μονάδα αυτή σε συνεργασία με την αντένα του τηλεφώνου είναι υπεύθυνη να λαμβάνει και να αποστέλλει πληροφορίες και σήματα από και προς την συσκευή. Έτσι τέλος αποστέλλει την ομιλία του χρήστη μέσω αέρος για να ληφθεί με τη σειρά του από το άλλο κινητό τηλέφωνο της επικοινωνίας, χρησιμοποιώντας την δική του μονάδα αντένας και ραδιοσυχνότητας. Ανάλογες λειτουργίες εκτελούνται κατά την αντίστοιχη διαδικασία λήψης, στην οποία το τηλέφωνο-δέκτης δέχεται το φωνητικό σήμα που έχει σταλεί από το τηλέφωνο-αποστολέα. Το σήμα είναι συμπιεσμένο και έχει ψηφιακή μορφή όταν λαμβάνεται από την μονάδα αντένας και ραδιοσυχνότητας RF. Γι αυτό η μονάδα CODEC του τηλεφώνου-δέκτη καλείται να αποσυμπιέσει και να μετατρέψει το ψηφιακό σήμα σε αναλογικό. Σκοπός της μετατροπής αυτής είναι να ληφθεί από το μεγάφωνο της συσκευής το αναλογικό σήμα και να παράγει το φωνητικό ήχο προς τον χρήστη. Το coder-decoder του κινητού τηλεφώνου είναι ικανό να εκτελεί σε πολύ μεγάλες ταχύτητες τις λειτουργίες μετατροπής των ηχητικών σημάτων και η καθυστέρηση είναι αμελητέα. Για το λόγο ο ομιλητής δεν παρατηρεί καθυστέρηση στη μεταφορά της ομιλίας του και στο άκουσμα της από τον αντίστοιχο ακροατή.

1.2 Εισαγωγή στο Εργαλείο J-DSP

Το λογισμικό J-DSP είναι το κύριο θέμα της διπλωματικής εργασίας και το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για την ψηφιακή επεξεργασία σημάτων. Το J-DSP αποτελεί τα αρχικά του Java Digital Signal Processing. Το εργαλείο χρησιμοποιείται για τη ψηφιακή επεξεργασία σημάτων και είναι υλοποιημένο σε αντικειμενοστραφή γλώσσα προγραμματισμού Java. Έχει υλοποιηθεί και αναπτυχθεί στο Πανεπιστήμιο της Αριζόνας στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, με επικεφαλή τον Κύπριο καθηγητή Ανδρέα Σπανιά. Ο κ. Σπανιάς έχει αναπτύξει ένα εποικοδομητικό βιβλίο για ψηφιακή επεξεργασία σημάτων, δίνοντας βάρος σε εφαρμογές μέσα από το εργαλείο J-DSP. Η

παρόν έκδοση του εργαλείου είναι η πρώτη, η οποία παρέχεται on-line στο διαδίκτυο και έχει τη δυνατότητα οποιοσδήποτε να το χρησιμοποιήσει ελεύθερα στη διεύθυνση <http://jdsp.asu.edu/>. Μπορεί να αποτελέσει εργαλείο εκπαίδευσης για φοιτητές και άλλους, προσφέροντας κατανοητές και αναπαραστατικές έννοιες ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων. Παρέχει ένα φιλικό, γραφικό περιβάλλον προς τον χρήστη, ώστε να παρακινεί τον χρήστη να δουλεύει μ' αυτό, καθώς και να γίνεται πιο κατανοητό και εύχρηστο προς αυτό. Εκτελώντας εφαρμογές και προσομοιώσεις μέσα από αυτό, εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα και αντιλαμβανόμαστε σημαντικές συμπεριφορές σημάτων μέσα από την ψηφιακή επεξεργασία οι οποίες αποτελούν ισχυρή βάση για προχωρημένες τεχνολογικές εφαρμογές.

Το εργαλείο διαθέτει τις διάφορες λειτουργίες επεξεργασίας υπό μορφή γραφικών μπλοκ, κατατάσσοντας τα ανά κατηγορία ανάλογα με την λειτουργικότητα τους. Ο χρήστης καλείται να συνθέσει μια ακολουθία από λειτουργίες επεξεργασίας σήματος κατατάσσοντας μια σειρά από μπλοκ χρησιμοποιώντας τη μέθοδο draganddrop. Η ακολουθία του συστήματος των μπλοκ έχει σειριακή συμπεριφορά, δηλαδή εκτελείται το ένα μπλοκ μετά το άλλο ακολουθώντας τις διασυνδέσεις των βελών μεταξύ των μπλοκ. Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να καθορίσει τις παραμέτρους που διέπουν την λειτουργία που εκτελεί το μπλοκ, ανοίγοντας το παράθυρο του που περιέχει τις διάφορες παραμέτρους. Η εκτέλεση της επεξεργασίας έχει δυναμικό χαρακτήρα, γι' αυτό κατά την διάρκεια εκτέλεσης της οποιαδήποτε αλλαγή σε ένα ή περισσότερα μπλοκ επηρεάζει άμεσα το αποτέλεσμα της ακολουθίας.

Στην διεπιφάνεια του εργαλείου υπάρχουν διάφορες κατηγορίες λειτουργιών με τα αντίστοιχα μπλοκ, στις οποίες η κάθε μια επικεντρώνεται σε διαφορετικό φάσμα λειτουργιών επεξεργασίας σήματος. Στα αριστερά της διεπιφάνειας χρήστη υπάρχουν τα γενικού τύπου μπλοκ τα οποία χρησιμοποιούνται συνήθως σε κάθε ακολουθία, ενώ στο πάνω μέρος διατίθενται τα πιο προχωρημένα μπλοκ. Αναλυτικά τα γενικού τύπου μπλοκ διαθέτουν τις ακόλουθες λειτουργίες επεξεργασίας.

SignalGenerator: Παραγωγή διαφόρων ειδών σήματος (μέχρι 256 δείγματα) βάσει χρονικών πλαισίων όπως παλμοί (pulses), τριγωνικά (triangular), κρουστική ακολουθία

(delta), εκθετικά, ημιτονοειδείς (sinusoid), sinc, τυχαία (randomize) και καθοριζόμενα από τον χρήστη (userdefined).

SignalGeneratorLong: Παραγωγή σήματος (πάνω από 256 δείγματα), όπως ομιλίες (speech), μουσική και είδη θορύβου.

Filter: Ψηφιακό φίλτρο.

Coefficients: Συντελεστές φίλτρου.

Junction: Διάδοση και μεταφορά του εισερχόμενου σήματος σε δύο σήματα.

FrequencyResponse: Απόκριση συχνότητας και φάσης φίλτρου.

Plot: Γραφική παράσταση σήματος.

Plot2: Γραφικές παραστάσεις δύο σημάτων στο ίδιο παράθυρο για σκοπούς σύγκρισης.

SoundPlayer: Αναπαραγωγή σήματος.

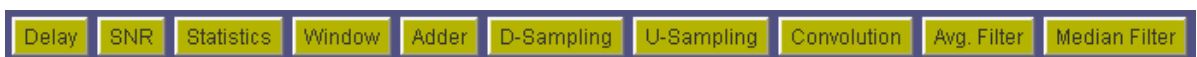
ListValues: Εμφάνιση τιμών και συντελεστών.

Οι πιο προχωρημένες λειτουργίες του εργαλείου βρίσκονται στο πάνω μέρος σε μενού και κατατάσσονται ανά κατηγορίες ανάλογα με το είδος των λειτουργιών και του σκοπού τους. Συγκεκριμένα οι κατηγορίες των μπλοκ είναι οι βασικού σκοπού, φιλτραρίσματος, αριθμητικών εφαρμογών, συχνοτήτων, στατιστικών, ομιλίας (speech) και επιδράσεων σε ακουστικά σήματα (audiosignals). Πιο κάτω φαίνονται αναλυτικά τα μπλοκ για κάθε κατηγορία (Σχ. 1.6).

Φιλτραρίσματος



Βασικά



Αριθμητικά



Συχνοτήτων

FFT	IFFT	WHT	IWHT	Spectrogram	Pk Pking	Polar	Rect.
-----	------	-----	------	-------------	----------	-------	-------

Στατιστικών

Autocorr	LPC	LPC+	Lag Win	SymCorr	Corlogrm	Prdogrm	Spectrogram	AR Est.	Quantizer	Correlogram+
----------	-----	------	---------	---------	----------	---------	-------------	---------	-----------	--------------

Σημάτων Ομιλίας

Autocorr	LPC	LPC+	LPC->RC	RC->LPC	RC->LAR	LPC->LSP	LSP->LPC	BW Exp	Inv.TF	Prcp.Fil
----------	-----	------	---------	---------	---------	----------	----------	--------	--------	----------

Επιδράσεις Ακουστικών Σημάτων

DTMF tones	MIDI	Echo	Reverb	Reverb Demo	Tone Controls	Peaking Filter	Graphic EQ	Psychoacoustic	Psy Pking
------------	------	------	--------	-------------	---------------	----------------	------------	----------------	-----------

Σχήμα 1.6 – Μπλοκ για κάθε κατηγορία

Κεφάλαιο 2

Ανασκόπηση Συνεχόμενων και Διακριτών Σημάτων και Συστημάτων

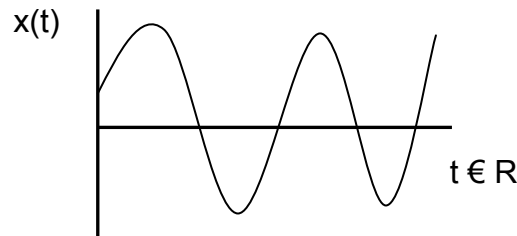
2.1 Σήματα Συνεχούς Χρόνου	14
2.2 Σήματα και Συστήματα Διακριτού Χρόνου	16
2.2.1 Φιλτράρισμα Διακριτών Σημάτων	16
2.2.2 Μετασχηματισμός Διακριτών Σημάτων	29
2.2.3 Επεξεργασία Διακριτών Σημάτων σε Ηλεκτρονικές Συσκευές	35
2.2.4 Συμπεριφορά Ψηφιακών Φίλτρων	42

2.1 Σήματα Συνεχούς Χρόνου

Τα σήματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την συμπεριφορά τους σχετικά με την ανεξάρτητη μεταβλητή που ορίζονται. Η ανεξάρτητη μεταβλητή των σημάτων μπορεί να οριστεί από οποιοδήποτε φυσικό μέγεθος, αλλά συνήθως χρησιμοποιείται κυρίως ο χρόνος. Τα σήματα αυτά ονομάζονται time-domain signals, δηλαδή σήματα βάσει χρονικών πλαισίων.

Τα σήματα συνεχούς χρόνου (Σχ. 2.1) έχουν το χαρακτηριστικό να ορίζονται για οποιαδήποτε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής. Συγκεκριμένα αν η ανεξάρτητη

μεταβλητή είναι πραγματικός αριθμός, τότε για κάθε τιμή της μεταβλητής το σήμα ορίζεται. Η εξαρτημένη μεταβλητή, το πλάτος (amplitude) του σήματος είναι και αυτή συνεχής, γι' αυτό και τα σήματα αυτά ονομάζονται ως αναλογικά.



Σχήμα 2.1 – Σήμα συνεχούς χρόνου

Τα σήματα συνεχούς χρόνου κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τις ιδιότητες που παρουσιάζουν. Μια κατηγορία συνεχόμενων σημάτων είναι τα άρτια (even), τα οποία παρουσιάζουν συμμετρικότητα, κατά την οποία ικανοποιούν την σχέση $x(t)=x(-t)$. Δηλαδή στο χρόνο t και $-t$ έχουν την ίδια τιμή. Αντιθέτως με τα άρτια σήματα ορίζονται και τα περιττά (odd). Συγκεκριμένα η τιμή του σήματος στο χρόνο t είναι ίση και αντίθετη με την τιμή στο χρόνο $-t$, δηλαδή $x(t) = -x(-t)$.

Μια άλλη σημαντική ιδιότητα των σημάτων είναι η περιοδικότητα που παρουσιάζεται για παράδειγμα στα ημιτονοειδείς σήματα και άλλα. Τα περιοδικά σήματα είναι συνεχείς και ορίζονται για κάθε τιμή του χρόνου t . Η περιοδικότητα όπως ονομάζεται βασίζεται στον όρο της περιόδου (period) που συμβολίζεται με το γράμμα T και ορίζει κάποιο χρονικό διάστημα σε μονάδες χρόνου. Το περιοδικό σήμα έχει την ιδιότητα να έχει την ίδια τιμή πλάτους για κάθε χρονικό διάστημα της περιόδου. Δηλαδή μαθηματικά ικανοποιεί την σχέση $x(t) = x(t+T)$ για κάθε τιμή χρόνου. Αυτό έχει άμεση σχέση με την συχνότητα του σήματος που συμβολίζεται με ω σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο και είναι ίση με $2\pi/T$.

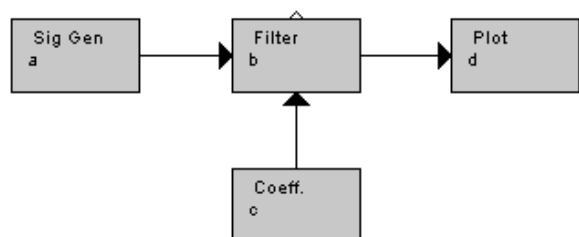
2.2 Σήματα και Συστήματα Διακριτού Χρόνου

Σήμα διακριτού χρόνου ορίζουμε το σήμα το οποίο το πλάτος του, η εξαρτημένη μεταβλητή, λαμβάνει συνεχείς τιμές, καθώς η ανεξάρτητη μεταβλητή (πεδίο ορισμού) παίρνει μόνο διακριτές τιμές (π.χ. από το σύνολο $\mathbb{N}$ των φυσικών αριθμών). Ενώ στη περίπτωση που και οι δύο μεταβλητές του, ανεξάρτητη και εξαρτημένη λαμβάνουν διακριτές τιμές, έχουμε πάλι διακριτή ακολουθία και το σήμα λέγεται ψηφιακό. Οι ηλεκτρονικές ψηφιακές συσκευές χρησιμοποιούν αυτό το είδος σήματα, όπως ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής. Επομένως για να εισαχθεί ένα αναλογικό, συνεχές σήμα και να επεξεργαστεί σε μια τέτοια μηχανή είναι αναγκαίο να μετατραπεί πρώτα σε ψηφιακό. Έτσι ένα ψηφιακό σήμα μπορεί να προκύψει από ένα αναλογικό, μέσω μίας διεργασίας γνωστής ως δειγματοληψίας, π.χ. με στόχο το σήμα να αποθηκευτεί και να υποστεί επεξεργασία σε έναν ψηφιακό ηλεκτρονικό υπολογιστή.

2.2.1 Φιλτράρισμα Διακριτών Σημάτων

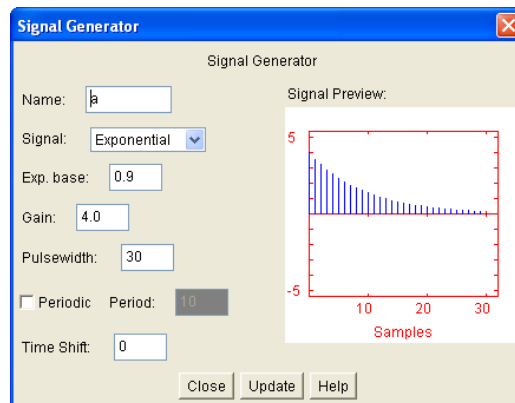
Θα δούμε πιο αναλυτικά και κατανοητά τα διακριτά σήματα χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP. Σκοπός του εργαλείου είναι να εξοικειώσει τον χρήστη γύρω από το φάσμα διακριτά-χρονικών σημάτων. Θα χρησιμοποιήσουμε ψηφιακά φίλτρα για να παρατηρήσουμε πως επηρεάζουν τα σήματα αυτά.

Για να εκτελέσουμε ψηφιακό φιλτράρισμα σε ένα σήμα, παραθέτουμε τα μπλοκ σε ένα σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας όπως φαίνονται πιο κάτω (Σχ. 2.2). Οι λειτουργίες εκτελούνται σειριακά ακολουθώντας τη φορά των διασυνδέσεων.



Σχήμα 2.2 – Ψηφιακό φιλτράρισμα στο J-DSP

Το σύστημα αποτελείται από τις λειτουργίες, παραγωγή διακριτού σήματος (a), φιλτράρισμα του παραγόμενου σήματος (b) με τους συντελεστές φίλτρου (c) και τέλος γραφική παράσταση του τελικού φιλτραρισμένου σήματος (d). Το μπλοκ signalgenerator (Σχ. 2.3) παράγει διάφορων ειδών σήματα και έχει μόνο μια έξοδο, το παραγόμενο σήμα. Μπορούμε να αλλάξουμε τις διάφορες παραμέτρους του σήματος μέσα στο παράθυρο, όπως πιο κάτω. Αλλάζουμε τις διάφορες παραμέτρους του σήματος ανάλογα με τα επιθυμητά αποτελέσματα, όπως εκθετική βάση, μέγεθος σήματος και πλάτος παλμού. Το συγκεκριμένο μπλοκ μπορεί να παράγει σήματα μέχρι 256 δειγμάτων. Στο παράδειγμα αυτό επιλέγουμε να παράγουμε εκθετικό σήμα. Το σήμα αυτό ορίζεται βάσει της εξίσωσης $x(n) = a^n$, όπου n είναι ο αριθμός του δείγματος και a η εκθετική βάση.



Σχήμα 2.3 – Signalgenerator μπλοκμε εκθετικό σήμα

Για να ορίσουμε ένα ψηφιακό φίλτρο σε ένα σήμα, καθορίζουμε τους συντελεστές του από το μπλοκ των coefficients (Σχ. 2.4), ανοίγοντας το παράθυρο του μπλοκ αυτού όπως πιο κάτω. Η εξίσωση του φίλτρου με τους συντελεστές είναι η παρακάτω (εξ. 2.1).

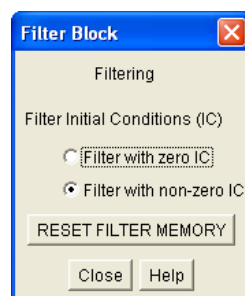
Σχήμα 2.4 – Συντελεστές φίλτρου

$$y(n) = \sum_{i=0}^L b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^M a_i y(n-i)$$

(2.1)

Με n είναι ο αριθμός του δείγματος (sample), $x(n)$ το εισερχόμενο σήμα προς φιλτράρισμα και $y(n)$ το εξερχόμενο φιλτραρισμένο σήμα. Όπου a είναι οι feedback συντελεστές, οι οποίοι επηρεάζουν το φιλτράρισμα λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές του εξερχόμενου σήματος στα προηγούμενα δείγματα. Με b είναι οι feed-forward συντελεστές, οι οποίοι λαμβάνουν υπόψη το εισερχόμενο σήμα του αμέσως προηγούμενου δείγματος. Έχουμε την δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε και να καθορίσουμε 11 συντελεστές από το κάθε είδος, ώστε να σχεδιάζουμε ανάλογα τα είδη φίλτρων που επιθυμούμε.

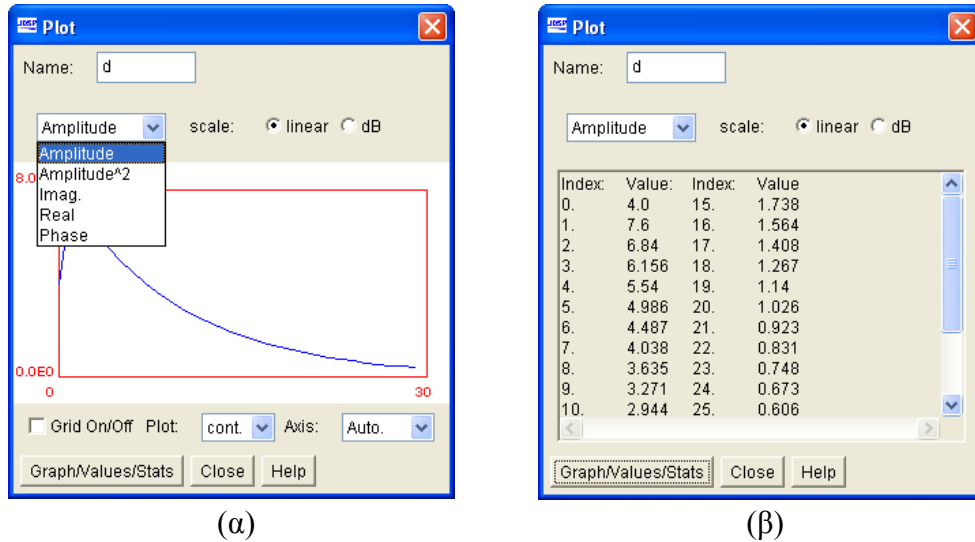
Για τον καθορισμό του φιλτραρίσματος μπορούμε επίσης να καθορίσουμε δύο τρόπους φιλτραρίσματος. Επιλέγοντας το μπλοκ του φίλτρου, καθορίζουμε τον τρόπο με τον οποίο θέλουμε να γίνει το φιλτράρισμα, είτε με μηδενικές αρχικές καταστάσεις είτε με μη μηδενικές αρχικές καταστάσεις (Σχ. 2.5). Για να επιτευχθεί μια αλλαγή στις αρχικές καταστάσεις αυτές θα πρέπει να επαναφέρουμε την μνήμη του φίλτρου με την επιλογή `resetfiltermemory`.



Σχήμα 2.5 – Μπλοκ φίλτρου

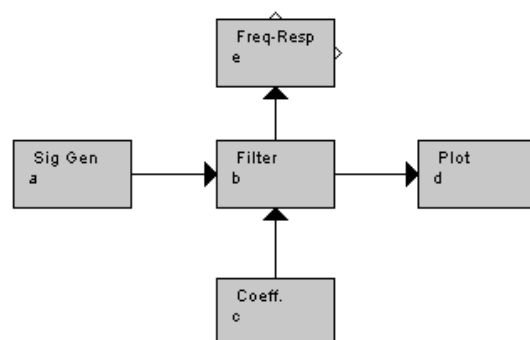
Τέλος βλέπουμε το φιλτραρισμένο παραγόμενο σήμα (Σχ. 2.6α) στη γραφική παράσταση του πλάτους του (amplitude). Επίσης μπορούμε να αναπαραστήσουμε το σήμα βάσει του τετραγώνου του μεγέθους του, της φάσης του και του πραγματικού ή

του φανταστικού μέρους του, εάν πρόκειται για μιγαδικό σήμα. Υπάρχει η δυνατότητα να απεικονίσουμε το σήμα είτε σε συνεχή, είτε σε διακριτό χαρακτήρα στη γραφική παράσταση. Επιλέγοντας την πρώτη επιλογή Graph/Values/Stats, παρουσιάζονται οι τιμές που έχει το σήμα σε κάθε δείγμα της γραφικής του παράστασης, δηλαδή καταγράφονται οι τιμές που έχει στους δύο άξονες (0 - $y(0)$, 1 - $y(1)$, 2 - $y(2)$, ...).



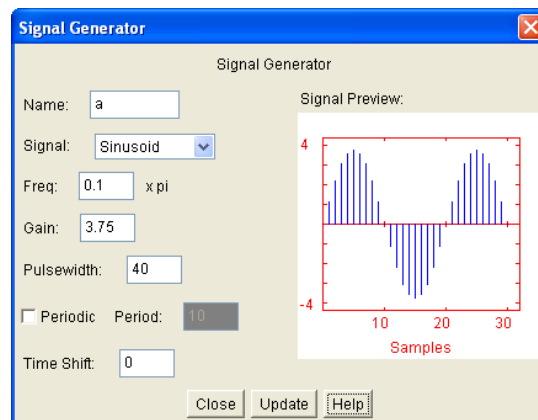
Σχήμα 2.6 – Γραφική παράσταση σήματος (α) και οι ανάλογες τιμές (β)

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την συμπεριφορά περιοδικών σημάτων σε ψηφιακό φιλτράρισμα. Στο παράδειγμα αυτό θα εκτελέσουμε φιλτράρισμα σε ένα περιοδικό ημιτονοειδές σήμα. Για την προσομοίωση μας χρησιμοποιούμε ακόμα ένα μπλοκ της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου, συνδέοντας το στην δεύτερη έξοδο του μπλοκ φίλτρου (Σχ. 2.7), για να παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά του ψηφιακού φίλτρου.



Σχήμα 2.7 – Ψηφιακό φιλτράρισμα σήματος

Ένα περιοδικό ημιτονοειδές σήμα καθορίζεται από την συχνότητα του και κατ' επέκταση τηνπεριοδικότητα του. Η έννοια της συχνότητας έχει άμεση σχέση με τον χρόνο, αφού η διάσταση της είναι αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου. Καθορίζουμε από το παράθυρο παραγωγής σήματος ημιτονοειδές, καθορίζοντας την γωνιακή συχνότητα του σε 0.1π ακτίνια, το μέγεθος του σε 3.75 και πλάτος παλμού 40 δείγματα. Η συνάρτηση του ημιτονοειδούς σήματος ορίζεται ως $x(n)=\sin(\omega n)$, όπου n ο χρόνοςσε αριθμό δείγματος και ω η γωνιακή συχνότητα σε ακτίνια ανά αριθμό δειγμάτων. Το σήμα μας είναι περιοδικό, δηλ. καθορίζεται σε όλο το φάσμα του χρόνου και ικανοποιεί την εξίσωση $x(n)=x(n+T)$ όπου T η περίοδος του σήματος. Η περίοδος του σήματος ορίζεται ως $T=2\pi/\omega$. Επομένως στο ημιτονοειδές σήμα για κάθε τιμή του στο $x(n)$ ισούται με την τιμή του στο $x(n+T)$. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα (Σχ. 2.8) παρατηρούμε ότι σε κάθε 20 δείγματα του σήματος αντιστοιχεί μια περίοδος όπου επαληθεύεται η ιδιότητα του περιοδικού σήματος που αναφέραμε.



Σχήμα 2.8 – Μπλοκ παραγωγής ημιτονοειδούς σήματος

Για το φιλτράρισμα του σήματος καθορίζουμε τους 22 συντελεστές του φίλτρου,καθορίζοντας ανάλογα την εξίσωση φιλτραρίσματος (εξ. 2.2).

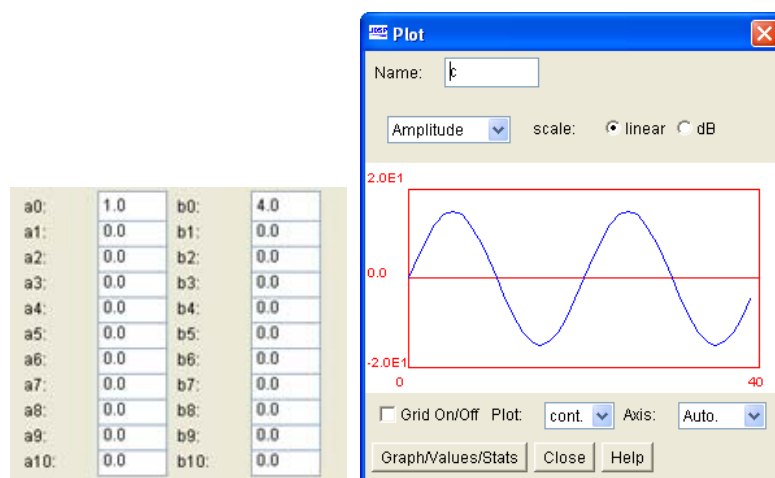
$$y(n) = \sum_{i=0}^L b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^M a_i y(n-i)$$

(2.2)

Βάσει πάντα της εξίσωσης αυτής, καθορίζοντας τις τιμές των συντελεστών μεταβάλλεται το εισερχόμενο σήμα ανάλογα. Εάν αφήσουμε όλους τους συντελεστές

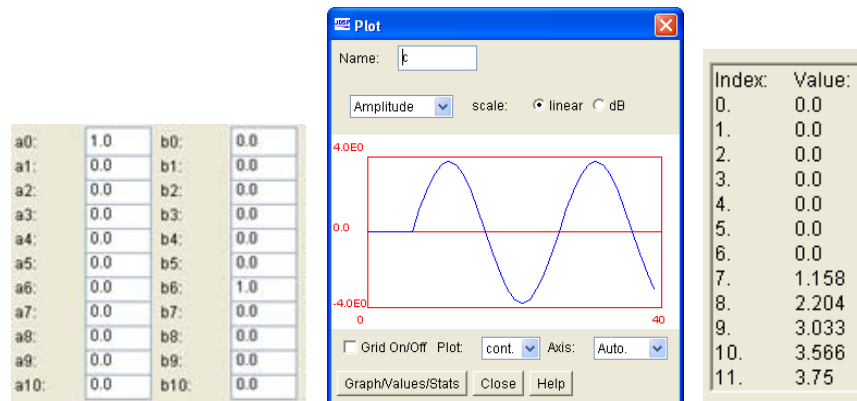
μηδενικούς εκτός των a_0 και b_0 που είναι ίσοι με 1, το σήμα μας παραμένει το ίδιο όπως έχει παραχθεί αρχικά. Αυτό μπορούμε να το επαληθεύσουμε αντικαθιστώντας τις μεταβλητές ανάλογα στην εξίσωση.

Για να αυξήσουμε την ισχύ του παραγόμενου σήματος, αυξάνουμε τον συντελεστή b_0 . Καθορίζουμε την τιμή του σε 4 και παρατηρούμε ότι το μέγεθος του σήματος τετραπλασιάζεται (Σχ. 2.9). Το μέγιστο μέγεθος του σήματος από 3.75 γίνεται $4 \cdot 3.75$ ($1.5e^1$). Έχουμε την δυνατότητα να μειώσουμε το μέγεθος του σήματος καθορίζοντας τον συντελεστή μικρότερο της μονάδας.



Σχήμα 2.9 – Αύξηση ισχύς σήματος

Τώρα σκοπός μας είναι να δημιουργήσουμε καθυστέρηση στο σήμα, ώστε η ταλάντωση του σήματος να αρχίζει σε μεταγενέστερο στάδιο από το πρώτο δείγμα. Εκτελούμε μετακίνηση (shift) του σήματος προς τα δεξιά. Επιτυγχάνουμε αυτή την μετακίνηση χωρίς να αλλάζουμε το παραγόμενο σήμα, καθορίζοντας ένα εκ των συντελεστών b_1 - b_{10} σε μονάδα και αφήνοντας τους υπόλοιπους μηδενικούς. Ανάλογα με τον αριθμό συντελεστή που αναθέτουμε τιμή, το σήμα μετακινείται τόσα δείγματα όσο ο αριθμός του συντελεστή. Παράδειγμα εάν αναθέσουμε τιμή στον b_6 συντελεστή το σήμα καθυστερεί $6+1$ δείγματα όπως πιο κάτω (Σχ. 2.10). Επίσης υπάρχει η δυνατότητα να συνδυάσουμε τα πιο πάνω, δηλαδή να αυξήσουμε ή να μειώσουμε το πλάτος και ταυτόχρονα να μετακινήσουμε το σήμα καθορίζοντας τον πιο πάνω συντελεστή μεγαλύτερο ή μικρότερο της μονάδας.



Σχήμα 2.10 – Καθυστέρηση σήματος κατά 7 δείγματα

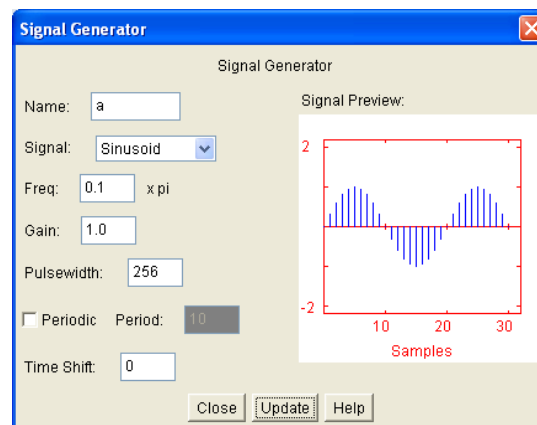
Πιο κάτω θα μελετήσουμε άλλες σημαντικές παραμέτρους του φίλτρου, όπως η απόκριση συχνότητας του, δίνοντας την γραφική παράσταση του μεγέθους και της φάσης της. Η απόκριση συχνότητας του φίλτρου υποδεικνύει την συμπεριφορά του φίλτρου που έχει στα εισερχόμενα σήματα. Χρησιμοποιούμε το μπλοκ frequencyresponse, συνδέοντας το με το μπλοκ του φίλτρου, όπως φαίνεται και στο αρχικό σχήμα 2.7. Το μπλοκ της απόκρισης συχνότητας μπορεί να συνδεθεί με οποιοδήποτε μπλοκ που παράγει συντελεστές φιλτραρίσματος. Η εξίσωση που υπολογίζει την απόκριση συχνότητας του είναι η σχέση 2.3, η οποία ουσιαστικά είναι ο διακριτός μετασχηματισμός (DFT) της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου που θα μελετήσουμε σε μεταγενέστερο στάδιο.

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{\sum_{t=0}^L b_t e^{-j\Omega t}}{1 + \sum_{t=1}^M a_t e^{-j\Omega t}} \quad (2.3)$$

Όπως βλέπουμε από την εξίσωση, η απόκριση συχνότητας φίλτρου εξαρτάται από τους συντελεστές του φίλτρου a και b. Οι feedback συντελεστές είναι αντιστρόφως ανάλογοι του μεγέθους, καθώς οι feed-forward είναι ευθέως ανάλογοι. Όπου Ω είναι η γωνιακή συχνότητα και j ο φανταστικός αριθμός. Το αποτέλεσμα της σχέσης αυτής

διαπιστώνουμε ότι είναι μιγαδικός αριθμός (δηλ. $\text{real} + j \cdot \text{imaginary}$) εάν εφαρμόσουμε την ταυτότητα Euler.

Για να εκτελέσουμε ένα βαθυπερατό (lowpass) φίλτρο, το οποίο αφήνει και ενισχύει τις χαμηλές συχνότητες καθώς αποκόπτει τις υψηλές, καθορίζουμε τους συντελεστές $b_0=0.3$ και $a_1=-0.9$, αφήνοντας τους υπόλοιπους μηδενικούς (Σχ. 2.12). Για παραγόμενο σήμα δημιουργούμε ένα ημιτονοειδές σήμα με συχνότητα 0.1π , μέγιστο μέγεθος 1 και πλάτος παλμού 256 δείγματα (Σχ. 2.11).



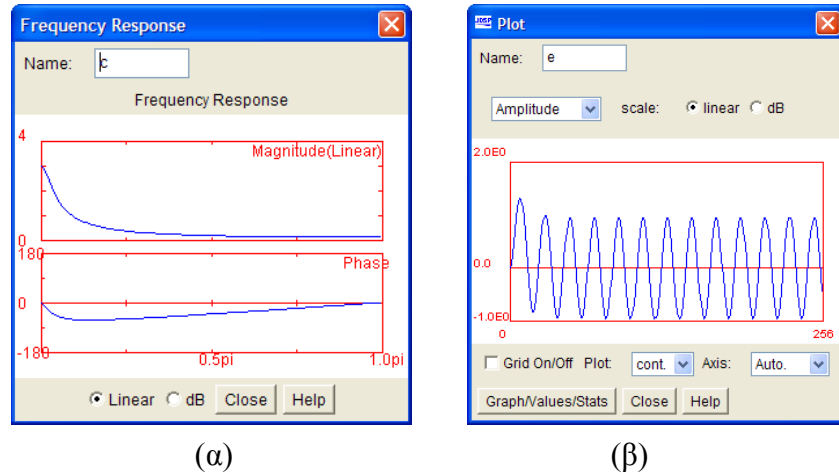
Σχήμα 2.11 – Παραγωγή ημιτονοειδούς σήματος

a0:	1	b0:	0.3
a1:	-0.9	b1:	0.0
a2:	0.0	b2:	0.0
a3:	0.0	b3:	0.0
a4:	0.0	b4:	0.0
a5:	0.0	b5:	0.0
a6:	0.0	b6:	0.0
a7:	0.0	b7:	0.0
a8:	0.0	b8:	0.0
a9:	0.0	b9:	0.0
a10:	0.0	b10:	0.0

Σχήμα 2.12 – Συντελεστές βαθυπερατού φίλτρου

Επιλέγουμε και εμφανίζουμε τα μπλοκ της απόκρισης συχνότητας και του τελικού σήματος (Σχ. 2.13). Η πρώτη γραφική παράσταση (Σχ. 2.13α) απεικονίζει το μέγεθος της απόκρισης συχνότητας, το οποίο υπολογίζεται εάν βρούμε το μέτρο της εξίσωσης 2.3 και του μιγαδικού αριθμού, δηλ. $\text{Magnitude}(H(e^{j\Omega}))$. Το μέγεθος αυτό υποδεικνύει την συμπεριφορά του φίλτρου στις διάφορες συχνότητες ($0-\pi$). Η δεύτερη γραφική παράσταση του Σχήματος 2.13α, απεικονίζει τη φάση της απόκρισης, η οποία εξάγεται υπολογίζοντας την φάση της εξίσωσης 2.3 του μιγαδικού αριθμού, (δηλ. $\text{Argument}(H(e^{j\Omega}))$). Παρατηρούμε στο γράφημα του τελικού σήματος να παραμένει ανέπαφο το σήμα διότι η χαμηλή συχνότητα του σήματος (0.1π) δεν επηρεάζεται από το

φίλτρο, αφού αφήνει τις χαμηλές συχνότητες (Σχ. 2.13β). Αυτό διαφαίνεται και από τη συμπεριφορά του φίλτρου στο γράφημα του μεγέθους της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 2.13α), εάν παρατηρήσουμε ότι στη συχνότητα 0.1π το μέγεθος είναι περίπου στη μονάδα, οπότε η συχνότητα 0.1π παραμένει ανέπαφη.

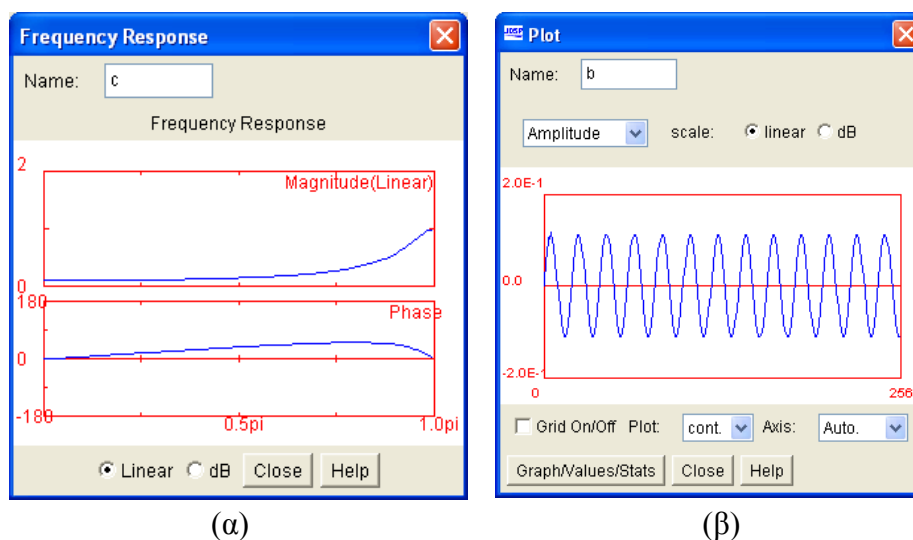


Σχήμα 2.13 – Απόκριση συχνότητας βαθυπερατού φίλτρου και φιλτραρισμένο σήμα

Τώρα για να επιτύχουμε ένα υψηπερατό highpass φίλτρο, δηλαδή από το οποίο διαπερνούν οι υψηλές συχνότητες και αποκόπτονται οι χαμηλές, καθορίζουμε θετικό τον feedback συντελεστή και αφήνουμε τα υπόλοιπα όπως στο lowpass φίλτρο (Σχ. 2.14). Παρατηρώντας το γράφημα της απόκρισης συχνότητας, στο σημείο της συχνότητας του αρχικού σήματος 0.1π εξασθενεί αφού η τιμή της είναι κοντά στο μηδέν (Σχ. 2.15α). Έτσι παρατηρούμε μείωση της ισχύς του σήματος όσες φορές αποκόπτεται η συχνότητα του (Σχ. 2.15β).

a0:	1.0	b0:	0.2
a1:	0.8	b1:	0.0
a2:	0.0	b2:	0.0
a3:	0.0	b3:	0.0
a4:	0.0	b4:	0.0
a5:	0.0	b5:	0.0
a6:	0.0	b6:	0.0
a7:	0.0	b7:	0.0
a8:	0.0	b8:	0.0
a9:	0.0	b9:	0.0
a10:	0.0	b10:	0.0

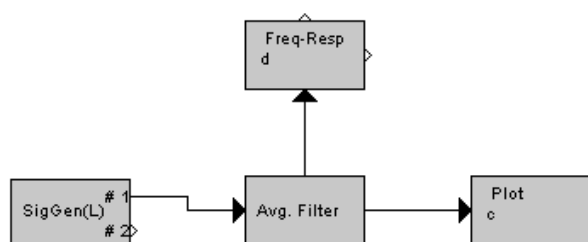
Σχήμα 2.14 – Συντελεστές υπερπαρατού φίλτρου



Σχήμα 2.15 - Απόκριση συχνότητας υπερπαρατού φίλτρου και φιλτραρισμένο σήμα

Μια άλλη σημαντική εφαρμογή στη ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι το φιλτράρισμα μέσου όρου (averagefilter). Συχνά αποτελεί χρήσιμο σε πολλές εφαρμογές, όπως στη μείωση θορύβου σε σήματα και εικόνες.

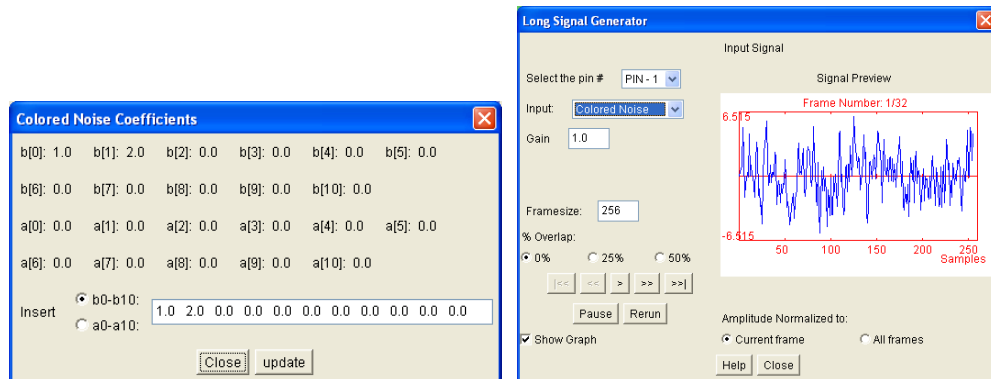
Για να εκτελέσουμε το φιλτράρισμα μέσου όρου θέτουμε τα μπλοκ όπως πιο κάτω (Σχ. 2.16). Παράγουμε ένα σήμα έγχρωμου θορύβου 256 δειγμάτων με το signalgeneratorlong. Περνώντας το από ένα φίλτρο μέσου όρου προσπαθούμε να εξομαλύνουμε το σήμα και να απαλείψουμε τον θόρυβο.



Σχήμα 2.16 – Προσομοίωση φίλτρου μέσου όρου

Επιλέγουμε έγχρωμο θόρυβο για παραγόμενο σήμα, καθορίζοντας τους συντελεστές του. Οι συντελεστές αυτοί εξυπηρετούν στο να μετατρέπουν τον άσπρο θόρυβο σε

έγχρωμο θόρυβο (Σχ. 2.17). Για τον καθορισμό του φίλτρου χρειάζεται η τάξη του σε αριθμό δειγμάτων. Ουσιαστικά το φίλτρο αυτό αποτελεί ένα lowpassFIR φίλτρο, το οποίο εκτελεί averaging στο εισερχόμενο σήμα. Το φίλτρο ορίζεται από ένα παράθυρο μεγέθους L δειγμάτων το οποίο εκτελείται για εξομάλυνση στο σήμα. Εμείς καθορίζουμε το μέγεθος του παραθύρου σε δείγματα. Αναλόγως του μεγέθους παραθύρου του φίλτρου, επηρεάζεται ανάλογα και το εισερχόμενο σήμα.



Σχήμα 2.17 – Συντελεστές και σήμα έγχρωμου θορύβου

Η εξίσωση φιλτραρίσματος μέσου όρου στο σήμα είναι η παρακάτω (εξ. 2.4), όπου L είναι το μέγεθος φίλτρου σε αριθμό δειγμάτων και x(n), y(n) το εισερχόμενο και φιλτραρισμένο σήμα αντίστοιχα.

$$y(n) = \left(\frac{1}{L} + 1\right) \sum_{i=0}^L x(n-i)$$

(2.4)

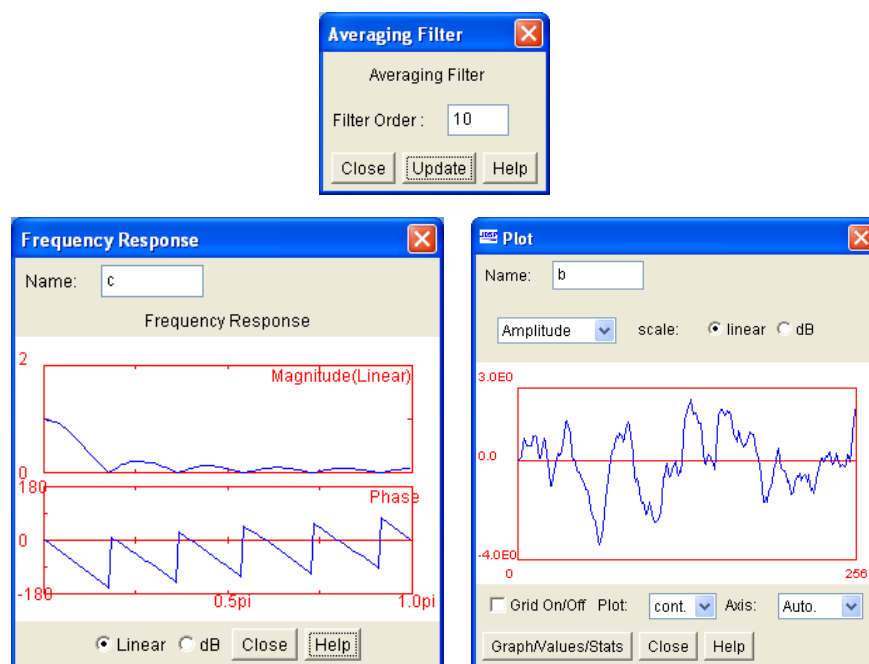
Επίσης το φίλτρο μέσου όρου εκτός από το εξερχόμενο φιλτραρισμένο σήμα παράγει feedback και feed-forward συντελεστές, οι οποίοι με την σειρά τους καθορίζουν την απόκριση συχνότητας του φίλτρου με το μπλοκ frequencyresponse. Όσα είναι τα δείγματα παραθύρου τόσους συντελεστές παράγει το φίλτρο. Στο J-DSP μπορούμε να καθορίσουμε έως 255 δείγματα μεγέθους φίλτρου όσους και οι συντελεστές που παράγονται. Οι συντελεστές feedback a_i είναι όλοι μηδενικοί εκτός από τον αρχικό, ενώ οι feed-forward b_i ορίζονται ως το αντίστροφο του μεγέθους παραθύρου (εξ. 2.5).

$$b(i) = \frac{1}{L+1} \quad \text{για } i=0..L$$

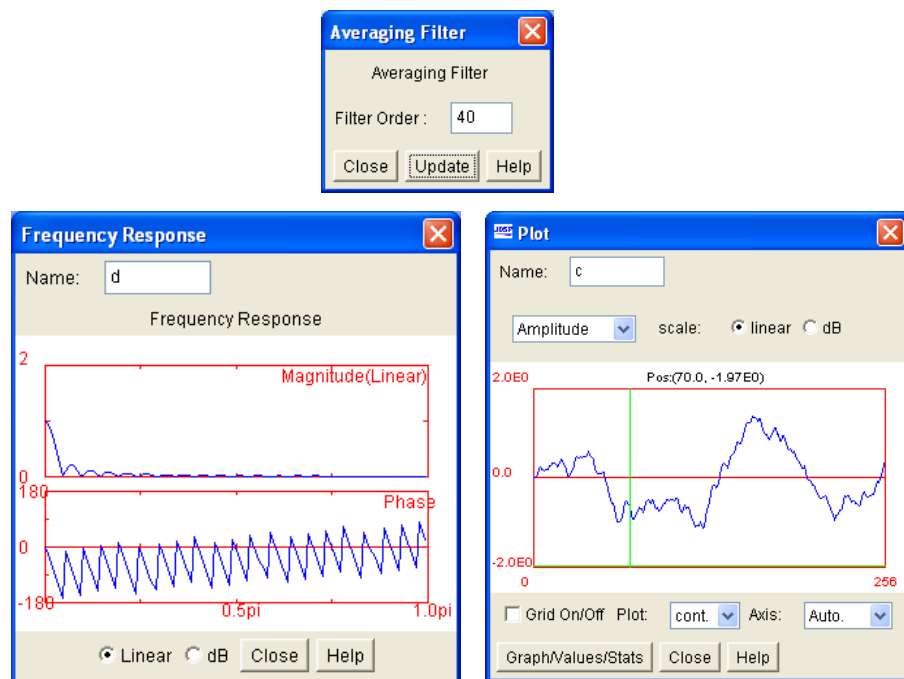
$$a(0) = 1 \quad \text{και} \quad a(i) = 0 \quad \text{για } i=1..L$$

(2.5)

Καθορίζουμε το μέγεθος παραθύρου του φίλτρου σε 10 δείγματα και απεικονίζουμε το τελικό φιλτραρισμένο σήμα καθώς και την γραφική παράσταση της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 2.18). Αντιλαμβανόμαστε ότι το σήμα που παράγεται είναι πιο ομαλό σε σχέση με το αρχικό σήμα έγχρωμου θορύβου (Σχ. 2.17). Με την πράξη μέσου όρου εξομαλύνουμε δηλαδή αφαιρούμε τον θόρυβο από το αρχικό σήμα αφήνοντας τη βασική πληροφορία που περιέχει το σήμα. Αν αυξήσουμε περισσότερο την τάξη του φίλτρου (Σχ. 2.18) ομαλοποιούμε το σήμα ακόμη περισσότερο, αλλά ίσως χάσουμε μόνιμα σημαντική πληροφορία.



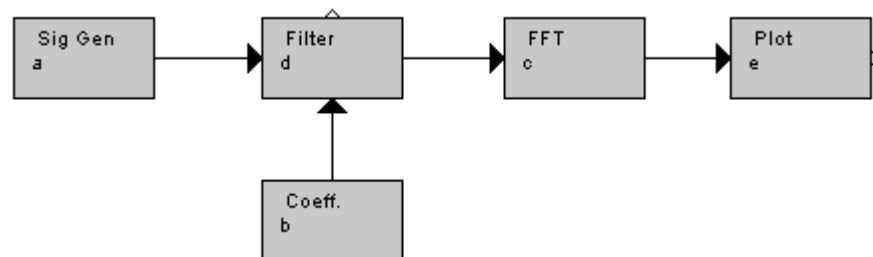
Σχήμα 2.18 – Απόκριση συχνότητας 10^{ης} τάξης average φίλτρου και φιλτραρισμένο σήμα



Σχήμα 2.19 – Απόκριση συχνότητας 40^{ης} τάξης averageφίλτρου και φιλτραρισμένο σήμα

2.2.2 Μετασχηματισμός Διακριτών Σημάτων

Μέχρι τώρα αναπαραστήσαμε τα σήματα μας βάσει χρονικών πλαισίων (time-domain). Στην επόμενη εφαρμογή θα δούμε πως συμπεριφέρεται το σήμα στο φάσμα συχνοτήτων, δηλαδή σε frequency-domain. Για να το πετύχουμε αυτό, επαναλαμβάνουμε ξανά την προσομοίωση που χρησιμοποιήσαμε πριν, αλλά σ' αυτή την περίπτωση τοποθετούμε ένα μπλοκ μετασχηματισμού FFT μεταξύ του φίλτρου και της γραφική παράστασης του τελικού σήματος (Σχ. 2.20). Με αυτό τον τρόπο βλέπουμε το συχνοτικό φάσμα που αποτελεί το σήμα.



Σχήμα 2.20 – Προσομοίωση FFT

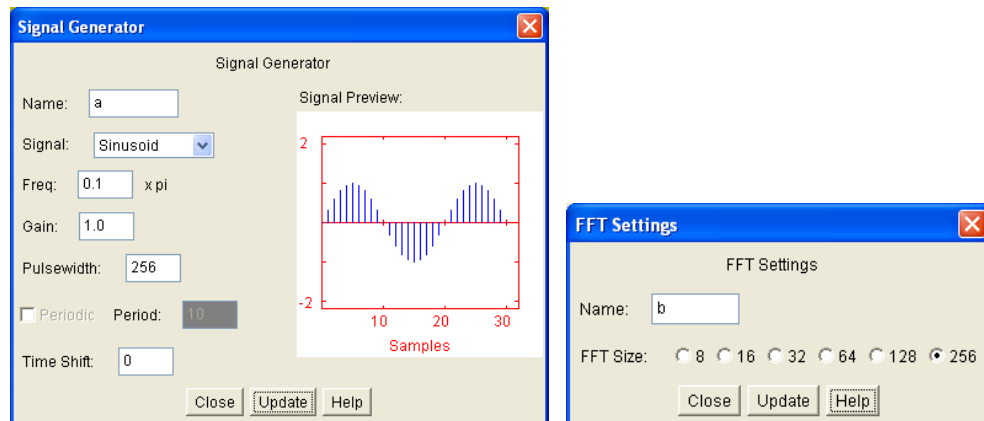
Παράγουμε ένα ημιτονοειδές σήμα από το siggen με μέγεθος 1, συχνότητα 0.1π και πλάτος παλμού 256 δειγμάτων. Ως lowpass φίλτρο καθορίζουμε τους συντελεστές $b_0=0.2$ και $a_1=-0.8$, αφήνοντας τους υπόλοιπους μηδενικούς. Για τον μετασχηματισμό FFT καθορίσουμε το μέγεθος του σε 256 σημεία ανάλυσης (Σχ. 2.21). Το μπλοκ αυτό εκτελεί τον αλγόριθμο του ταχύ μετασχηματισμού Φουριέ, χρησιμοποιώντας την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 2.6).

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}$$

(2.6)

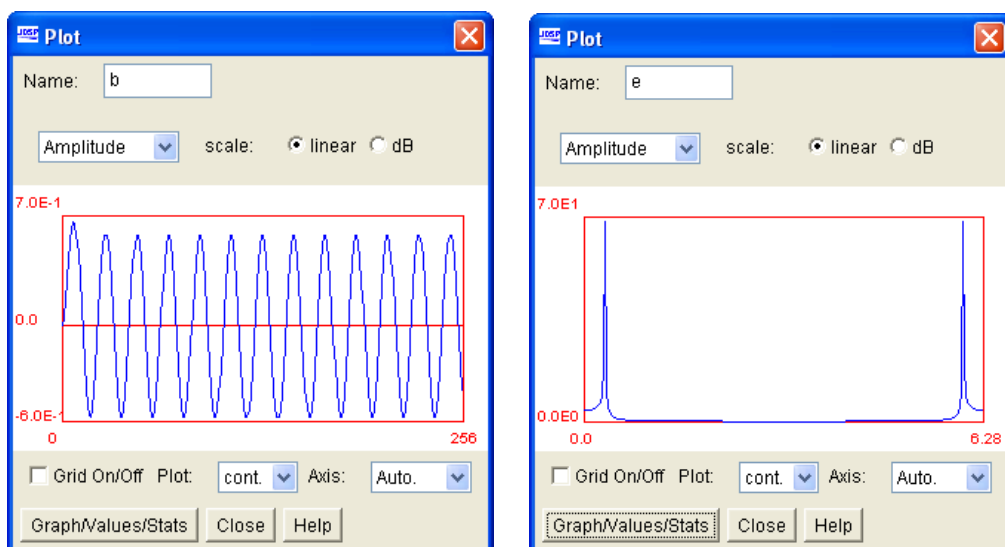
Όπου $X(k)$ είναι το σήμα εξόδου στο φάσμα συχνοτήτων και k η αντίστοιχη συχνότητα. $x(n)$ είναι το εισερχόμενο φιλτραρισμένο σήμα βάσει χρονικών πλαισίων που θα υποστεί τον μετασχηματισμό. Με N είναι το μέγεθος του μετασχηματισμού που πρέπει

να καθορίσουμε. Η μεταβλητή k κυμαίνεται στα πλαίσια του μεγέθους δειγμάτων του μετασχηματισμού, δηλαδή $k=0 \dots N-1$.



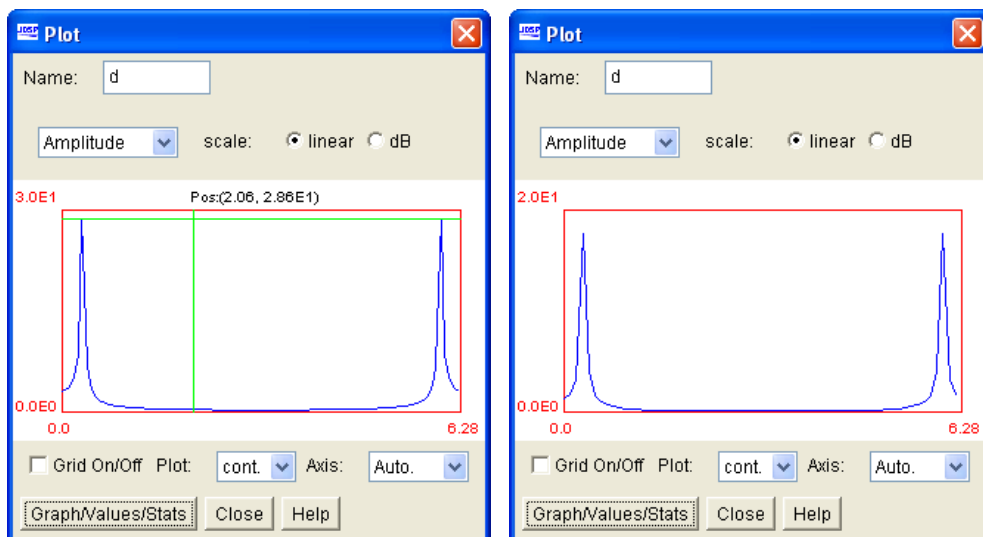
Σχήμα 2.21–Παραγωγή ημιτονοειδούς σήματος και μέγεθος μετασχηματισμού FFT

Έτσι ο FFT μετασχηματισμός δίνει το φιλτραρισμένο σήμα στο φάσμα συχνοτήτων από 0 έως 2π ακτίνια, σε 256 δείγματα. Συγκρίνουμε τις δύο γραφικές παραστάσεις της *timedomain* και της *frequencydomain* (Σχ. 2.22). Παρατηρούμε ότι το μέγεθος του μετασχηματισμού στη γραφική παράσταση της συχνότητας και παίρνει μέγιστο μέγεθος στη τιμή συχνότητας 0.31 και 5.97 ($2\pi-0.31$). Αυτό μπορούμε να το δικαιολογήσουμε διότι το αρχικό παραγόμενο σήμα έχει συχνότητα 0.1π , δηλαδή 0.314.



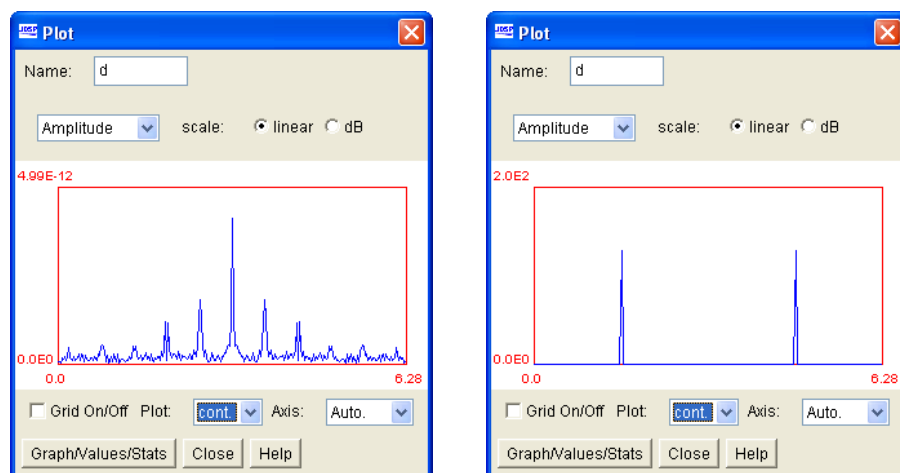
Σχήμα 2.22 – Γραφήματα χρόνου και συχνότητας του σήματος

Εάν μειώσουμε το μέγεθος του μετασχηματισμού παίρνουμε αντίστοιχα πιο μικρές τιμές μεγέθους FFT στις αντίστοιχες κορυφές της γραφικής παράστασης, καθώς η ανάλυση του μετασχηματισμού μειώνεται (Σχ. 2.23).



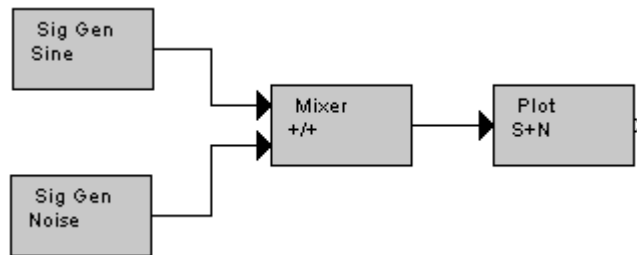
Σχήμα 2.23 – Γραφήματα FFT για μεγέθη $N=128$ (αριστερά) και $N=64$ (δεξιά)

Δοκιμάζουμε ημιτονοειδείς σήματα συχνότητας π και $\pi/2$, για να δούμε την συμπεριφορά μετασχηματισμού FFT. Για π συχνότητα σήματος διαπιστώσαμε και πάλι η γραφική παράσταση του FFT παίρνει μέγιστο πλάτος στη τιμή 3.14 (π ακτίνια) της συχνότητας του ημιτονοειδούς σήματος. Για παραγόμενο σήμα συχνότητας 1.5π , το μέγιστο πλάτος της γραφικής παράστασης του μετασχηματισμού βρίσκεται στις τιμές 1.5π και $(2\pi - 1.5\pi)$ αντίστοιχα, όπως πιο κάτω (Σχ. 2.24).



Σχήμα 2.24 – Γραφήματα FFT για συχνότητες σήματος $\Omega=\pi$ και $\Omega=1.5\pi$

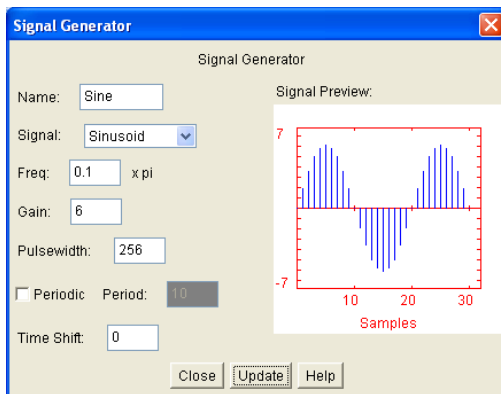
Στο επόμενο κομμάτι θα δούμε πως μπορούμε να δημιουργήσουμε θόρυβο σε ένα σήμα και να δούμε την επίδραση που έχει στο γράφημα του μετασχηματισμού. Γι' αυτό το σκοπό μπορούμε να προσθέσουμε σε ένα καθαρό σήμα κάποιο άλλο σήμα που μπορεί να αποτελέσει τον θόρυβο. Αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε χρησιμοποιώντας το μπλοκ Mixer (Σχ. 2.25), το οποίο εκτελεί πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης μεταξύ των δύο σημάτων βασισμένο στα πρόσημα που καθορίζουμε εμείς.



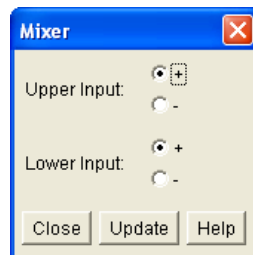
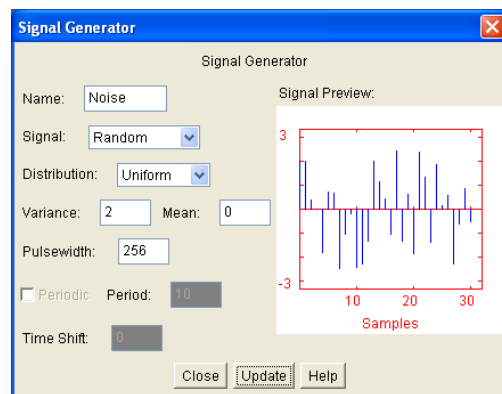
Σχήμα 2.25 – Προσομοίωση για πρόσθεση σημάτων

Παράγουμε ένα ημιτονοειδές σήμα (Sine) και ένα τυχαίο σήμαως σήμα θορύβου (Noise). Τα συνδέουμε στο μπλοκ Mixer ώστε να προστεθούν ανάλογα με τα πρόσημα που επιλέγουμε από το μπλοκ και να δημιουργήσουν κάποιο θόρυβο στο ημιτονοειδές σήμα (Σχ. 2.25).

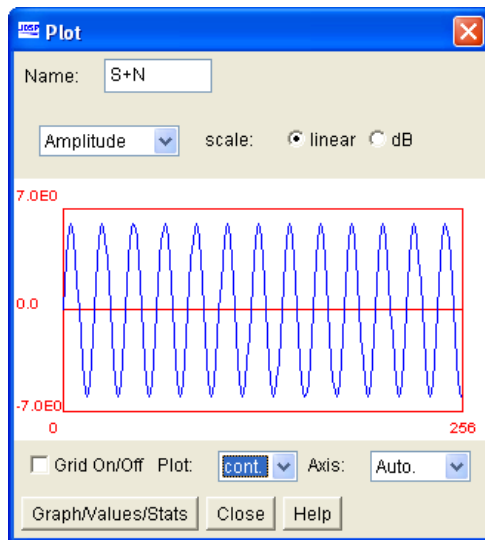
Ημιτονοειδές σήμα



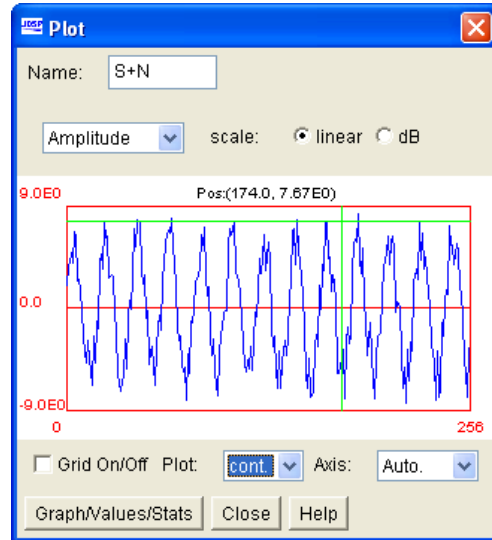
Σήμα θορύβου (τυχαίο)



Αρχικό σήμα (χωρίς θόρυβο)



Σήμα με θόρυβο

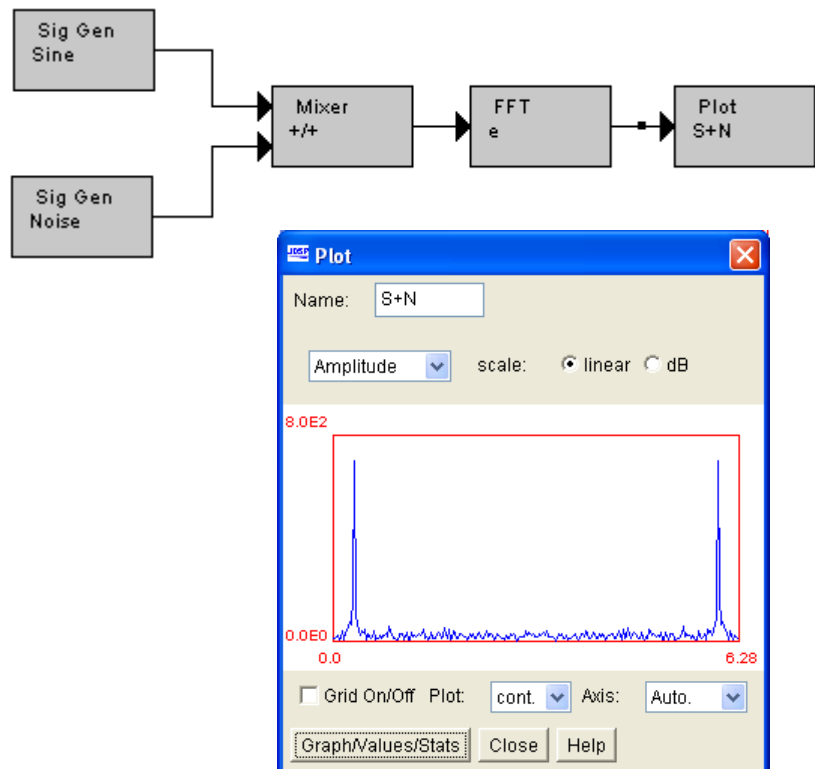


Σχήμα 2.26–Αποτελέσματα προσομοίωσης 2.25

Προσθέτοντας τα δύο σήματα παρατηρούμε μια αλλοίωση του αρχικού σήματος δημιουργώντας θόρυβο. Είναι δύσκολο να διαπιστώσουμε καθαρά το ημιτονοειδές σήμα στην τελική γραφική παράσταση βάσει χρονικών πλαισίων (Σχ. 2.26).

Εάν αναπαραστήσουμε το τελικό σήμα στο πεδίο συχνοτήτων χρησιμοποιώντας ένα μπλοκ FFT, παρατηρούμε διατήρηση της συχνότητας του ημιτονοειδούς σήματος

(0.1π), παρά τη παρουσία θορύβου (Σχ. 2.27). Επίσης στο σχήμα παρατηρούμε θόρυβο στον μετασχηματισμό δηλαδή επιπρόσθετες κυματομορφές εκτός των κορυφών που αντιπροσωπεύουν την συχνότητα του ημιτονοειδούς. Αυτό εξηγείται διότι οι συνιστώσες του σήματος θορύβου που προστίθενται στο ημιτονοειδές σήμα κατέχουν κάποιες τιμές συχνοτήτων και έτσι επηρεάζουν το γράφημα του μετασχηματισμού δημιουργώντας διακυμάνσεις στα αντίστοιχα σημεία συχνοτήτων.



Σχήμα 2.27 – Προσομοίωση και γράφημα FFT του θορυβώδες σήματος

2.2.3 Επεξεργασία Διακριτών Σημάτων σε Ηλεκτρονικές Συσκευές

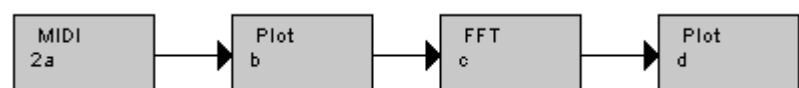
Είναι ενδιαφέρον να αναλύσουμε και να κατανοήσουμε σήματα που χρησιμοποιούνται στην καθημερινή μας ζωή και πως επηρεάζουν διάφορες λειτουργίες. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, παρουσιάζονται σε πολλές ηλεκτρονικές συσκευές που διαθέτουν λειτουργίες ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων. Παραδείγματα συσκευών αποτελούν διαφόρων ειδών τηλέφωνα και μουσικά όργανα.

Όπως γνωρίζουμε τα πλήκτρα του τηλεφώνου παράγουν κάποιο χαρακτηριστικό ήχο διαφορετικό το καθένα, παράγοντας ηχητικά σήματα. Τα σήματα αυτά παράγονται από μια μονάδα τηλεφώνου, λεγόμενη DTMF, δηλαδή DualToneMulti-Frequencygenerator.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα μουσικού οργάνου με ηχητικά σήματα είναι το ηλεκτρονικό πιάνο. Διαθέτει πλήκτρα, τα οποία παράγουν το καθένα διαφορετικό ηχητικό τόνο. Το ηλεκτρονικό πιάνο αποτελεί έναMIDItonegenerator. Το MIDI αποτελεί τα αρχικά του MusicalInstrumentDigitalInterface και είναι ένα στάνταρτ που παρέχει ψηφιακή διαπροσωπεία που βασίζεται στα μουσικά όργανα.

Το εργαλείο J-DSP διαθέτει ένα MIDItonegenerator, παρέχοντας στο χρήστη μια γραφική διαπροσωπεία πλήκτρων ηλεκτρονικού πιάνου. Το καθένα πλήκτρο παράγει συνημιτονοειδές σήμα με διαφορετική συχνότητα. Οι συχνότητες αυτές αντιστοιχούν με τους γνωστούς μουσικούς τόνους-νότες.

Χρησιμοποιώντας το J-DSP, θα παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά των τόνων MIDI, συμπεριλαμβάνοντας μετρήσεις των συχνοτήτων και περιόδων τους. Για να το επιτύχουμε αυτό, αρχικά θέτουμε το γραφικό μπλοκ MIDIγια να παράγουμε τους ηχητικούς τόνους (Σχ. 2.28). Επιθυμούμε να παρατηρήσουμε για κάθε πλήκτρο που αντιστοιχεί σε μουσική νότα, το ηχητικό συνημιτονοειδές σήμα σε χρονικά και συχνότητας πλαίσια. Έτσι συνδέουμε ένα Plot στο μπλοκ MIDI αναπαριστώντας το σήμα σε χρονικά πλαίσια και στη συνέχεια συνδέουμε ένα μπλοκ FFT μετασχηματισμού για να παρατηρήσουμε το σήμα βάσεισυχνοτήτων.



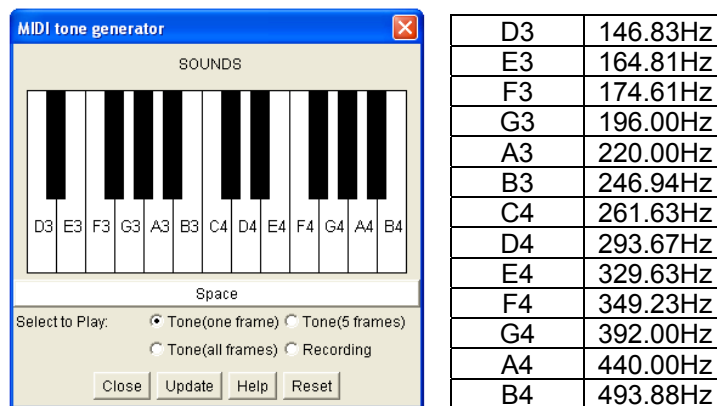
Σχήμα 2.28 – Προσομοίωση FFTγια τόνους MIDI

Μέσα από το μπλοκ MIDItonegenerator μπορούμε να επιλέξουμε την μουσική νότα στο εικονικό πιάνο που διαθέτει καθώς και να καθορίσουμε το μέγεθος τόνου σε πλαίσια των 256 δειγμάτων (Σχ. 2.29).Επιλέγοντας κάποιο πλήκτρο, παράγεται το αντίστοιχο ηχητικό συνημιτονοειδές σήμα με την αντίστοιχη συχνότητα. Η εξίσωση του σήματος που παράγεται φαίνεται πιο κάτω (εξ. 2.7).

$$y = \cos(2\pi f T n)$$

(2.7)

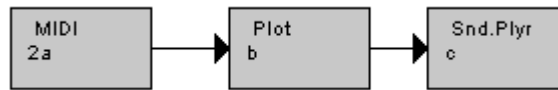
Όπου f είναι η στάνταρντ συχνότητα των τόνων MIDI για κάθε πλήκτρο, T η περίοδος δειγματοληψίας και n η μεταβλητή του χρόνουσε δείγματα. Στο πιο κάτω σχήμα (Σχ. 2.29) φαίνονται αριθμημένα τα πλήκτρα με τις αντίστοιχες συχνότητες, όπως προβλέπει το MIDI.



Σχήμα 2.29 – Τόνοι MIDIμε τις αντίστοιχες συχνότητες

Όπως γνωρίζουμε από το πιάνο, τα πλήκτρα του από αριστερά παράγουν χοντρό ήχο και πηγαίνοντας προς τα δεξιά ο ήχος γίνεται πιο λεπτός. Στο εργαλείο μπορούμε να αναπαράγουμε και να ακούσουμε τον ήχο του πλήκτρου που επιλέγουμε χρησιμοποιώντας το μπλοκ soundplayer. Συνδέοντας το με το μπλοκ Plot που

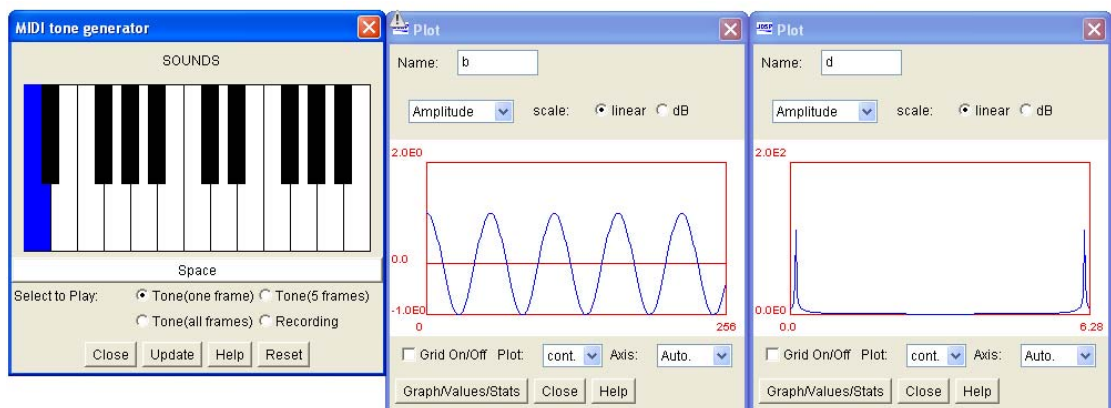
παρουσιάζει το ηχητικό σήμα είτε απευθείας με το MIDIgenerator, επιτυγχάνουμε την αναπαραγωγή (Σχ. 2.30).



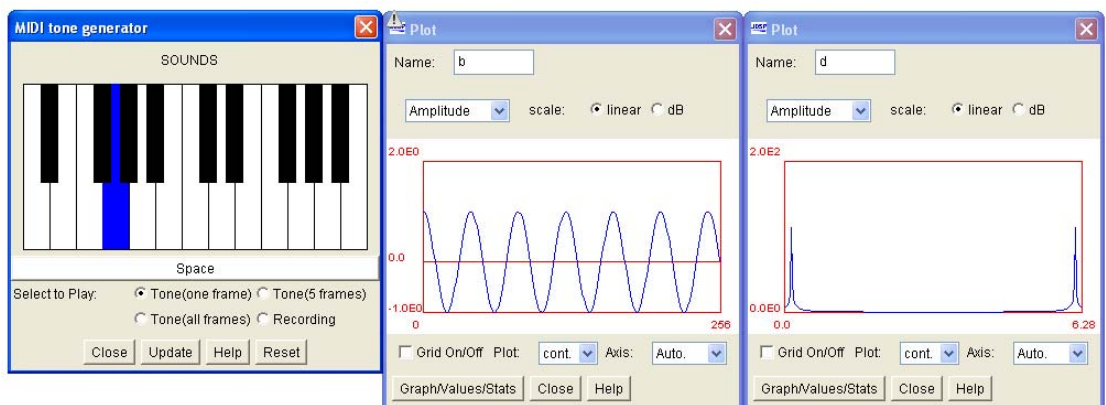
Σχήμα 2.30 – Προσομοίωση για αναπαραγωγή ήχων MIDI

Επιλέγουμε από το MIDIgenerator να έχουμε τόνο ενός πλαισίου δηλαδή 256 δειγμάτων. Για κάθε ηχητικό σήμα ενός πλαισίου που παράγουμε με το αντίστοιχο πλήκτρο έχουμε δύο γραφικές παραστάσεις. Βάσει χρονικών πλαισίων πριν από τον μετασχηματισμό και βάσει συχνοτήτων μετά τον μετασχηματισμό. Καθορίζουμε το μέγεθος του μετασχηματισμού FFT σε 256. Συγκρίνουμε τις γραφικές παραστάσεις των συνημιτονοειδών σημάτων τεσσάρων πλήκτρων που επιλέξαμε (Σχ. 2.31α-δ). Κάνουμε μετρήσεις συχνότητας και περιόδου στο κάθε ένα για σκοπούς σύγκρισης.

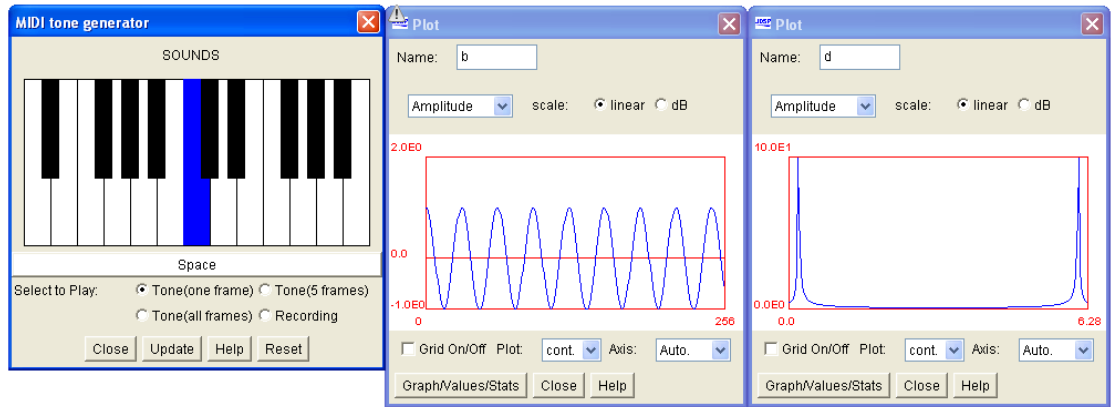
(α) $\omega = 0.123 \text{ rad/sam}$, $T = 55 \text{ samples}$



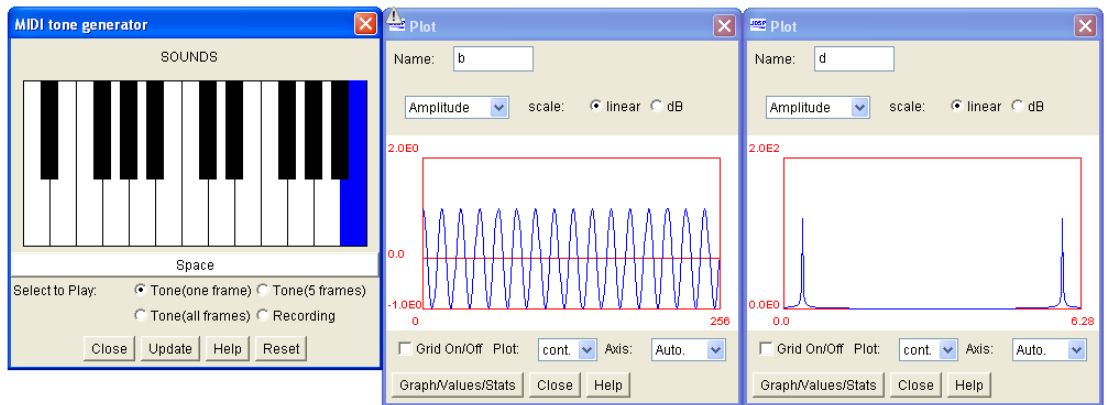
(β) $\omega = 0.147 \text{ rad/sam}$, $T = 41 \text{ samples}$



$$(\gamma) \quad \omega = 0.197 \text{ rad/sam}, \quad T = 31 \text{ samples}$$



$$(\delta) \quad \omega = 0.394 \text{ rad/sam}, \quad T = 16 \text{ samples}$$



Σχήμα 2.31 – Γραφήματα σημάτων MIDI και ο αντίστοιχος FFT

Παρατηρώντας τις μετρήσεις μας σε συνδυασμό με τα παραγόμενα ηχητικά σήματα του κάθε πλήκτρου, συμπεραίνουμε ότι όσο πιο υψηλή νότα ή λεπτό ήχο έχουμε τόσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα του ηχητικού σήματος και ταυτόχρονα πιο πολλά δείγματα σε κάθε περίοδο. Προφανώς ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή όσο πιο χαμηλή νότα ή χοντρό ήχο έχουμε, τόσο μικρότερη είναι η συχνότητα σήματος και περισσότερα δείγματα σε μια περίοδο. Αντίστοιχα όταν έχουμε μεγαλύτερη συχνότητα ήχου η κορυφή στην αντίστοιχη συχνότητα του μετασχηματισμού FFT παρουσιάζεται πιο δεξιά (Σχ. 2.31δ), ενώ ισχύει και για το αντίστροφο (Σχ. 2.31α).

Η μονάδα παραγωγής τόνων DualToneMulti-Frequency, η οποία παρουσιάζεται στις συσκευές τηλεφώνων, διατίθεται στο εργαλείο J-DSP μέσω γραφικού μπλοκ κουμπιών παρόμοιο με τη διεπαφή χρήστη του τηλεφώνου. Η επιλογή ενός αριθμού στο πληκτρολόγιο του τηλεφώνου, ισοδυναμεί με ένα ηχητικό σήμα DualTone, δύο συνημιτονοειδών συνιστωσών. Με λίγα λόγια το DTMF κωδικοποιεί κάθε αριθμό τηλεφώνου σε ένα ηχητικό σήμα διπλού τόνου. Η συσκευή τηλεφώνου με τη σειρά της παίρνει το ηχητικό σήμα και αναγνωρίζει τις δύο συνιστώσες συχνότητες του σήματος ανιχνεύει τον αριθμό που αντιστοιχεί βάσει του προτύπου DTMF (Σχ. 2.33), έτσι ώστε να επιτευχθεί η κλήση στον ανάλογο αριθμό.



Σχήμα 2.32 – DTMFtonegenerator

Επιλέγοντας το μπλοκ DTMFtones στο εργαλείο J-DSP, απεικονίζεται το παράθυρο με το αριθμημένο πληκτρολόγιο (Σχ. 2.32). Όπως και πριν μπορούμε να παράγουμε σήματα ενός, πέντε ή τριάντα δύο πλαισίων (frames), όπου το κάθε πλαίσιο αντιστοιχεί σε 256 δείγματα σήματος. Η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 8 KHz. Το παραγόμενο σήμα διπλού τόνου (y) αποτελείται από το άθροισμα δύο συνημιτονοειδών συνιστωσών (εξ. 2.8).

$$y = \cos(2\pi f_1 T n) + \cos(2\pi f_2 T n)$$

(2.8)

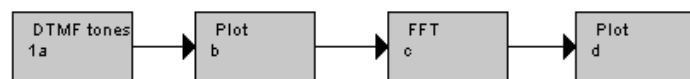
Το T ορίζεται ως η περίοδος δειγματοληψίας σε μονάδες χρόνου και είναι ίση με το αντίστροφο της συχνότητας δειγματοληψίας, δηλ. $1/8000\text{Hz} = 0.000125 \text{ sec}$. Όπου n

είναι η μεταβλητή του χρόνουσε αριθμό δείγματος και f_1 , f_2 οι συχνότητες των δύο συνημιτονοειδών που προβλέπονται από το στάνταρντ DTMF. Σύμφωνα με το DTMFκάθε χαρακτήρας/πλήκτρο αντιστοιχεί σε δύο συχνότητες. Η αντιστοιχία αυτή παρουσιάζεται μέσω ενός πίνακα γραμμών και στηλών, αποτελούμενος από τους χαρακτήρες και τις αντίστοιχες συχνότητες (Σχ. 2.33).

	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz
697 Hz	1	2	3
770 Hz	4	5	6
852 Hz	7	8	9
941 Hz	*	0	#

Σχήμα 2.33 – Πίνακας αριθμών και αντίστοιχων συχνοτήτων βάσει του DTMF

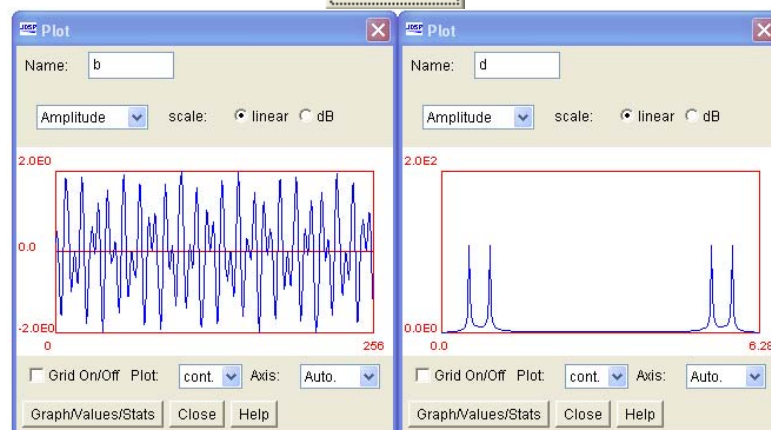
Εάν για παράδειγμα επιλεγεί ο αριθμός 1, οι συχνότητες που θα αποτελείται το ηχητικό παραγόμενο σήμα είναι 697και 1209. Για να επαληθεύσουμε το γεγονός αυτό, θέτουμε τα μπλοκ όπως έχουμε πράξει και στο MIDI με γραφικές παραστάσεις του σήματος σε χρονικά και συχνότητας πλαίσια.



Σχήμα 2.34 – Προσομοίωση FFT τόνων DTMF

Παίρνουμε τη γραφική παράσταση του σήματος με το μπλοκ Plot σε πλαίσια χρονικά πριν από τον μετασχηματισμό και σε πλαίσια συχνοτήτων μετά τον μετασχηματισμό (Σχ. 2.34). Συγκρίνουμε τις γραφικές παραστάσεις για μερικούς χαρακτήρες, υπολογίζοντας τις δύο συχνότητες για κάθε περίπτωση (Σχ. 2.35α-γ).

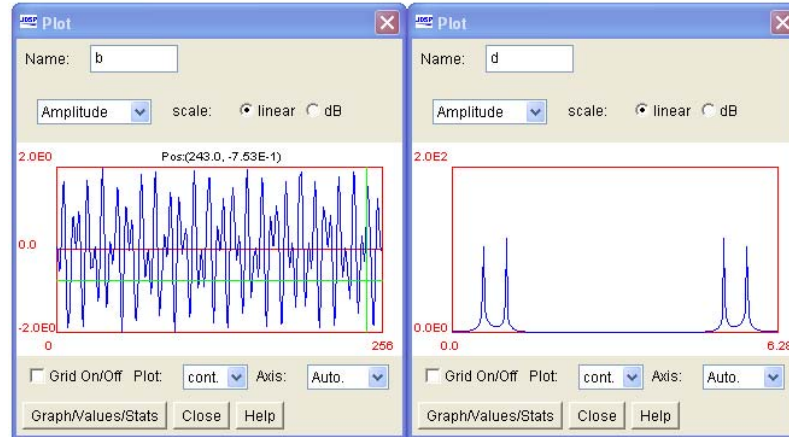
(α) 1



$$\omega_1 = 0.54 \text{ rad/sam} \quad F_1 = 690.19 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 0.96 \text{ rad/sam} \quad F_2 = 1223.52 \text{ Hz}$$

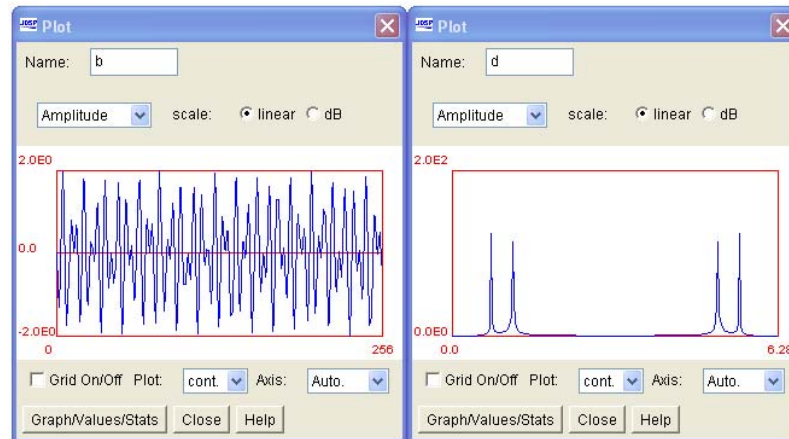
(β) 5



$$\omega_1 = 0.62 \text{ rad/sam} \quad F_1 = 784.31 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 1.06 \text{ rad/sam} \quad F_2 = 1349.01 \text{ Hz}$$

(γ) #



$$\omega_1 = 0.74 \text{ rad/sam} \quad F_1 = 941.17 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 1.16 \text{ rad/sam} \quad F_2 = 1474.51 \text{ Hz}$$

Σχήμα 2.35 – Γραφήματα τόνων DTMF και ο αντίστοιχος FFT τους

Από τις μετρήσεις μας για τρία πλήκτρα DTMF, παρατηρούμε παρόμοια τιμή συχνότητας με τις αντίστοιχες συχνότητες που προβλέπει ο πίνακας του DTMF για τον κάθε χαρακτήρα, με τις ανάλογες κορυφές μετασχηματισμού FFT. Έτσι επαληθεύουμε

τις αναμενόμενες τιμές συχνότητας του σήματος διπλού τόνου που αντιστοιχεί σε κάθε χαρακτήρα.

2.2.4 Συμπεριφορά Ψηφιακών Φίλτρων

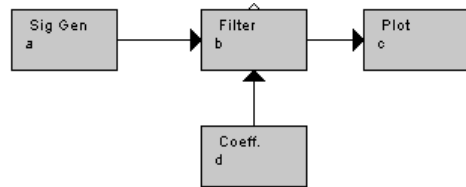
Στη συνέχεια θα δούμε πιο αναλυτικά την συμπεριφορά των ψηφιακών φίλτρων διακριτού χρόνου, χρησιμοποιώντας το J-DSP. Ουσιαστικά τα φίλτρα αυτά αποτελούν συστήματα διακριτού χρόνου. Χαρακτηρίζονται βάσει των ιδιοτήτων τους ως γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα (Linear and Time-Invariant), γι' αυτό και ονομάζονται LTI συστήματα. Ένα σύστημα ονομάζεται γραμμικό εάν στην περίπτωση που η είσοδος του αποτελείται από ένα γραμμικό συνδυασμό σημάτων τότε και η έξοδος του δηλ. η απόκριση του, ισούται με το γραμμικό συνδυασμό των αποκρίσεων των επιμέρους σημάτων ξεχωριστά. Χρονικά αμετάβλητο ονομάζεται το σύστημα του οποίου η συμπεριφορά και οι ιδιότητες δεν αλλάζουν με το χρόνο. Με άλλα λόγια εάν η είσοδος στο σύστημα μετακινηθεί για κάποια τιμή χρόνου τότε και η έξοδος του θα ολισθήσει κατά την ίδια τιμή χρόνου χωρίς να αλλάξει η συμπεριφορά του σήματος εξόδου.

Είναι ανάγκη να αναφερθούμε σε κάποιες συναρτήσεις και ορισμούς που είναι σημαντικοί για την ανάλυση των συστημάτων και σημάτων. Μια βασική συνάρτηση αποτελεί η μοναδιαία βηματική συνάρτηση (unit step function), $u(n)$, όπου n αριθμός δείγματος ή μονάδες χρόνου. Μαθηματικά ορίζεται ως $u(n)=1$ για $n \geq 0$ και $u(n)=0$ για $n < 0$. Μια σημαντική συνάρτηση που θα χρησιμοποιηθεί αρκετά είναι η κρουστική συνάρτηση (impulse function) $\delta(n)$, οι οποίες είναι το αποτέλεσμα της παραγώγου της μοναδιαίας βηματικής. Παίρνει τιμή 1 για μηδενικό χρόνο και για τις άλλες τιμές χρόνου παίρνει τιμή 0, δηλ. $\delta(n)=1$ για $n=0$ και $\delta(n)=0$ για $n \neq 0$.

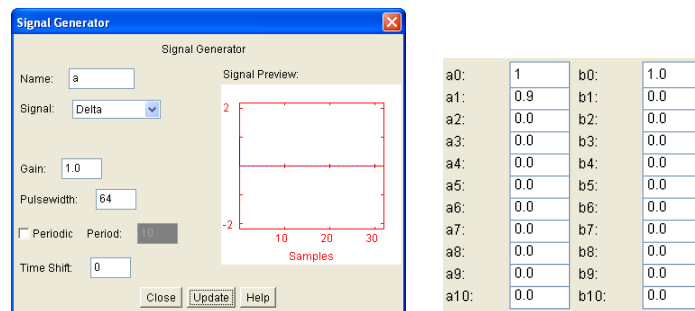
Εάν σε ένα LTI σύστημα διακριτού χρόνου εφαρμόσουμε ως είσοδο την κρουστική συνάρτηση $\delta(n)$, το σήμα εξόδου που θα παραχθεί είναι χαρακτηριστικό του ιδίου του συστήματος. Αυτό το σήμα εξόδου αποτελεί την κρουστική απόκριση (impulse response) του συστήματος και συμβολίζεται με $h(n)$.

Χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP θα υπολογίσουμε την κρουστική απόκριση LTI ψηφιακών φίλτρων. Για να το επιτύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε ως είσοδο τη

κρουστική συνάρτηση σε ένα ψηφιακό φίλτρο για να πάρουμε ως σήμα εξόδου την κρουστική απόκριση του φίλτρου (Σχ. 2.36).

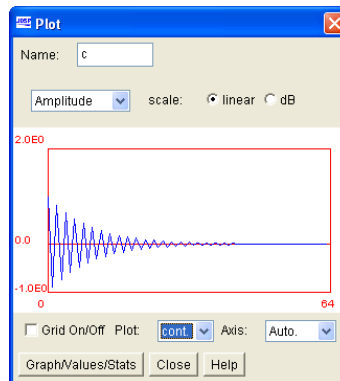


Σχήμα 2.36 – Προσομοίωση φιλτραρίσματος



Σχήμα 2.37 – Παραγωγή σήματος και συντελεστές φίλτρου

Παράγουμε μέσω του signalgenerator την κρουστική συνάρτηση παράγοντας ένα σήμα δέλτα με 64 δείγματα πλάτος παλμού. Ορίζουμε ένα ψηφιακό φίλτρο καθορίζοντας τους συντελεστές $a_0=1$, $b_0=1$ και $a_1=0.9$ (Σχ. 2.37). Τέλος παίρνουμε το παραγόμενο σήμα εξόδου στο plot που αποτελεί την κρουστική απόκριση του ψηφιακού φίλτρου (Σχ. 2.38).



Σχήμα 2.38 – Κρουστική απόκριση φίλτρου

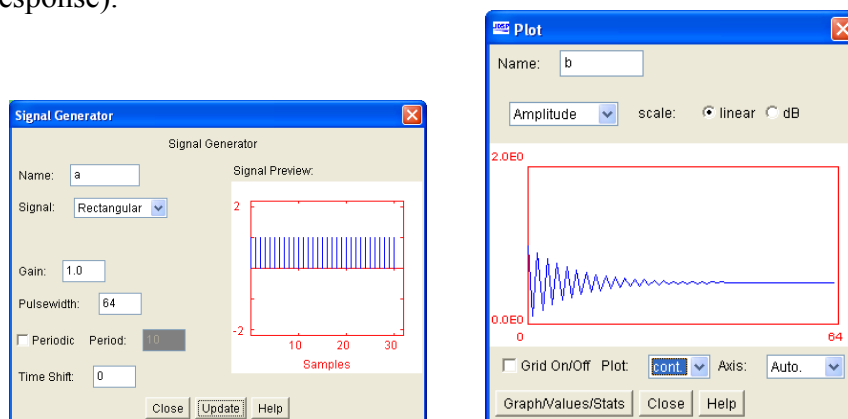
Με βάση τους συντελεστές και την εξίσωση εξόδου του φίλτρου, η κρουστική απόκριση του φίλτρου, δηλαδή το σήμα εξόδου καθορίζεται από την παρακάτω συνάρτηση (εξ. 2.9).

$$h(n) = \sum_{l=0}^L b_l \delta(n-l) - \sum_{m=1}^M a_m h(n-m)$$

(2.9)

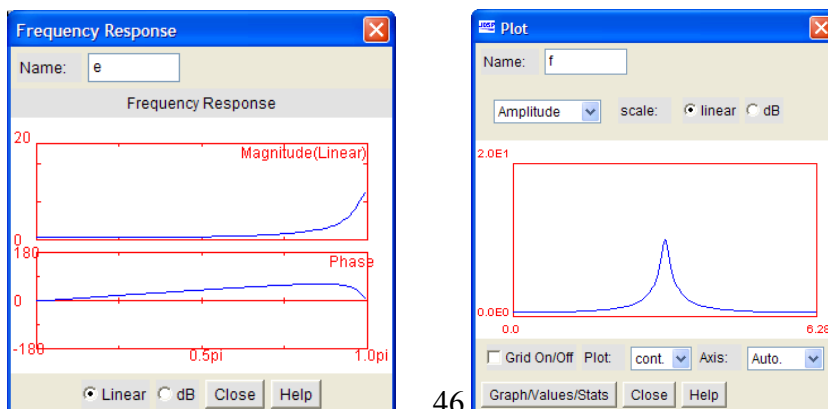
Όπου $h(n)$ είναι η κρουστική απόκριση φίλτρου, $\delta(n)$ η κρουστική συνάρτηση και a , b οι συντελεστές φίλτρου. Παρατηρούμε ότι η κρουστική απόκριση του φίλτρου είναι ανάλογη των συντελεστών του. Έχοντας περισσότερους συντελεστές έχουμε περισσότερη πολυπλοκότητα για τον καθορισμό του φίλτρου και της κρουστικής του απόκρισης.

Χρησιμοποιώντας την μοναδιαία βηματική συνάρτηση ως είσοδο στο ίδιο φίλτρο, παίρνουμε στην έξοδο την μοναδιαία βηματική απόκριση (Σχ. 2.39) του φίλτρου (unitstepresponse).



Σχήμα 2.39 – Μοναδιαία βηματική συνάρτηση και απόκριση

Συνδέουμε το μπλοκ frequencyresponse στο φίλτρο, για να παρατηρήσουμε την απόκριση συχνότητας του, σε πλάτος και φάση συναρτήσει γωνιακής συχνότητας (Σχ. 2.40α). Για να αναπαραστήσουμε το πλάτος απόκρισης συχνότητας και σε πλαίσια 2π γωνιακής συχνότητας, χρησιμοποιούμε το μπλοκ plot συνδεδεμένο στο μπλοκ frequencyresponse (Σχ. 2.40β).



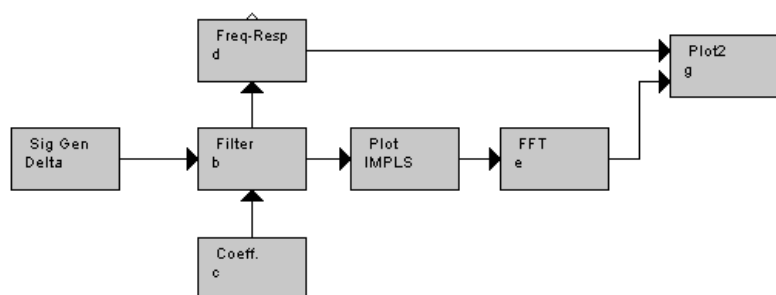
(α)

(β)

Σχήμα 2.40 – Απόκριση συχνότητας υπερπερατού φίλτρου

Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις (Σχ. 2.40) βλέπουμε ότι η απόκριση φίλτρου παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές κοντά στις υψηλές συχνότητες, αφήνοντας τη διέλευση των υψηλών συχνοτήτων σήματος εισόδου και εξασθενώντας τις χαμηλότερες. Ως εκ τούτου το φίλτρο αυτό χαρακτηρίζεται ως υπερπερατό (highpass), έχοντας ως ζώνη διέλευσης στις υψηλές συχνότητες και ζώνη αποκοπής στις χαμηλές συχνότητες.

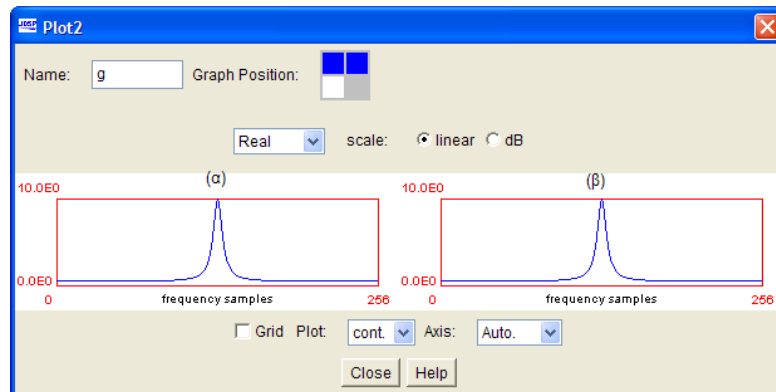
Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι το μέτρο της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου είναι ουσιαστικά ο διακριτός μετασχηματισμός DFT της κρουστικής απόκρισης. Για να το επαληθεύσουμε αυτό υλοποιούμε την πιο κάτω προσομοίωση (Σχ. 2.41), παράγοντας το γράφημα του DFT της κρουστικής απόκρισης και της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου για σύγκριση με ένα plot2 μπλοκ.



Σχήμα 2.41 – Προσομοίωση σύγκρισης κρουστικής απόκρισης και απόκρισης συχνότητας

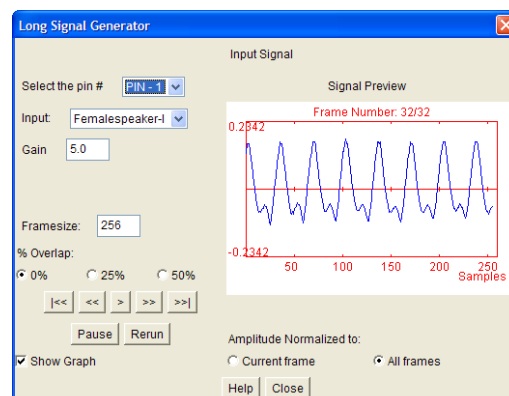
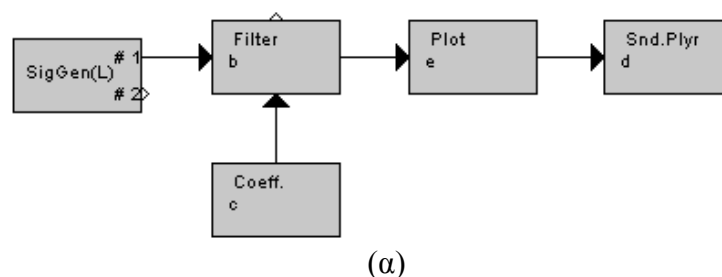
Για να πάρουμε τον μετασχηματισμό DFT της κρουστικής απόκρισης (Σχ. 2.42β) ορίζουμε ως σήμα εισόδου στο φίλτρο την κρουστική ακολουθία delta για να πάρουμε στην έξοδο την impulse response του φίλτρου, την οποία μετασχηματίζουμε με FFT (Σχ. 2.41) που ουσιαστικά είναι ένας DFT μετασχηματισμός. Επίσης για το γράφημα της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου σε πλαίσιο 2π συνδέουμε το plot2 με το μπλοκ της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 2.41). Παρατηρούμε πιο κάτω ότι το γράφημα του μέτρου

της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 2.42α)(0-2π rad) είναι ακριβώς το ίδιο με το γράφημα του μετασχηματισμού DFT της κρουστικής του απόκρισης (Σχ. 2.42β), το οποίο επαληθεύει τον προηγούμενο ισχυρισμό μας.



Σχήμα 2.42 – Σύγκριση της απόκρισης συχνότητας (α) και DFT κρουστικής απόκρισης (β) του φίλτρου

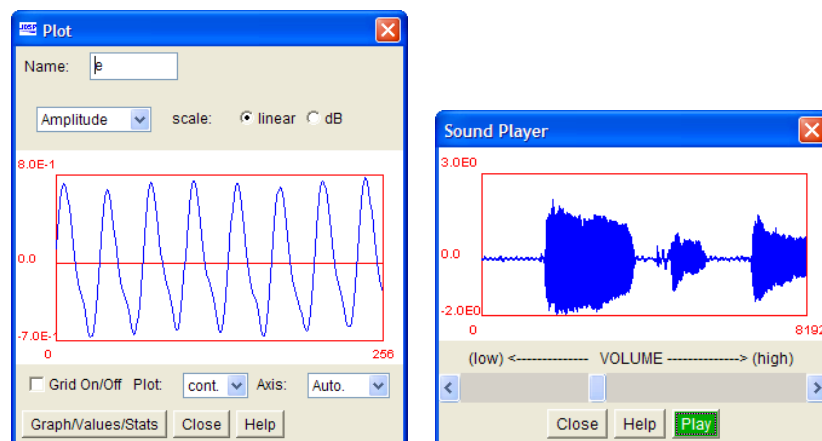
Για να δούμε στη πράξη τα είδη ψηφιακών φίλτρων, εφαρμόζουμε ηχητικά σήματα σε αυτά, παρατηρώντας πως επηρεάζονται και τι αποτέλεσμα παράγουν μετά το φιλτράρισμα. Χρησιμοποιούμε ως σήμα εισόδου ένα μπλοκ signalgeneratorlong, το οποίο μπορεί να παράγει ακολουθία πάνω από 256 δείγματα (ενός πλαισίου) σήματος (Σχ. 2.43α). Δημιουργούμε με αυτό ένα ηχητικό σήμα γυναικείας φωνής, 32 πλαισίων χρησιμοποιώντας το ως είσοδο στο φίλτρο (Σχ. 2.43β).



(β)

Σχήμα 2.43–Φιλτράρισμα γυναικείου ηχητικού σήματος και αναπαραγωγή

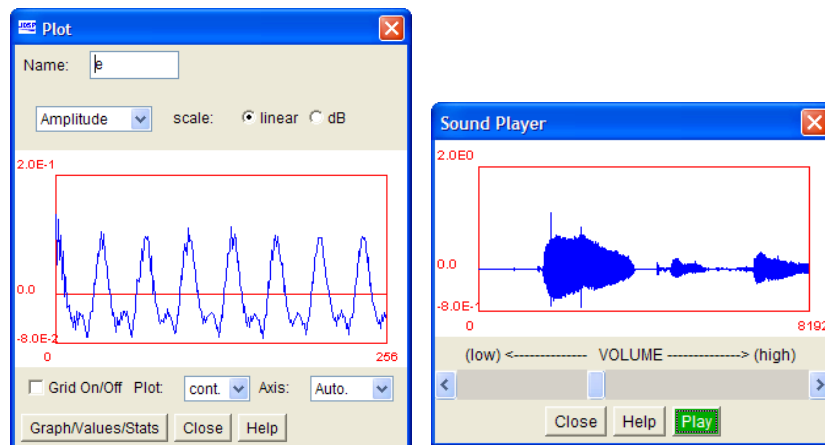
Ορίζουμε το φίλτρο ως βαθυπερατό (lowpass), καθορίζοντας τον συντελεστή $\alpha_1 = -0.9$. Το φίλτρο αυτό όπως ξέρουμε, αφήνει ανέπαφα τα σήματα με χαμηλές συχνότητες και εξασθενεί τα σήματα με υψηλές συχνότητες. Χρησιμοποιώντας ένα μπλοκ soundplayer, μπορούμε να ακούσουμε το φιλτραρισμένο ηχητικό σήμα εξόδου, για να παρατηρήσουμε πως επηρεάζει το φίλτρο το ηχητικό σήμα γυναικείας φωνής. Παρατηρούμε από την ακρόαση του σήματος ότι η φωνή που παράγεται είναι πιο χοντρή από την γνήσια φωνή πριν από το φιλτράρισμα (Σχ. 2.44). Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι το φίλτρο εξασθενεί τις συνιστώσες του σήματος με υψηλές συχνότητες και αφήνει είτε ενισχύει αυτές με χαμηλές συχνότητες. Έτσι το φιλτραρισμένο σήμα αποτελείται από ισχυρότερες συνιστώσες χαμηλών συχνοτήτων.



Σχήμα 2.44 – Φιλτραρισμένο σήμα από βαθυπερατό φίλτρο

Ανάλογο αποτέλεσμα θα παρατηρήσουμε εάν καθορίσουμε τον συντελεστή φίλτρου $\alpha_1 = 0.9$, δημιουργώντας ένα υψηπερατό φίλτρο (Σχ. 2.45). Σε αντίθεση με το προηγούμενο φιλτράρισμα, το φίλτρο αυτό ενισχύει τις υψηλές συχνότητες εισόδου και

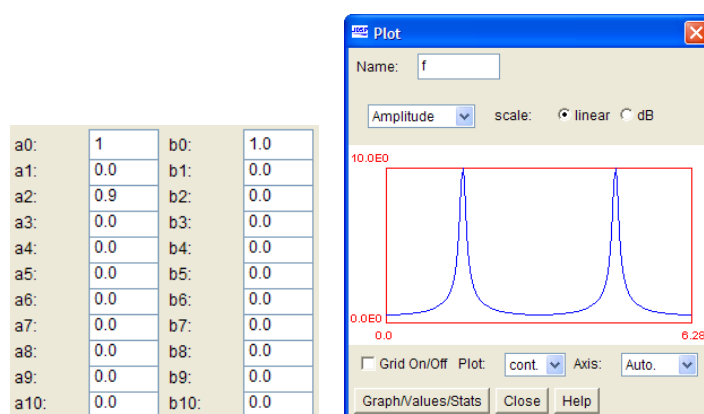
εξασθενεί τις χαμηλότερες. Συνεπώς σ' αυτή την περίπτωση το εξερχόμενο φιλτραρισμένο σήμα αποτελείται από ισχυρότερες συνιστώσες υψηλών συχνοτήτων, γι' αυτό και παρατηρείται πιο λεπτός ήχος ομιλίας.



Σχήμα 2.45 – Φιλτραρισμένο σήμα από υπερπαρατό φίλτρο

Εκτός από τα δύο βασικά είδη ψηφιακών φίλτρων, βαθυπερατά και υπερπαρατά, παρουσιάζονται και άλλα είδη τα οποία αποκόπτουν συχνότητες σε άλλες ζώνες στο πεδίο συχνοτήτων. Ανάλογα με τις ζώνες διέλευσης και αποκοπής τους χαρακτηρίζονται με ζωνοπερατά (bandpass) και απόρριψης ζώνης (bandstop).

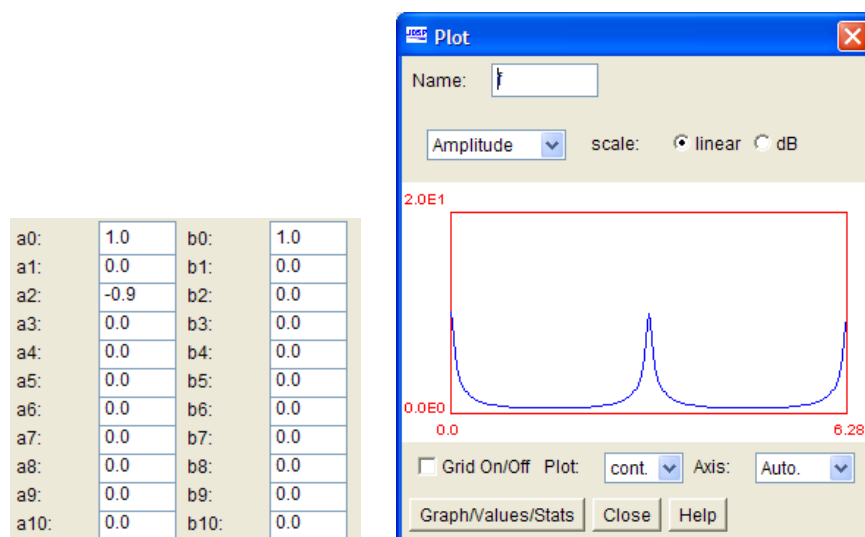
Χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP, θα δημιουργήσουμε ένα ζωνοπερατό ψηφιακό για να κατανοήσουμε και να παρακολουθήσουμε την συμπεριφορά του. Για να το επιτύχουμε αυτό καθορίζουμε στο μπλοκ coefficients του φίλτρου τους συντελεστές όπως φαίνονται στην εικόνα (Σχ. 2.46), με τον τρίτο feedback συντελεστή να έχει θετική τιμή.



Σχήμα 2.46–Συντελεστές και απόκριση συχνότητας ζωνοπερατού φίλτρου

Παράγοντας την γραφική παράσταση του μεγέθους της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου σε πλαίσια 0 έως 2π γωνιακής συχνότητας, παρατηρούμε ότι η ζώνη διέλευσης κυμαίνεται στις μεσαίες συχνότητες, δηλαδή στο $\pi/2$ $2\pi/3$ (Σχ. 2.46). Με λίγα λόγια το φίλτρο ενισχύει τις μεσαίες συχνότητες εισόδου και αποκόπτει τις υπόλοιπες που είναι οι υψηλές και χαμηλές. Το φίλτρο αυτό ονομάζεται ζωνοπερατό (bandpass).

Το αντίθετο φίλτρο του ζωνοπερατού αποτελεί το φίλτρο απόρριψης ζώνης (bandstop), το οποίο έχει ακριβώς αντίθετη συμπεριφορά με αυτό. Για να δημιουργήσουμε το φίλτρο αυτό θέτουμε τους συντελεστές όπως προηγουμένως με τη διαφορά ότι ο δεύτερος feedback συντελεστής γίνεται αρνητικός (Σχ. 2.47).



Σχήμα 2.47 – Συντελεστές και απόκριση συχνότητας φίλτρου απόρριψης ζώνης

Έτσι παρατηρούμε ότι την ζώνη διέλευσης συχνοτήτων αποτελούν οι χαμηλές και υψηλές συχνότητες και παράλληλα τη ζώνη αποκοπής οι μεσαίες συχνότητες. Το

γεγονός αυτό παρατηρείται από τις κορυφές της γραφική παράστασης να κυμαίνονται γύρω από τις τιμές γωνιακής συχνότητας 0 , π και 2π .

Τα ψηφιακά φίλτρα χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες ανάλογα με την συμπεριφορά της κρουστικής τους απόκρισης. Συγκεκριμένα η μια κατηγορία είναι τα FIR (FiniteImpulseResponse) φίλτρα, τα οποία παρουσιάζουν πεπερασμένης χρονικής διάρκειας κρουστική απόκριση. Γι' αυτό και καλούνται φίλτρα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης. Η εξίσωση διαφορών των φίλτρων αυτών αποτελείται μόνο από τους feed-forward συντελεστές (εξ. 2.10). Έτσι το φιλτραρισμένο σήμα εξόδου εξαρτάται μόνο από την τρέχον και τις προηγούμενες τιμές σήματος εισόδου. Χάρη της συμπεριφοράς αυτής τα φίλτρα FIR χαρακτηρίζονται ως αιτιατά (causal). Εάν στην Σχέση 2.10 αντικαταστήσουμε ως σήμα εισόδου την κρουστική ακολουθία θα πάρουμε ως έξοδο την κρουστική απόκριση έχοντας τιμές σήματος ακριβώς τις τιμές των feed-forward συντελεστών. Έτσι στα φίλτρα αυτά έχουμε άμεση συσχέτιση μεταξύ κρουστικής ακολουθίας και συντελεστές φίλτρου.

$$y(n) = \sum_{i=0}^L b_i x(n-i)$$

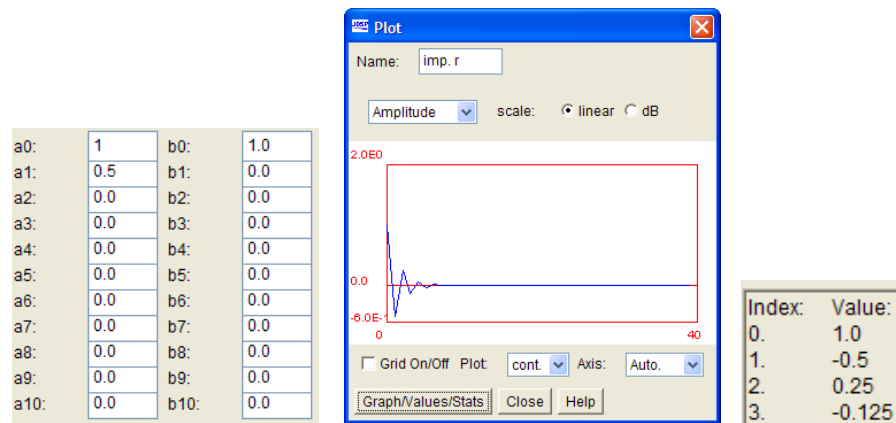
(2.10)

Από την άλλη πλευρά, στην άλλη κατηγορία ανήκουν τα IIR (InfiniteImpulseResponse) φίλτρα, τα οποία η κρουστική τους απόκριση παρουσιάζει απειροστικό χαρακτήρα. Ως εκ τούτου ονομάζονται φίλτρα άπειρης κρουστικής απόκρισης. Η εξίσωση διαφορών του φίλτρου αυτού περιέχει και τα δύο είδη συντελεστών feedback και feed-forward (εξ. 2.11). Επομένως το φιλτραρισμένο σήμα εξαρτάται όχι μόνο από τις τιμές σήματος εισόδου αλλά και από τις προηγούμενες τιμές του σήματος εξόδου, γι' αυτό και τα φίλτρα αυτά ονομάζονται αναδρομικά.

$$y(n) = \sum_{i=0}^L b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^M a_i y(n-i)$$

(2.11)

Θα κάνουμε σύγκριση μεταξύ των δύο αυτών φίλτρων, με αναπαράστασή τους μέσα από το εργαλείο J-DSP. Κατ' αρχήν θα δημιουργήσουμε ένα υπερπαρατόIIR φίλτρο με τους ακόλουθους συντελεστές. Χρησιμοποιώντας ως είσοδο στο φίλτρο την κρουστική συνάρτηση παίρνουμε στην έξοδο την κρουστική απόκριση του φίλτρου (Σχ. 2.48).

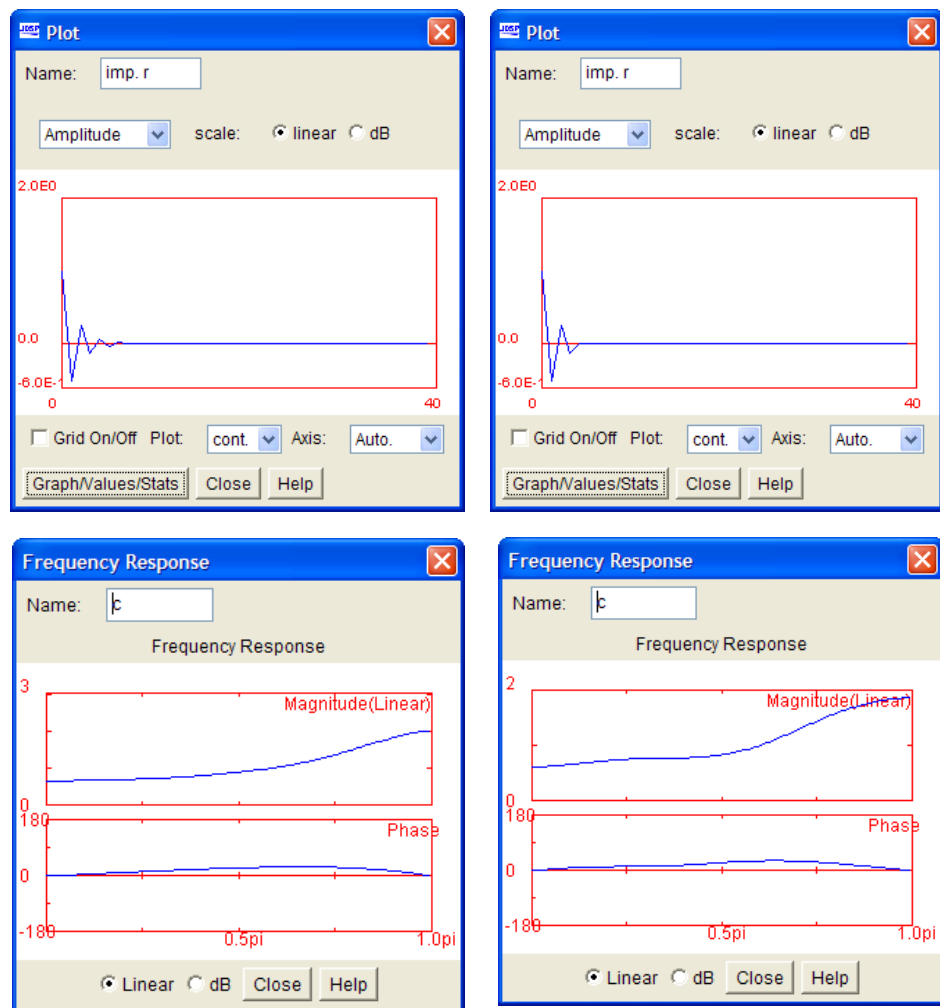


Σχήμα 2.48–Συντελεστές και κρουστική απόκριση φίλτρου

Καταγράφουμε τις τέσσερις πρώτες τιμές της γραφικής παράστασης της κρουστικής απόκρισης (Σχ. 2.48). Χρησιμοποιούμε τις τιμές αυτές ώστε να δημιουργήσουμε αντίστοιχο FIR φίλτρο, το οποίο να παράγει σήμα εξόδου με τις ίδιες τέσσερις πρώτες τιμές. Το επιτυγχάνουμε αυτό καθορίζοντας τους τέσσερις πρώτους feed-forward (b) συντελεστές στις αντίστοιχες τιμές. Αυτό συμβαίνει ιδίως το σήμα εισόδου στο FIR φίλτρο είναι η κρουστική συνάρτηση $\delta(n)$ και επομένως η έξοδος θα είναι διαδοχικά ίση με κάθε έναν από τους συντελεστές αυτούς. Αυτό οφείλεται στο ότι η συνάρτηση $\delta(n)$ θα πολλαπλασιάζεται κάθε φορά με έναν από τους feed-forward συντελεστές. Προβάλλουμε και συγκρίνουμε τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας των δύο φίλτρων (Σχ. 2.49).

IIR φίλτρο

FIR φίλτρο



Σχήμα 2.49 – Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας φίλτρων

Παρατηρούμε ότι η κρουστική απόκριση και η απόκριση συχνότητας των δύο σημάτων κατά προσέγγιση είναι σχεδόν οι ίδιες χωρίς σημαντικές διαφορές. Σημειώνουμε ότι παρατηρούμε πιο ομαλή ζώνη μετάβασης στο IIR φίλτρο. Η συμπεριφορά των παραγόμενων φίλτρων είναι υψηλερατή όπως φαίνεται και πιο πάνω. Διαπιστώνουμε ότι για την δημιουργία υψηλερατού φίλτρου IIR χρειαζόμαστε 2 συντελεστές φίλτρου, ενώ για το αντίστοιχο FIR χρειάστηκε 4 συντελεστές. Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι χρειάζεται περισσότερη πολυπλοκότητα για τον καθορισμό ενός FIR φίλτρου παρά ενός IIR.

Χρησιμοποιούμε ξανά το ίδιο σενάριο, καθορίζοντας αυτή τη φορά στο IIR φίλτρο τους feedback συντελεστές σε $\alpha_1=0.1$ και $\alpha_2=0.9$. Συγκρίνουμε τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας και κρουστικής απόκρισης των δύο φίλτρων σε κάθε περίπτωση (Σχ. 2.50 και 2.51).

IIR φίλτρο ($\alpha_1=0.1$)

FIR φίλτρο



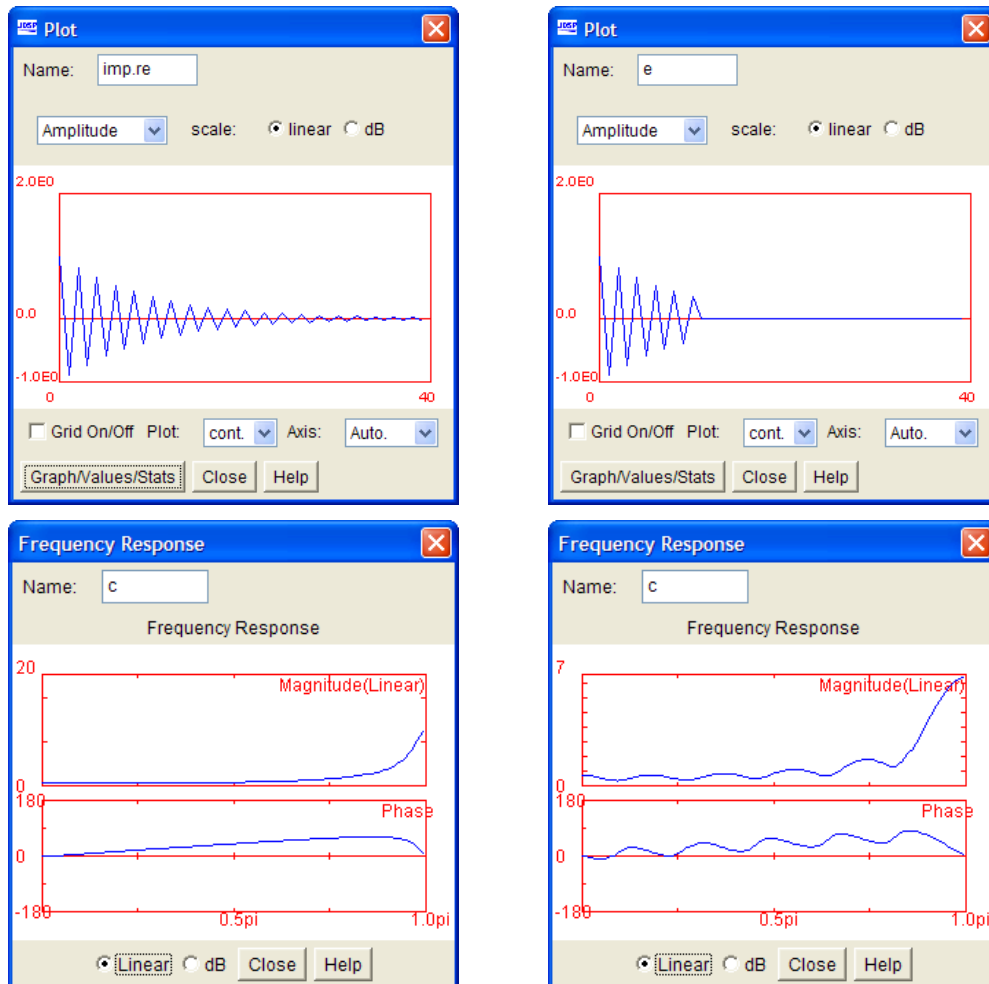
Σχήμα 2.50 – Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας φίλτρων

Παρατηρούμε σε αυτή την περίπτωση (Σχ. 2.50) ότι τα φίλτρα έχουν την ίδια συμπεριφορά και οι κρουστικές τους αποκρίσεις παρουσιάζουν τις ίδιες τιμές, αφού το IIR φίλτρο έχει τιμές μέχρι το 4^ο δείγμα και παράλληλα το FIR έχει τιμές μέχρι τον 4^ο συντελεστή. Από το σενάριο αυτό καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι έχουμε ακριβώς

την ίδια συμπεριφορά φίλτρων, όμως με διπλάσια πολυπλοκότητα για τα FIR φίλτρα με 4 συντελεστές έναντι 2 των IIR.

IIR φίλτρο ($\alpha_1=0.9$)

FIR φίλτρο



Σχήμα 2.51 - Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας φίλτρων

Συγκρίνοντας τις γραφικές παραστάσεις της κρουστικής απόκρισης σε συνδυασμό με την τιμή του feedback συντελεστή στο IIR φίλτρο, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι όσο πιο μεγάλος καθορίζεται ο συντελεστής (Σχ. 2.50), τόσο περισσότερη συνέχεια και απειροστικό χαρακτήρα έχει η κρουστική απόκριση του φίλτρου και αντίστροφα. Παράλληλα ανάλογα με την συμπεριφορά της κρουστικής απόκρισης, παρατηρούμε διαφορετική συμπεριφορά στην απόκριση συχνότητας των φίλτρων, αφού αποτελεί ουσιαστικά τον διακριτό μετασχηματισμό της κρουστικής απόκρισης και έχει άμεση σχέση με το ίδιο το φίλτρο. Μέσα από αυτό συμπεραίνουμε ότι όσο περισσότερη

συνέχεια ταλάντωσης υπάρχει στην κρουστική απόκριση, τόσο πιο έντονη συμπεριφορά έχει το υπερπαρατό φίλτρο (Σχ. 2.51).

Στο σενάριο του Σχήματος 2.51 παρατηρούμε ότι για την συγκεκριμένη συμπεριφορά υπερπαρατού φίλτρου, το FIR φίλτρο χρειάζεται 10 feed-forward συντελεστές για την επίτευξη αυτού, ενώ αντίθετα το IIR μόνο 2 (1 feed-forward + 1 feedback). Με άλλα λόγια το FIR φίλτρο χρειάζεται 5πλάσια πολυπλοκότητα από το IIR για τον καθορισμό της συγκεκριμένης συμπεριφοράς. Εκτός αυτού εάν παρατηρήσουμε από την απόκριση συχνότητας του FIR παρατηρούμε χειρότερη απόκριση από το IIR με διακυμάνσεις σφάλματος στις ζώνες διέλευσης και αποκοπής.

Κεφάλαιο 3

Σχεδίαση Φίλτρων

3.1 Φίλτρα Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης (FIR)	56
3.1.1 Εισαγωγή στα FIR Φίλτρα	56
3.1.2 Μέθοδοι Σχεδίασης FIR Φίλτρων	61
3.2 Φίλτρα Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης (IIR)	76
3.2.1 Εισαγωγή στα IIR Φίλτρα	76
3.2.2 Μέθοδοι Σχεδίασης IIR Φίλτρων	76
3.3 Shelving Φίλτρα, Peaking Φίλτρα και Graphic Equalizers	85

3.1 Φίλτρα Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης (FIR)

3.1.1 Εισαγωγή στα FIR Φίλτρα

Τα FIR φίλτρα, όπως διαφαίνεται και από τον ορισμό τους, παρουσιάζουν πεπερασμένης χρονικής διάρκειας απόκριση όταν εφαρμοστεί στην είσοδο τους η κρουστική ακολουθία. Τα φίλτρα αυτά χαρακτηρίζονται ως γραμμικά από το γεγονός ότι το σήμα εξόδου ορίζεται από τον γραμμικό συνδυασμό των δειγμάτων του σήματος εισόδου. Ουσιαστικά τα δείγματα του σήματος εισόδου πολλαπλασιάζονται με τους

feed-forward συντελεστές φίλτρου (εξ. 3.1). Τα FIR φίλτρα καθορίζονται μόνο από τους συντελεστές αυτούς, καθώς οι feedback συντελεστές είναι μηδενικοί, σε αντίθεση με τα φίλτρα IIR.

$$y(n) = \sum_{l=0}^L b_l x(n-l)$$

(3.1)

Εάν στην είσοδο του φίλτρου εφαρμοστεί η κρουστική ακολουθία, το σήμα εξόδου, δηλαδή η κρουστική απόκριση θα είναι ουσιαστικά διαδοχικά ίση με κάθε ένα από τους συντελεστές b_l . Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η κρουστική ακολουθία $\delta(n)$ πολλαπλασιάζεται κάθε φορά μόνο με έναν από τους συντελεστές, καθότι μόνο για $\delta(0)$ υπάρχει τιμή (μονάδα). Έτσι η κρουστική απόκριση του φίλτρου περιορίζεται στα πλαίσια των συντελεστών και επομένως λαμβάνουμε πεπερασμένη σε χρονική διάρκεια κρουστική απόκριση για τα FIR φίλτρα.

Όπως έχουμε παρακολουθήσει και πριν, ένα ψηφιακό φίλτρο παράγει δύο εξόδους, το φιλτραρισμένο σήμα εξόδου και την απόκριση συχνότητας που χαρακτηρίζουν το φίλτρο. Η φάση της απόκρισης συχνότητας ($\arg(H(e^{j\omega}))$) αποτελεί χαρακτηριστικό καθυστέρησης μεταξύ του σήματος εξόδου σε σχέση με το σήμα εισόδου του φίλτρου. Η καθυστέρηση αυτή ονομάζεται group καθυστέρηση (group delay) του φίλτρου, η οποία ορίζεται με την παράγωγο της απόκρισης φάσης του φίλτρου. Είναι επιθυμητό και αναγκαίο η καθυστέρηση αυτή να είναι σταθερή σε πολλές εφαρμογές, όπως για παράδειγμα στις τηλεπικοινωνίες, στην ιατρική και στο φιλτράρισμα ήχων. Για να εξηγήσουμε την αναγκαιότητα της σταθερότητας αυτής, υποθέτουμε ένα παραγόμενο σήμα αποτελούμενο από δύο συνιστώσα σήματα με διαφορετική συχνότητα, να εισέρχεται για φιλτράρισμα. Εάν το φίλτρο δεν χαρακτηρίζεται με σταθερή group delay τότε το φιλτράρισμα για την κάθε συνιστώσα δεν θα έχει την ίδια χρονική καθυστέρηση και έτσι το τελικό φιλτραρισμένο σήμα θα είναι αλλοιωμένο. Φανταστείτε σε ένα σύστημα στην βιοϊατρική τα σήματα να υπόκεινται φιλτράρισμα με ασταθή καθυστέρηση, τι προβλήματα θα υπάρχουν, όπως για παράδειγμα σε ένα καρδιογράφημα, οπότε καταλαβαίνουμε την αναγκαιότητα της σταθερότητας αυτής.

Έτσι για να υπάρχει σταθερή group delay σε ένα φίλτρο, θα πρέπει η απόκριση φάσης του να έχει γραμμικό χαρακτήρα. Αυτό μαθηματικά εκφράζεται με το ότι η παράγωγος

της γραμμικής απόκρισης φάσης να έχει σταθερή τιμή. Ένα αιτιατό φίλτρο όπως τα FIR, παρουσιάζει γραμμική απόκριση φάσης όταν η κρουστική του απόκριση έχει συμμετρικό χαρακτήρα και έτσι μπορεί ένα FIR φίλτρο να σχεδιαστεί έχοντας συμμετρική κρουστική απόκριση που αποσκοπεί σε σταθερή τιμή καθυστέρησης.

Επίσης ακόμα ένα πλεονέκτημα των FIR φίλτρων είναι ότι παρουσιάζουν ευσταθή χαρακτήρα. Κατά την ευστάθεια αυτή εννοούμε ότι εάν εφαρμοστεί στην είσοδο του ένα πεπερασμένο σε μέγεθος και διάρκεια σήμα, τότε στην έξοδο του ευσταθές φίλτρου θα πάρουμε επίσης πεπερασμένο μέγεθος και διάρκεια σήμα εξόδου.

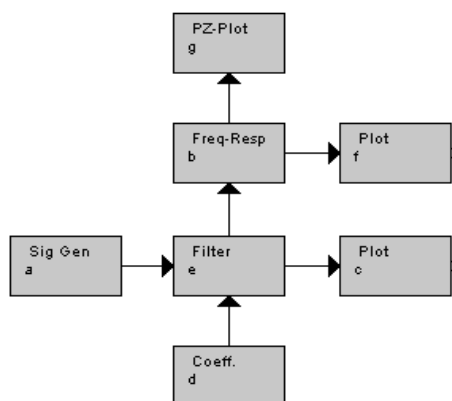
Χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP, θα πραγματοποιήσουμε εφαρμογές φίλτρων πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης, εξετάζοντας τις διάφορες παραμέτρους και χαρακτηριστικά που τα διέπουν.

Πιο κάτω παρουσιάζουμε 4 FIR φίλτρα γραμμικής φάσης, απεικονίζοντας τη γραφική παράσταση της κρουστικής τους απόκρισης, η οποία προφανώς παρουσιάζει συμμετρικό χαρακτήρα, σύμφωνα με τον μαθηματικό ορισμό πιο κάτω (εξ. 3.2). Όπου L αντιστοιχεί στην τάξη του FIR φίλτρου, δηλαδή το πόσα δείγματα πλάτους παρουσιάζει η κρουστική του απόκριση και παράλληλα τους συντελεστές του.

$$h(n) = h(L - n), \quad h(n) = -h(L - n)$$

(3.2)

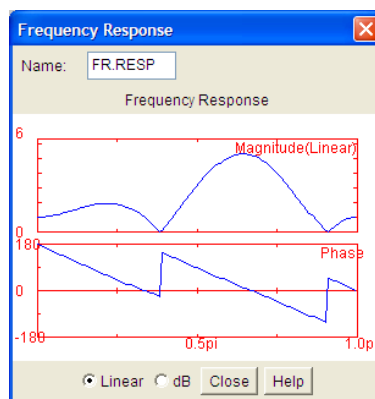
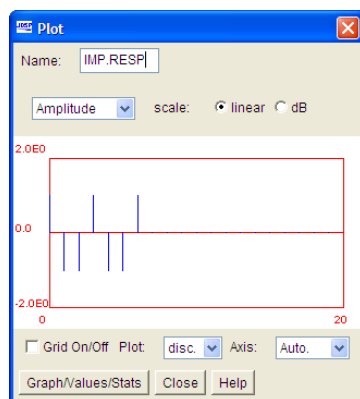
Θέτουμε σε σειρά ανάλογα τα μπλοκ για τις εφαρμογές που θα ακολουθήσουν (Σχ. 3.1). Για να παράγουμε τις γραφικές παραστάσεις της κρουστικής απόκρισης, εφαρμόζουμε ως είσοδο στο φίλτρο, την κρουστική ακολουθία $\delta(n)$ (delta). Καθορίζοντας τους συντελεστές φίλτρου παίρνουμε την ανάλογη κρουστική απόκριση στην έξοδο, έχοντας τιμές ίδιες με τους συντελεστές. Ορίζουμε τους συντελεστές σε μοναδιαίες ακέραιες τιμές για να απλοποιήσουμε τις εφαρμογές μας. Απεικονίζουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις για κάθε FIR φίλτρο.



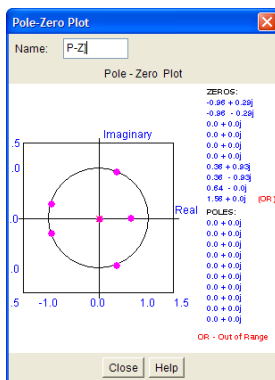
Σχήμα 3.1 – Προσομοίωση FIR φίλτρου

(α)

(β)



(γ)



Σχήμα 3.2 – Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας FIR φίλτρου

Στη περίπτωση αυτή έχουμε άρτια συμμετρική κρουστική απόκριση φίλτρου (Σχ. 3.2α). Όπως φαίνεται και από την γραφική παράσταση απόκρισης συχνότητας, η συνάρτηση απόκρισης φάσης έχει γραμμικό χαρακτήρα (Σχ. 3.2β) η οποία αποτελεί επακόλουθο

της συμμετρικής κρουστικής απόκρισης του φίλτρου. Όπως έχουμε προαναφέρει, το αποτέλεσμα της παραγώγου της συνάρτησης της φάσης αποτελεί την groupdelay του φίλτρου. Σε αυτή την περίπτωση έχει σταθερή τιμή, αφού η συνάρτηση της φάσης είναι γραμμική.

Ο μετασχηματισμός Z της κρουστικής απόκρισης αποτελεί την συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου (εξ. 3.3), η οποία είναι η ίδια με την απόκριση συχνότητας του FIR φίλτρου. Όπου z ισούται με την μιγαδική τιμή $e^{j\omega}$.

$$H(z) = \sum_{i=0}^L b_i z^{-i}$$

(3.3)

Συνδέοντας το μπλοκ Poles-Zerosplot στο μπλοκ frequencyresponse, απεικονίζουμε τους πόλους και μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου, η οποία εκφράζεται με τον μετασχηματισμό Z της κρουστικής απόκρισης. Το μπλοκ αυτό απεικονίζει ένα Z φάσμα σε μοναδιαίο κύκλο, το οποίο αποτελείται από το πραγματικό και φανταστικό μέρος, με τους δύο άξονες αντίστοιχα, αφού η τιμή Z αντιστοιχεί σε μιγαδικό αριθμό της μορφής $e^{j\omega} = \text{real} + j(\text{imagine}) = \cos(\omega) + j\sin(\omega)$ σύμφωνα πάντα με τον νόμο του Euler. Η γωνιακή συχνότητα ω είναι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα Z όταν αναπαρασταθεί στη γραφική παράσταση. Έτσι αφού η γωνιακή συχνότητα είναι συμμετρική, έτσι και οι πόλοι και τα μηδενικά είναι συμμετρικά στο φάσμα Z στις τιμές συχνότητας 2π ακτινίων. Οι συντελεστές feed-forwardέχουν άμεση σχέση με τα μηδενικά του γραφήματος Z , ενώ οι feedbackσυντελεστές έχουν άμεση σχέση με τους πόλους. Στην περίπτωση των FIRφίλτρων έχουμε μόνο μηδενικά αφού έχουμε μόνο feed-forwardσυντελεστές για τον καθορισμό τους. Τα μηδενικά ουσιαστικά μηδενίζουν την απόκριση συχνότητας στα σημεία συχνότητας που εμφανίζονται, ενώ αντίθετα οι πόλοι την απειρίζουν, οι οποίοι προκαλούν μια αστάθεια στο φίλτρο.

3.1.2 Μέθοδοι Σχεδίασης FIR Φίλτρων

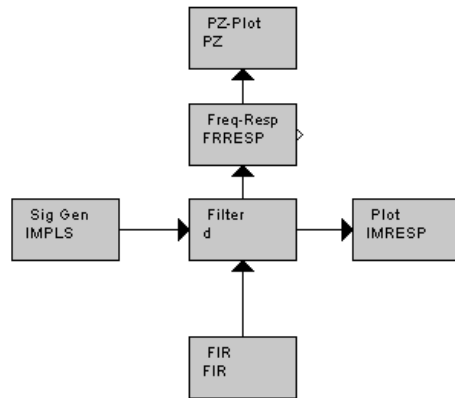
Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες εφαρμογές των FIR φίλτρων, θα ασχοληθούμε με τους διάφορους τρόπους σχεδιασμού FIR φίλτρων. Όπως είχαμε προαναφέρει, ένα φίλτρο χαρακτηρίζεται από την κρουστική του απόκριση. Για το σχεδιασμό ενός ιδανικού φίλτρου (desired) η κρουστική απόκριση του ορίζεται με την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 3.4). Όπου H_d είναι η απόκριση συχνότητας του ιδανικού φίλτρου.

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\Omega}) e^{jn\Omega} d\Omega \quad (3.4)$$

Η εξίσωση αυτή υποδεικνύει μια μη-αιτιατή και άπειρη σε πλάτος κρουστική απόκριση. Γι' αυτό θα πρέπει να μεταβάλουμε αυτή τη σχέση σε μια πεπερασμένη κρουστική συνάρτηση, η οποία υποδηλώνει ένα FIR φίλτρο. Η αντίστοιχη συνάρτηση για ένα FIR φίλτρο επιτυγχάνεται με τον πολλαπλασιασμό της με ένα παράθυρο (window) και την μετατόπιση της (shifting) κατά του μισού του μεγέθους της κρουστικής απόκρισης ($L/2$) (εξ. 3.5). Το παράθυρο έχει πεπερασμένο μέγεθος, με μη μηδενικές τιμές μόνο στα πλαίσια του μεγέθους της κρουστικής απόκρισης (L), ενώ στα υπόλοιπα έχει μηδενικές τιμές. Υπάρχουν διαφόρων ειδών παραθύρων που χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό FIR φίλτρων και το κάθε ένα παρουσιάζει διαφορετικό χαρακτήρα και επίδραση πάνω σ' αυτά. Τα πιο απλά αποτελούν τα ορθογώνια (rectangular) και τα τριγωνικά (triangular/Bartlett).

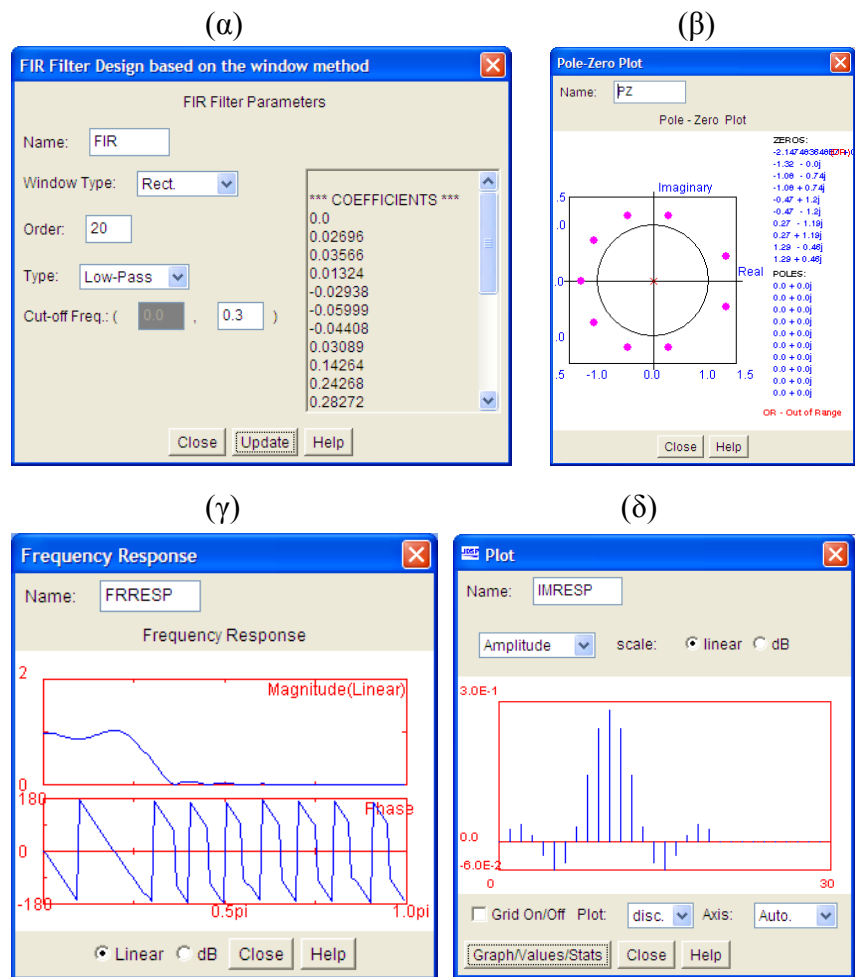
$$h_{FIR}(n) = w(n) h_d\left(n - \frac{L}{2}\right), 0 \leq n \leq L \quad (3.5)$$

Ένας κύριος τρόπος σχεδίασης φίλτρου πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης στο εργαλείο J-DSP είναι η χρησιμοποίηση του μπλοκ FIRDesign, καθορίζοντας τις παραμέτρους που αποτελούν το φίλτρο. Βάσει αυτού θέτουμε τα μπλοκ όπως πιο κάτω (Σχ. 3.3).



Σχήμα 3.3 – Προσομοίωση για σχεδιασμό FIR φίλτρου

Εφαρμόζοντας ως είσοδο στο FIR φίλτρο την κρουστική ακολουθία παίρνουμε στην έξοδο την κρουστική απόκριση που χαρακτηρίζει άμεσα το φίλτρο, ανάλογα με τις παραμέτρους του. Στο παράδειγμα αυτό δημιουργούμε ένα βαθυπερατό φίλτρο (lowpass). Για τον λόγο ότι το φίλτρο είναι FIR πρέπει να καθορίσουμε το τύπο παραθύρου (windowtype) που το ορίζει (Σχ. 3.4α). Παράλληλα καθορίζουμε τη συχνότητα αποκοπής (cutofffrequency), η οποία καθορίζει τα όρια των ζωνών διέλευσης και αποκοπής του φίλτρου. Επιλέγουμε επίσης την τάξη (order) του FIR φίλτρου, η οποία καθορίζει τον αριθμό των συντελεστών και την πολυπλοκότητα του φίλτρου και επομένως και το πλάτος της κρουστικής απόκρισης. Το σήμα εξόδου της κρουστικής απόκρισης (Σχ. 3.4δ), έχει συμμετρικό χαρακτήρα και είναι της μορφής σήματος sinc με μέγεθος όσο της τάξης του φίλτρου. Η συμμετρικότητα αυτή επαληθεύεται από την απόκριση φάσης, η οποία παρουσιάζει γραμμικό χαρακτήρα (Σχ. 3.4γ). Οι ζώνες διέλευσης και αποκοπής στο γράφημα της απόκρισης συχνότητας επαληθεύει τον χαρακτήρα του βαθυπερατού φίλτρου (Σχ. 3.4γ). Χρησιμοποιώντας το PZPlot παρατηρούμε την συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου χαρακτηρισμένη με πόλους και μηδενικά στο φάσμα συχνοτήτων (Σχ. 3.4β). Οι πόλοι σχετίζονται με τους feedback συντελεστές φίλτρου, ενώ τα μηδενικά με τους feed-forward. Στη περίπτωση των FIR φίλτρων έχουμε μόνο feed-forward συντελεστές και έτσι στο φάσμα Z έχουμε μόνο μηδενικά (κουκκίδες), τα οποία μηδενίζουν την απόκριση συχνότητας στα σημεία συχνοτήτων που εμφανίζονται. Επίσης να σημειώσουμε ότι όσο περισσότερους συντελεστές έχουμε για τον καθορισμό του φίλτρου, τόσο αποδοτικότερο χαρακτήρα φίλτρου και απόκρισης συχνότητας έχουμε. Από την άλλη όμως αυτό ισοδυναμεί με περισσότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα για τον καθορισμό του φίλτρου.



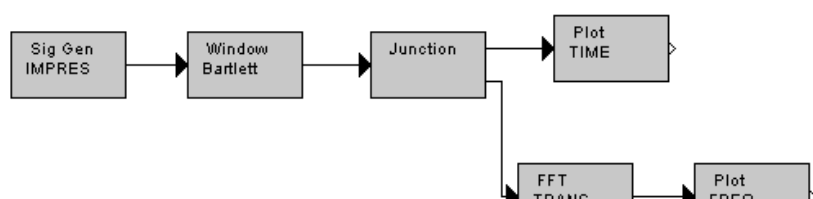
Σχήμα 3.4 – Σχεδίαση FIRβαθυπερατού φίλτρου

Μπορούμε να μελετήσουμε με μια άλλη μέθοδο τη συμπεριφορά των FIR φίλτρων, χρησιμοποιώντας εξ αρχής τη κρουστική του απόκριση. Όπως παρατηρήσαμε στις προηγούμενες εφαρμογές, η κρουστική απόκριση ενός FIR φίλτρου είναι τύπου σήματος sinc, με συμμετρικές ιδιότητες. Κατά τη μέθοδο αυτή που θα δούμε, παράγουμε αρχικά την κρουστική απόκριση του φίλτρου, δηλαδή ένα σήμα sinc το οποίο έχει τις ιδιότητες του φίλτρου. Στη εφαρμογή αυτή ορίζουμε μια ιδανική κρουστική απόκριση βαθυπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής 0.5π (εξ. 3.6).

$$h_{LFF}(n) = 0.5 \text{sinc}\left(\frac{nn}{2}\right)$$

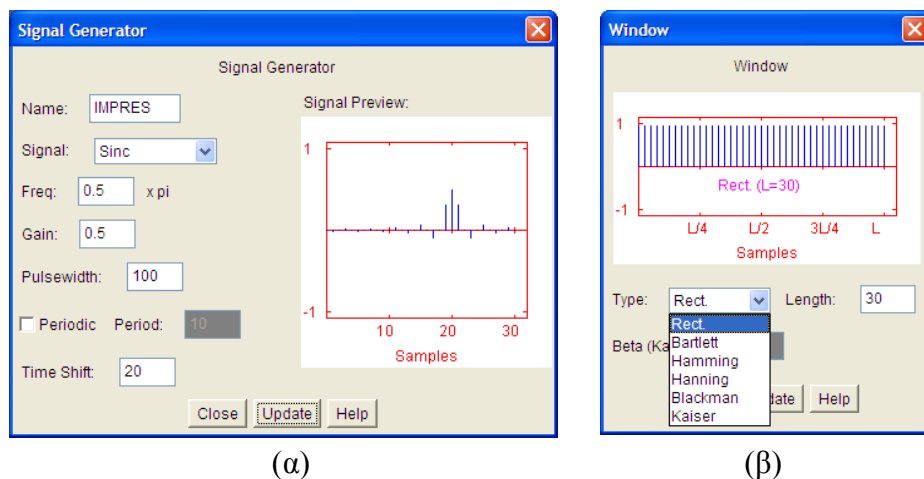
(3.6)

Παράγουμε το αντίστοιχο σήμα sinc με το signalgenerator, καθορίζοντας το μέγεθος του σε 100 δείγματα και 20 δείγματα μετατόπιση προς δεξιά, ώστε να έχουμε τις πληροφορίες του σήματος εντός της εμβέλειας της γραφικής παράστασης (Σχ. 3.6α).



Σχήμα 3.5– Προσομοίωση κρουστικής απόκρισης και απόκρισης συχνότητας
FIRφίλτρου

Συνδέουμε ως είσοδο την ιδανική κρουστική απόκριση στο μπλοκ το οποίο εκτελεί τη διαδικασία της παραθυροποίησης του σήματος, καθώς στη συνέχεια θέτουμε τα μπλοκ αναπαράστασης του σήματος στο χρόνο και στη συχνότητα, όπως πιο πάνω (Σχ. 3.5). Η διαδικασία της παραθυροποίησης εφαρμόζεται με διάφορους τρόπους τους οποίους επιλέγουμε μέσα από το μπλοκ window, καθορίζοντας επίσης και το πλάτος παραθύρου σε αριθμό δειγμάτων (Σχ. 3.6β).



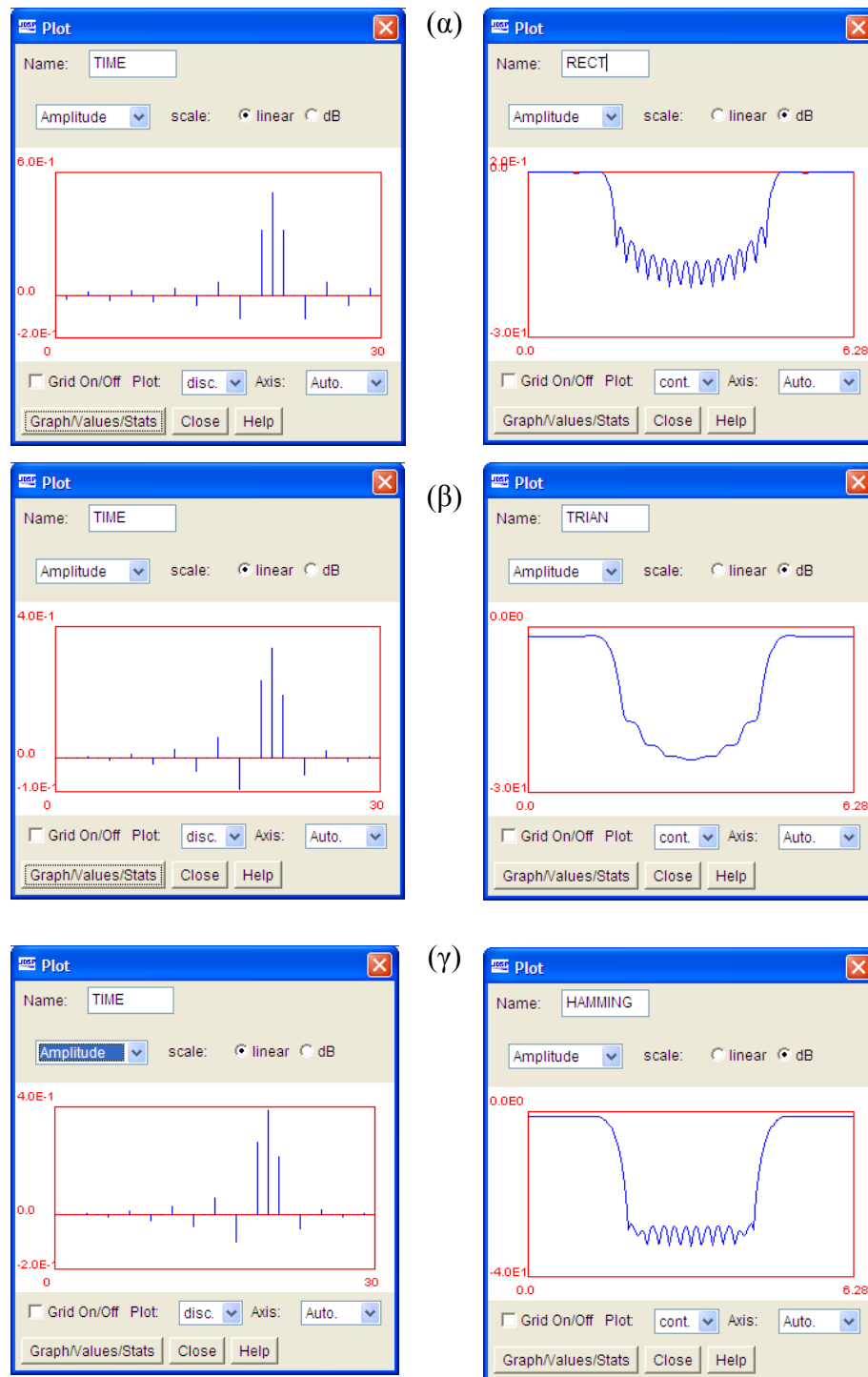
Σχήμα 3.6 – Κρουστική απόκριση (α) και καθορισμός παραθύρου (β)

Συγκεκριμένα το σήμα παραθύρου πολλαπλασιάζεται με το σήμα εισόδου κρουστικής απόκρισης, σχηματίζοντας στην έξοδο την ανάλογη μορφή σήματος σε σχέση με τον τύπο του παραθύρου που καθορίζεται. Παράλληλα το μέγεθος του σήματος εξόδου αντιστοιχεί με το μέγεθος παραθύρου που το πλαισιώνει, αφού οι υπόλοιπες τιμές σήματος έξω από την εμβέλεια του παραθύρου μηδενίζονται (Σχ. 3.7).

Παραθέτουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις για τρία είδη παραθύρων, rectangular (Σχ. 3.7α), triangular (Σχ. 3.7β), hamming (Σχ. 3.7γ). Συγκρίνοντας τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας, παρατηρούμε ότι η ορθογώνια

παραθυροποίηση (Σχ. 3.7α) έχει την ασθενέστερη ζώνη μετάβασης, δηλαδή μεταξύ των ζωνών διέλευσης και αποκοπής, σε αντίθεση με την hamming που έχει την ισχυρότερη (Σχ. 3.7γ). Η triangular κυμαίνεται σε ενδιάμεσο χαρακτήρα (Σχ. 3.7β). Επίσης από πλευράς κυματομορφών (ripple effect), η rectangular και triangular παρουσιάζονται κατώτερες από την hamming, διότι έχουν αστάθεια στην συμπεριφορά ripple effect στις ζώνες αποκοπής, με την δεύτερη (Σχ. 3.7β) να παρουσιάζει την χειρότερη, με εντελώς ασταθείς τιμές. Αυτά, σε αντίθεση με την hamming (Σχ. 3.7γ), η οποία παρουσιάζει ισοζυγισμένη και σταθερή κυματομορφή (equi ripple) στις ζώνες αποκοπής και αυτό την καθιστά πιο αποδοτική από τις άλλες. Το γενικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι η ιδανικότερη παραθυροποίηση φαίνεται να παρουσιάζεται η hamming, με την σταθερότερη κυμάτωση (equi ripple) και τον μεγαλύτερο βαθμό ζώνης μετάβασης. Αυτό την καθιστά στην περίπτωση μας, την αποδοτικότερη μέθοδο σχεδίασης βαθυπερατού

FIR φίλτρου.



Σχήμα 3.7 – Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας FIR φίλτρου με παράθυρο rectangular (α), triangular (β) και hamming (γ)

Εκτός από τους τύπους παραθύρων που έχουμε μελετήσει μέχρι τώρα για την σχεδίαση FIR φίλτρων, υπάρχει ακόμη ένας σημαντικός τύπος παραθύρου, το Kaiserwindow. Το παράθυρο Kaiser ορίζεται από τον λόγοσυναρτήσεων Bessel (εξ. 3.7). Όπου I_0 είναι οι μηδενικής τάξης συναρτήσεις Bessel πρώτου τύπου (εξ. 3.8). Οι παράμετροι του παραθύρου L και β διαμορφώνουν το μέγεθος και σχήμα του παραθύρου αντίστοιχα. Για $\beta=0$ το Kaiser είναι το ίδιο με το ορθογώνιο παράθυρο.

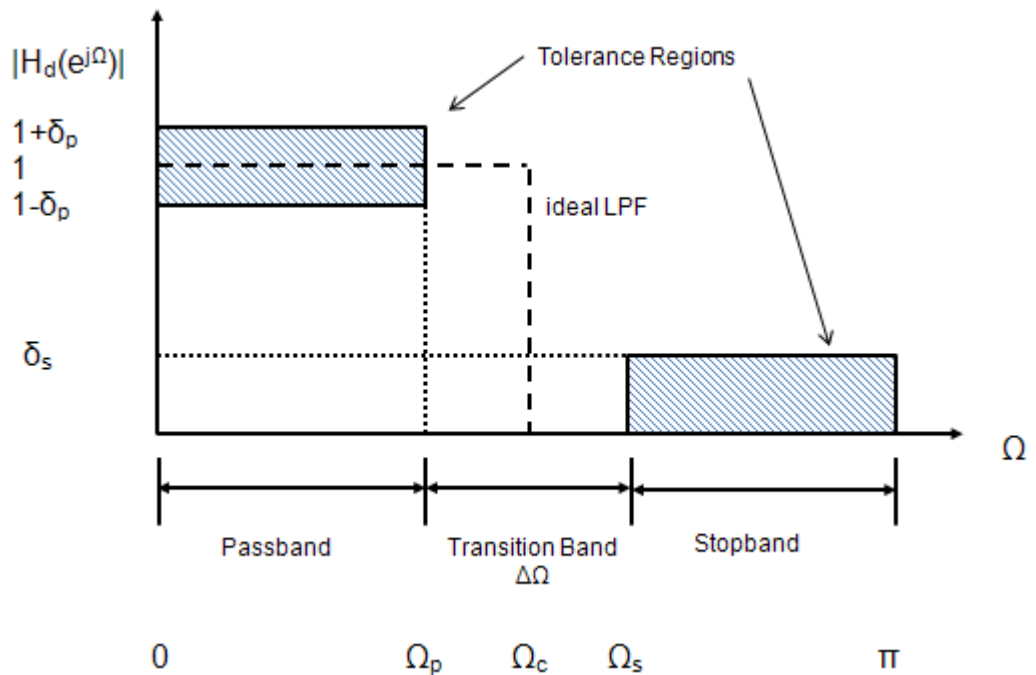
$$w(n) = \frac{I_0(L, \beta)}{I_0(\beta)}, \quad 0 \leq n \leq L$$

(3.7)

$$I_0(x) = 1 + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(1!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{(3!)^2} + \dots$$

(3.8)

Για να κατανοήσουμε τις παραμέτρους που αποτελούν το φίλτρο αυτό, ορίζουμε και απεικονίζουμε τις προδιαγραφές του παραθύρου στην παρακάτω γραφική παράσταση απόκρισης συχνότητας (Σχ. 3.8).



Σχήμα 3.8 – Απόκριση συχνότητας με προδιαγραφές φίλτρου [3]

Βάσει των μεταβλητών της γραφικής παράστασης, ορίζουμε την τάξη του φίλτρου με την εξής εξίσωση (εξ. 3.9).

$$L \cong \frac{A - 8}{2.2854\Omega}, \quad \Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_p$$

(3.9)

Οι συχνότητες Ω_s και Ω_p αποτελούν τα όρια των συχνοτήτων που αποκόπτονται και διαπερνούν, όπως φαίνονται στη γραφική παράσταση. Οι τιμές tolerances δ_p και δ_s ορίζουν τις διακυμάνσεις στα σημεία διέλευσης και αποκοπής αντίστοιχα. Η μεταβλητή A αντιπροσωπεύει τη μικρότερη τιμή από τα δύο tolerances και ορίζεται από τον λογαριθμικό τύπο (εξ. 3.10), με τιμές μέτρησης dB.

$$A = -20 \log_{10}(\min(\delta_s, \delta_p))$$

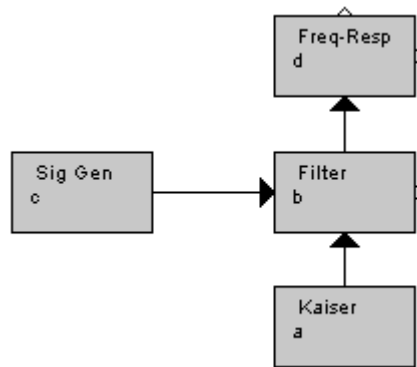
(3.10)

Τέλος η παράμετρος β , από την οποία καθορίζεται το σχήμα του παραθύρου, εξαρτάται από την μεταβλητή A όπως περιγράφεται από τον παρακάτω μαθηματικό ορισμό (εξ. 3.10).

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A - 8.7), & A > 50 \\ 0.5842(A - 21)^{0.4} + 0.07886(A - 21), & 21 \leq A \leq 50 \\ 0, & A < 21 \end{cases}$$

(3.10)

Μετά την θεωρητική και μαθηματική θεμελίωση γύρω από το παράθυρο Kaiser, προχωρούμε στην πρακτική πλευρά μέσα από το εργαλείο J-DSP. Για την υλοποίηση FIR φίλτρου βάσει του παραθύρου Kaiser απαιτείται η σύνδεση του μπλοκ Kaiserdesign στο μπλοκ φίλτρου, ώστε να εισαχθούν οι κατάλληλοι συντελεστές που αντιπροσωπεύουν το FIR φίλτρο (Σχ. 3.9).



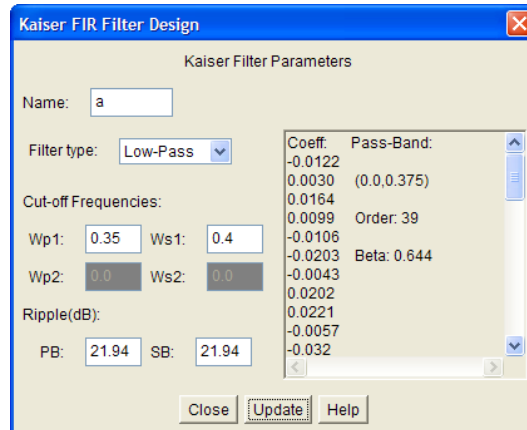
Σχήμα 3.9 – Προσομοίωση FIR φίλτρου με Kaiserwindow

Χρησιμοποιώντας τη προσομοίωση αυτή, θα σχεδιάσουμε ένα αρκετά αποδοτικό βαθυπερατό (lowpass) φίλτρο, το οποίο περιγράφεται με τις ακόλουθες σχέσεις (εξ. 3.11). Συγκεκριμένα από τη σχέση αυτή ορίζεται το μέτρο της απόκρισης συχνότητας στα καθορισμένες πλαίσια της γωνιακής συχνότητας.

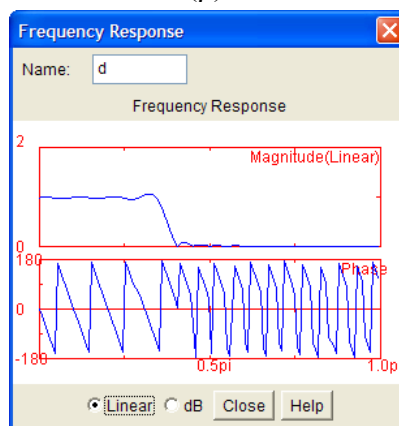
$$\begin{aligned}
 |H(e^{j\Omega})| &\leq 0.08, & \text{για } 0.4\pi \leq \Omega \leq \pi \\
 0.92 \leq |H(e^{j\Omega})| &\leq 1.08, & \text{για } 0 \leq \Omega \leq 0.35\pi
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Από την παραπάνω μαθηματική περιγραφή εξάγουμε τις τιμές των παραμέτρων που χρειάζονται για την σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου, λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη την γραφική παράσταση (Σχ. 3.8) με τις προδιαγραφές. Κατανοούμε από αυτή ότι μεταξύ των τιμών 0 και 0.35π γωνιακής συχνότητας έχουμε την ζώνη διέλευσης (passband) συχνοτήτων και παράλληλα μεταξύ 0.4π και π έχουμε τη ζώνη αποκοπής (stopband). Μεταξύ των τιμών 0.35π και 0.4π συχνότητας έχουμε τη ζώνη μετάβασης (transitionband). Παρατηρούμε ότι στις αντίστοιχες συχνότητες αποκοπής το μέτρο της απόκρισης συχνότητας κυμαίνεται κάτω από 0.08 και παράλληλα στις συχνοότητες διέλευσης κυμαίνεται κατά 0.08 γύρο από την μονάδα. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι οι τιμές των tolerances των ζωνών αντίστοιχα είναι και τα δύο 0.08. Από αυτό υπολογίζεται το A (ripple) το οποίο αντιπροσωπεύει σε dB το μικρότερο από τα δύο tolerance (εξ. 3.10). Έτσι από αυτές τις παραμέτρους που έχουμε εξάγει, καθορίζουμε τις ανάλογες τιμές του φίλτρου στο μπλοκ του KaiserFIRfilterdesign (Σχ. 3.10α).

(α)



(β)



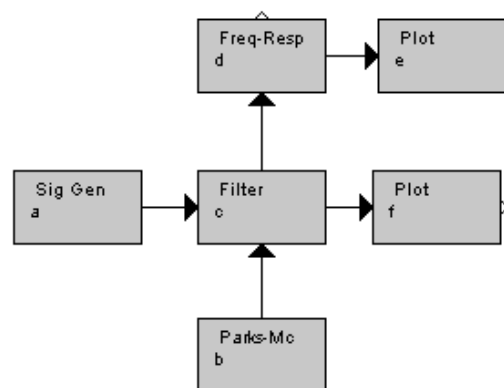
Σχήμα 3.10 – Προδιαγραφές (α) και απόκριση συχνότητας (β) FIRφίλτρου με παράθυρο Kaiser

Το μπλοκ Kaiser υπολογίζει τις τιμές και τον αριθμό των συντελεστών που αποτελούν το φίλτρο. Βάσει του αριθμού των συντελεστών υπολογίζεται η τάξη του FIR φίλτρου και στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε 39-τάξη φίλτρου με 40 συντελεστές.

Μπορούμε να επαληθεύσουμε τον ορθό σχεδιασμό του βαθυπερατού φίλτρου μέσω της γραφικής παράστασης της απόκρισης συχνότητας του (Σχ. 3.10β). Από αυτή παρατηρούμε τις ζώνες αποκοπής και διέλευσης τις οποίες έχουμε καθορίσει κατά τον σχεδιασμό. Εάν αναπαραστήσουμε τις τιμές της γραφικής παράστασης θα επαληθεύσουμε την σχέση που περιγράφει το φίλτρο (εξ. 3.11). Σημειώνουμε επίσης ότι η απόκριση φάσης του φίλτρου (Σχ. 3.10β) είναι γραμμική και έτσι έχουμε σταθερή groupdelay και παράλληλα η συμπεριφορά του φίλτρου παρουσιάζεται κοντά στην ιδανική. Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι χρειάζεται μεγάλη πολυπλοκότητα (40 συντελεστές) για την σχεδίαση του FIRφίλτρου Kaiser.

Μέχρι τώρα έχουμε μελετήσει τη σχεδίαση FIR φίλτρων με την μέθοδο των παραθύρων. Η μέθοδος αυτή δεν είναι η βέλτιστη για το σχεδιασμό ιδανικών φίλτρων. Κατά την μέθοδο των παραθύρων έχουμε παρατηρήσει ότι στην απόκριση συχνότητας του φίλτρου, η απόκλιση από την επιθυμητή (tolerances δ_s και δ_p), δηλαδή το σφάλμα, δεν είναι σταθερή κατά μήκος της απόκρισης. Έχει αποδειχτεί ότι εάν αυτό το σφάλμα είναι σταθερό (equiripple) κατά μήκος των ζωνών αποκοπής και διέλευσης, δηλαδή έχουμε σταθερές αποκλίσεις από το επιθυμητό, επιτυγχάνεται η βέλτιστη προσέγγιση ως προς την ιδανική επιθυμητή απόκριση συχνότητας. Οι Parks και McClellan ανέπτυξαν έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης για σχεδιασμό FIR φίλτρων, ώστε να παρέχουν έλεγχο της κυμάτωσης στις ζώνες αποκοπής και διέλευσης, αποσκοπώντας σταθερό σφάλμα. Κατά την μέθοδο αυτή μένουν σταθερά το πλήθος των συντελεστών και οι συχνότητες αποκοπής Ω_p και Ω_s , μεταβάλλοντας τα tolerances δ_s και δ_p . Τα φίλτρα που προκύπτουν από αυτή τη μέθοδο έχουν πάντα μικρότερο αριθμό συντελεστών και έτσι μικρότερη πολυπλοκότητα, από τα φίλτρα που προκύπτουν από την μέθοδο των παραθύρων.

Θα δούμε στη συνέχεια μέσα από το J-DSP την υλοποίηση φίλτρου πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης με την μέθοδο Parks and McClellan. Θέτουμε την ακόλουθη διάταξη μπλοκ, για να επιτύχουμε τον σχεδιασμό (Σχ. 3.11).

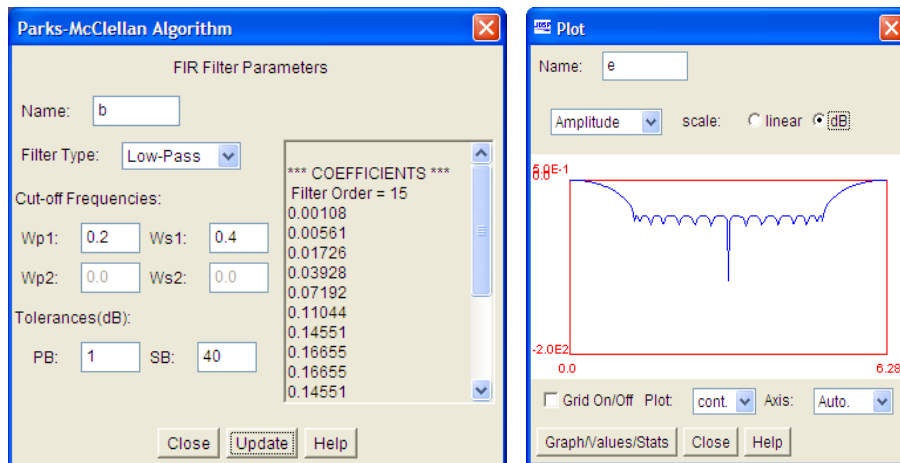


Σχήμα 3.11 – Προσομοίωση σχεδίασης FIR φίλτρου με την μέθοδο ParksMcClellan

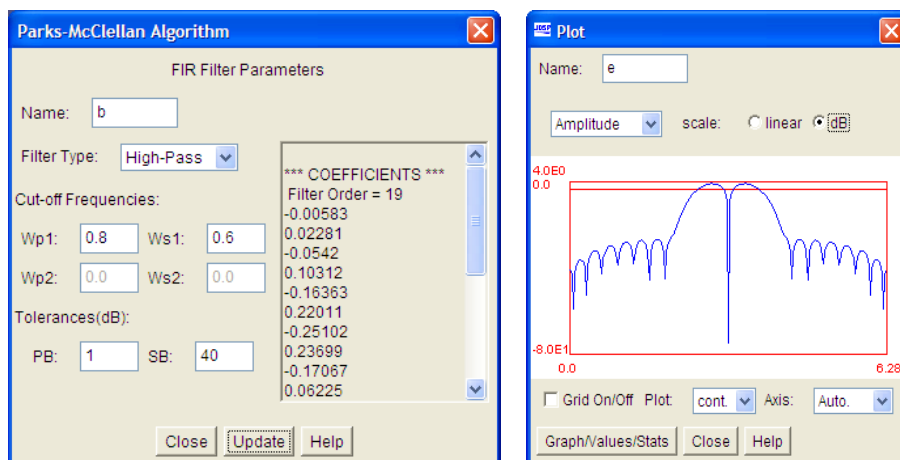
Αποσκοπούμε στο σχεδιασμό βαθυπερατού και υψηπερατού φίλτρου, καθορίζοντας αντίστοιχα τις κατάλληλες παραμέτρους μέσα από το μπλοκ Parks-McClellan (Σχ.

3.11). Για το βαθυπερατό φίλτρο, ορίζουμε συχνότητες αποκοπής $\Omega_p=0.2\pi$ για τη ζώνη διέλευσης και $\Omega_s=0.4\pi$ για τη ζώνη αποκοπής, καθώς και τα αντίστοιχα tolerances $\delta_s=1$ και $\delta_p=40$ σε dB (Σχ. 3.12α). Για το υψηπερατό φίλτρο αντίστοιχα, ορίζουμε συχνότητες αποκοπής $\Omega_p=0.8\pi$ για τη ζώνη διέλευσης και $\Omega_s=0.6\pi$ για τη ζώνη αποκοπής, καθώς και τα αντίστοιχα ίσα tolerances $\delta_s=1$ και $\delta_p=40$ σε dB (Σχ. 3.12β).

(α)



(β)



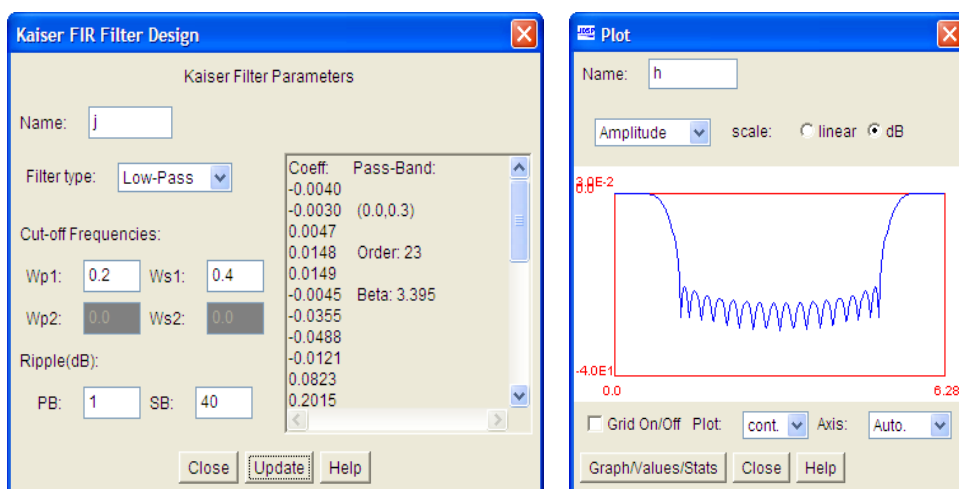
Σχήμα 3.12 – Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας βαθυπερατού (α) και υψηπερατού (β) φίλτρου με τον αλγόριθμο Parks-McClellan

Από τους παραπάνω σχεδιασμούς, παρατηρούμε ότι το βαθυπερατό φίλτρο έχει 15^η τάξη με 16 συντελεστές και το υψηπερατό 19^η τάξη με 20 συντελεστές. Από αυτά τα δεδομένα συμπεραίνουμε ότι ο σχεδιασμός φίλτρων βάσει της μεθόδου των Parks και McClellan, παράγει μικρότερης τάξης FIR φίλτρα με λιγότερους συντελεστές από τις μεθόδους παραθύρων, καθώς και σταθερές κυματομορφές equiripple (Σχ. 3.12α) στη

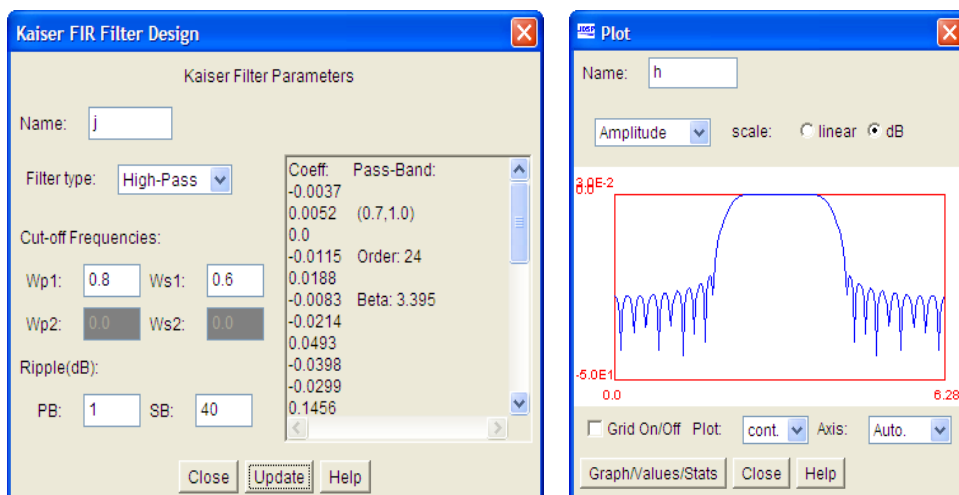
ζώνη αποκοπής. Έτσι καθίσταται πιο αποδοτική με λιγότερη πολυπλοκότητα από την
μέθοδο των παραθύρων.

Για να παρατηρήσουμε με πιο ακριβή τρόπο τη σύγκριση αυτή, θα δημιουργήσουμε τα αντίστοιχα φίλτρα με τις ίδιες παραμέτρους, αλλά με το Kaiser παράθυρο που έχουμε μελετήσει προτύτερα.

(α)



(β)



Σχήμα 3.13 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας βαθυπερατού (α) και υπερπερατού (β) φίλτρου με την μέθοδο Kaiser

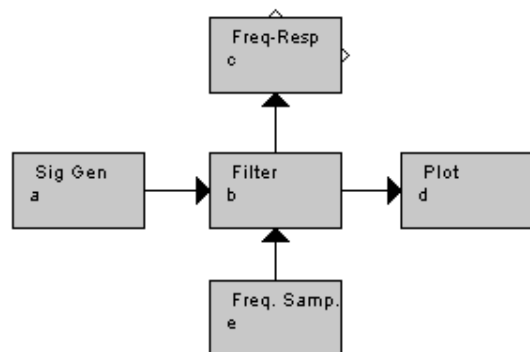
Συγκρίνοντας έτσι τα δύο φίλτρα στις δύο μεθόδους (Σχ. 3.12 και 3.13), επαληθεύεται το γεγονός που προαναφέραμε. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η μέθοδος των Parks και McClellan έναντι του παραθύρου Kaiser παράγει μικρότερης τάξης φίλτρα και παράλληλα πιο σταθερά σφάλματα κατά μήκος των ζωνών αποκοπής και διέλευσης.

Έτσι επαληθεύεται το γεγονός ότι η καινούργια αυτή μέθοδος επιτυγχάνει αποδοτικότερη προσέγγιση για μια επιθυμητή απόκριση συχνότητας φίλτρου.

Υπάρχει μια άλλη μέθοδος σχεδίασης FIR φίλτρων στο J-DSP, η οποία είναι πιο προσιτή και αναπαραστατική προς τον χρήστη. Η μέθοδος αυτή λέγεται σχεδίαση FIR φίλτρων απόδειγματοληψία συχνότητας. Με άλλα λόγια το επιθυμητό αποτέλεσμα, δηλαδή οι συντελεστές του φίλτρου παράγονται από την ιδανική απόκριση συχνότητας, την οποία καθορίζει εξ αρχής ο χρήστης. Με αυτό καταλαβαίνουμε ότι πραγματοποιείται αντίστροφη διαδικασία από τις προηγούμενες μεθόδους, αφού παράγουμε την κρουστική απόκριση με τους συντελεστές του φίλτρου μέσα από την επιθυμητή απόκριση συχνότητας. Συγκεκριμένα για να επιτευχθεί αυτό εφαρμόζουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier (IDFT) στην επιθυμητή απόκριση συχνότητας (εξ. 3.12), την οποία καθορίζουμε ανάλογα με τον τύπο του φίλτρου.

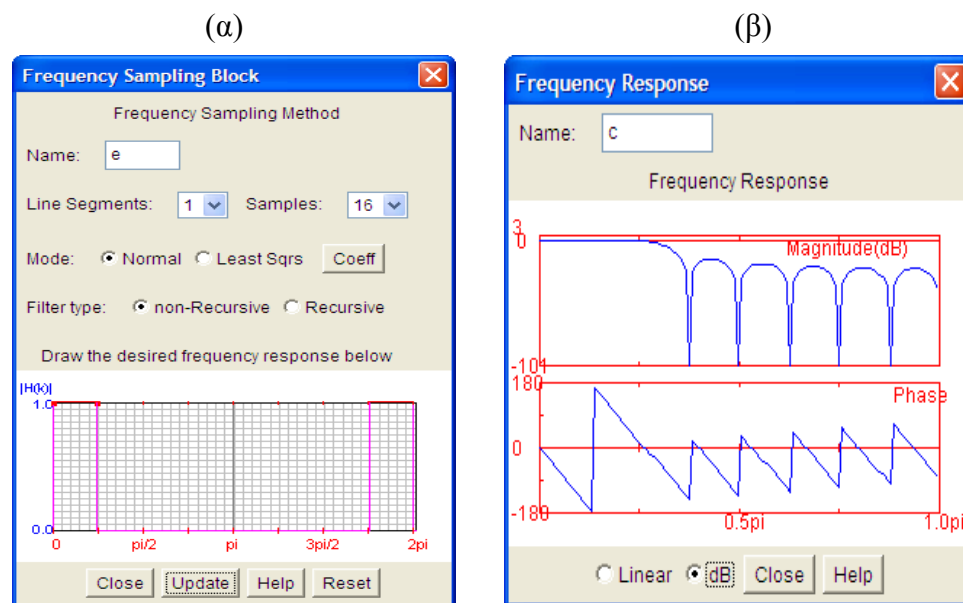
$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_d(e^{j\Omega_k}) e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (3.12)$$

Μέσα από το εργαλείο J-DSP εφαρμόζουμε την μέθοδο αυτή, θέτοντας μια σειρά από μπλοκ (Σχ. 3.14), ώστε να επιτύχουμε σχεδιασμό βαθυπερατού FIR φίλτρου, χρησιμοποιώντας το μπλοκ frequencysampling.



Σχήμα 3.14 – Προσομοίωση σχεδιασμού FIR φίλτρου με την μέθοδο FrequencySampling

Το σχεδιασμένο βαθυπερατό φίλτρο θα έχει συχνότητα αποκοπής 0.25π , καθώς θα είναι 15^{ης} τάξης. Καθορίζουμε τις προδιαγραφές αυτές μέσα από το μπλοκ frequencysampling, όπως φαίνεται στο σχήμα (Σχ. 3.15α).



Σχήμα 3.15 – FrequencySampling (α)και απόκριση συχνότητας (β) FIRφίλτρου

Μέσα από το μπλοκ όπως παρουσιάζεται και στο σχήμα (Σχ. 3.15α), ο χρήστης σχεδιάζει το μέτρο της απόκρισης συχνότητας μέσα από την γραφική παράσταση, θέτοντας τα σημεία που αποτελούν τη γραμμή απόκρισης. Καθορίζεται επίσης ο αριθμός των τμημάτων (μέχρι 4) που θα αποτελείται η γραμμή απόκρισης (LineSegments) στη γραφική παράσταση. Το μέγεθος της δειγματοληψίας και το μέγεθος του αντίστροφου μετασχηματισμού, ορίζεται από τον αριθμό των Samples (μέχρι 64) που καθορίζει ο χρήστης και έχει ως επακόλουθο το μέγεθος της τάξης του φίλτρου και της ακρίβειας της απόκρισης συχνότητας του. Θέτοντας τις προδιαγραφές του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου που έχουμε σχεδιάσει, εφαρμόζονται οι ανάλογοι συντελεστές στο φίλτρο και παίρνουμε στη έξοδο την απόκριση συχνότητας του τελικού σχεδιασμένου φίλτρου που προκύπτει (Σχ. 3.15β). Παρατηρούμε μέσα από αυτή ένα αποδοτικό βαθυπερατό FIR φίλτρο με σταθερή ζώνη διέλευσης στα πλαίσια της συχνότητας αποκοπής και αρκετά σταθερές διακυμάνσεις σφάλματος στη ζώνη αποκοπής. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζεται πολύ ευέλικτη με τη δυνατότητα σχεδιασμού διαφόρων ειδών φίλτρων, μέσα από το ορισμό του μέτρου απόκρισης συχνότητας.

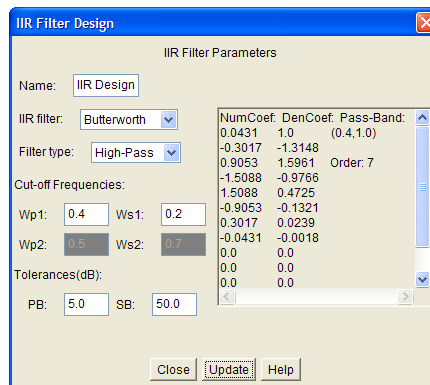
3.2 Φίλτρα Άπειρης Κρουστικής Απόκρισης (IIR)

3.2.1 Εισαγωγή στα IIR Φίλτρα

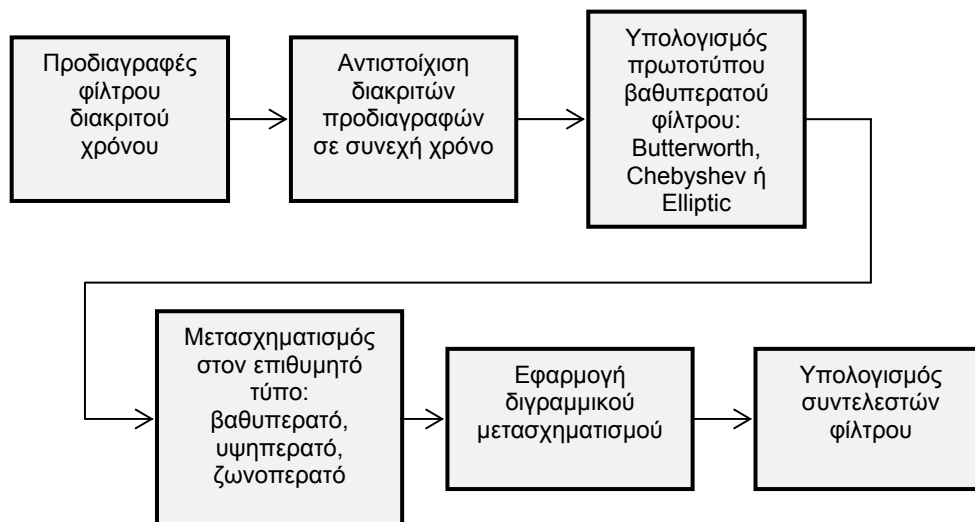
Έναντι των FIR, τα ψηφιακά IIR φίλτρα παρουσιάζουν άπειρο χαρακτήρα κρουστικής απόκρισης και παράλληλα για τον υπολογισμό της εξόδου τους χρησιμοποιούνται τιμές εισόδου καθώς και προηγούμενες τιμές εξόδου του σήματος. Αυτό οφείλεται στη παρουσία και των δύο ειδών συντελεστών φίλτρου, feed-forward και feedbackcoefficients σε αντίθεση με τα FIR που παρουσιάζουν μόνο feed-forward. Οι feedbackσυντελεστές προσδίδουν αναδρομικό χαρακτήρα στα φίλτρα, διότι για τον καθορισμό της εξόδου τους χρησιμοποιούνται και προηγούμενες τιμές εξόδου. Επίσης τα φίλτρα αυτά παρουσιάζουν μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα έναντι των FIR με λιγότερους συντελεστές. Η απόκριση φάσης των IIR φίλτρων έχει μη γραμμικό χαρακτήρα σε αντίθεση με των FIR, οπότε η χρονική καθυστέρηση (groupdelay) μεταξύ σήματος εξόδου, εισόδου δεν είναι σταθερή και έτσι σήματα πολλών συνιστωσών συχνοτήτων αλλοιώνονται κατά το φιλτράρισμα. Λόγω της συμπεριφοράς αυτής τα IIRφίλτρα έχουν αρνητικές επιπτώσεις σε κρίσιμες εφαρμογές επεξεργασίας σήματος, όπως στη βιοϊατρική και τις τηλεπικοινωνίες.

3.2.2 Μέθοδοι Σχεδίασης IIR Φίλτρων

Για την σχεδίαση των IIR φίλτρων χρησιμοποιούμε το μπλοκ IIRFilterDesign (Σχ. 3.16), το οποίο υπολογίζει τους συντελεστές, βασιζόμενη στο διγραμμικό μετασχηματισμό (bilineartransformation). Διαθέτει τέσσερις διαφορετικούς τρόπους σχεδίασης: Butterworth, ChebyshevI και II και Elliptic. Η διαδικασία σχεδίασης που ακολουθείται για την παραγωγή συντελεστών φίλτρου φαίνεται πιο κάτω (Σχ. 3.17).



Σχήμα 3.16 – Μπλοκ σχεδίασης IIRφίλτρου

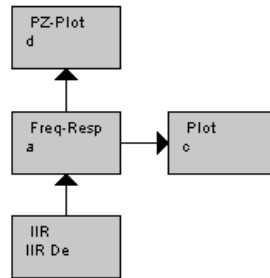


Σχήμα 3.17 – Διαδικασία σχεδίασης IIRφίλτρου [5]

Μέσα από το μπλοκ καθορίζουμε τις προδιαγραφές φίλτρου διακριτού χρόνου (cutofffrequencies και tolerances), τον τύπο του πρωτοτύπου βαθυπερατού φίλτρου (Butterworth, Chebyshev, Elliptic) και τον επιθυμητό χαρακτήρα που θα έχει το φίλτρο (highpass, lowpass, bandpass). Εκτελούνται οι αντίστοιχες διαδικασίες σύμφωνα με το διάγραμμα (Σχ. 3.17) και παίρνουμε τελικά τη τάξη του φίλτρου (order) με τα δύο είδησυντελεστών (numerator, denominatorcoefficients).

Ο στόχος μας στην επόμενη εφαρμογή είναι να συγκρίνουμε τις τέσσερις μεθόδους σχεδίασης φίλτρων IIR, τις οποίες παρέχει το εργαλείο J-DSP: Butterworth, ChebyshevI και II και Elliptic. Χρησιμοποιούμε την ανάλογη προσομοίωση στο

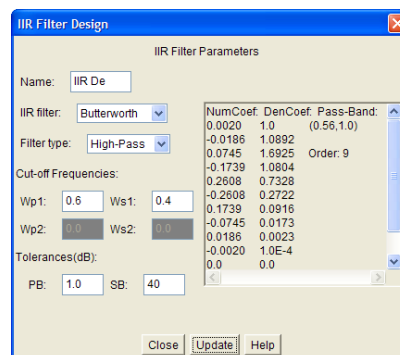
εργαλείο (Σχ. 3.18) για τη σύγκριση των φίλτρων, βάσει της απόκρισης συχνότητας και γραφήματος μετασχηματισμού Z.



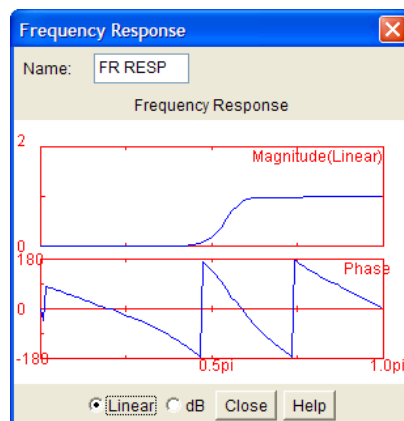
Σχήμα 3.18 – Προσομοίωση IIRφίλτρου

Για την εφαρμογή μας θα υλοποιήσουμε υπερπαρατό φίλτρο με συχνότητες αποκοπής $\omega_{p1}=0.6\pi$ για τη ζώνη διέλευσης και $\omega_{s1}=0.4\pi$ για τη ζώνη αποκοπής, καθώς και tolerances για τις αντίστοιχες ζώνες $\delta_p=1\text{dB}$ και $\delta_s=40\text{dB}$. Αρχικά παρουσιάζουμε τις ανάλογες γραφικές παραστάσεις και τις καθορισμένες προδιαγραφές για το IIR φίλτρο **Butterworth** (Σχ. 3.19).

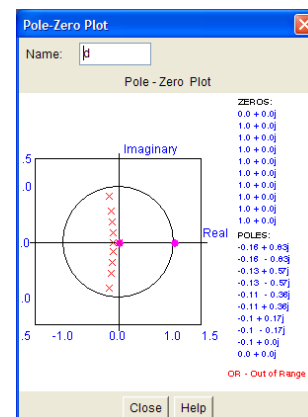
(α)



(β)



(γ)



Σχήμα 3.19 – Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και διάγραμμα πόλων, μηδενικών υπερπαρατού Butterworth IIR φίλτρου

Όπως είδαμε αρχικά υπολογίζεται το βαθυπερατό αναλογικό φίλτρο Butterworth, του οποίου το τετράγωνο μέτρου της απόκρισης συχνότητας ορίζεται με την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 3.13). Όπου ω είναι η συχνότητα στο πεδίο S, ω_c η συχνότητα αποκοπής και M η τάξη του φίλτρου.

$$|H_a(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2M}}$$

(3.13)

Για να πάρουμε το αντίστοιχο ψηφιακό φίλτρο από το αναλογικό, χρειάζεται η εφαρμογή του διγραμμικού μετασχηματισμού (εξ. 3.14). Συγκεκριμένα μετασχηματίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου από το πεδίο S $H_a(s)$ στο πεδίο Z $H_a(z)$.

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{z+1}}$$

(3.14)

Το φίλτρο Butterworth παρουσιάζει μόνο πόλους, όπως φαίνεται και στο σχήμα (Σχ. 3.19γ). Οι πόλοι του φίλτρου στο πεδίο S καθορίζονται από τη πιο κάτω σχέση (εξ. 3.15).

$$p_k = \omega_c e^{j\frac{\pi(2k+M-1)}{2M}}, \quad k = 1, \dots, 2M$$

(3.15)

Στην πιο πάνω εφαρμογή (Σχ. 3.19), έχουμε υλοποιήσει τη σχεδίαση ψηφιακού υπερπερατού IIR φίλτρου, μέσω του υπολογισμού Butterworth βαθυπερατού φίλτρου και τον μετασχηματισμό αυτού σε ψηφιακό. Το σχεδιασμένο φίλτρο παρουσιάζει τάξη 9 με 10 feedback συντελεστές. Παρατηρούμε ότι ο χαρακτήρας του υπερπερατού φίλτρου είναι κοντά στον ιδανικό, με μηδενική σταθερή ζώνη αποκοπής και σταθερή μέγιστη μοναδιαία ζώνη διέλευσης (Σχ. 3.19β). Η ζώνη διέλευσης χαρακτηρίζεται και από τους πόλους της απόκρισης οι οποίοι παρουσιάζονται σχεδόν στην ευθεία, με γωνία πάνω από την συχνότητα αποκοπής του φίλτρου (περίπου 0.5π) προσδίδοντας μια

flatζώνη (Σχ. 3.19γ). Η φάση του όπως ήταν αναμενόμενο είναι μη γραμμική (Σχ. 3.19β).

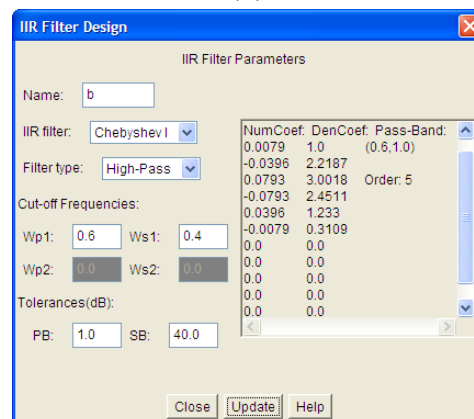
Επαναλαμβάνουμε την ίδια μέθοδο σχεδίασης και τις ίδιες προδιαγραφές για τους υπόλοιπους τύπους φίλτρων. Στην επόμενη εφαρμογή, σχεδιάζουμε το φίλτρο **Chebyshev τύπου I**, του οποίου το μέτρο της απόκρισης συχνότητας στο πεδίο S δίνεται από την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 3.16). Όπου ω_p είναι η συχνότητα αποκοπής στη ζώνη διέλευσης, $T_N(\omega)$ είναι πολυώνυμο Chebyshev τάξης N και ϵ σταθερά.

$$|H_1(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)}$$

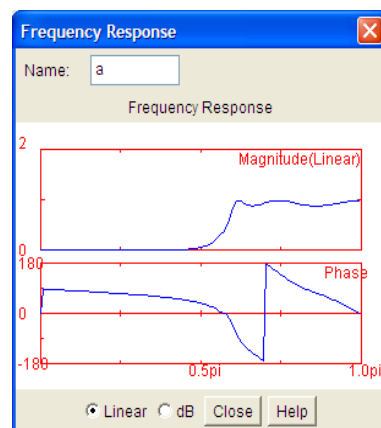
(εξ. 3.16)

Παρουσιάζουμε τις ανάλογες γραφικές παραστάσεις για το υπερπαρατό φίλτρο Chebyshev τύπου I (Σχ. 3.20).

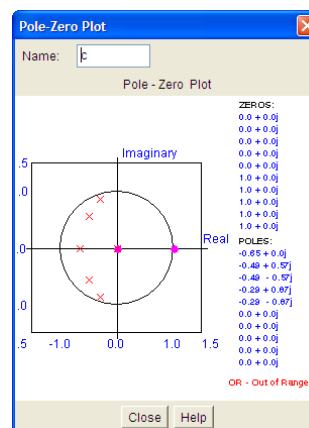
(α)



(β)



(γ)



Σχήμα 3.20 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και διάγραμμα πόλων, μηδενικών υψηλερατού Chebyshev I IIR φίλτρου

Από τη γραφική παράσταση της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 3.20β), συμπεραίνουμε ότι το φίλτρο έχει χαρακτήρα μονοτονικό (flat) στη ζώνη αποκοπής με μηδενική τιμή και παράλληλα κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης, η οποία παρουσιάζεται σταθερή στις αποκλίσεις (equiripple). Η σταθερότητα αυτή ερμηνεύεται και από του πόλους οι οποίοι παρουσιάζουν σχετικά σταθερό μέτρο ακτίνας στις γωνιακές συχνότητες διέλευσης (Σχ. 3.20γ). Το συγκεκριμένο φίλτρο παρουσιάζει 5^η τάξη με 6 feedback και 6 feed-forward συντελεστές (Σχ. 3.20α), δηλαδή μικρότερης πολυπλοκότητας από το Butterworth.

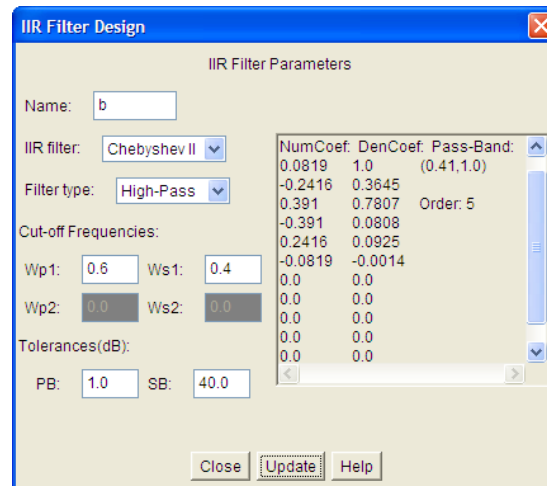
Για την επόμενη σχεδίαση χρησιμοποιούμε το φίλτρο **Chebyshev τύπου II**, το οποίο χαρακτηρίζεται από την παρακάτω εξίσωση απόκρισης συχνότητας (εξ. 3.17).

$$|H_a(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{T_N\left(\frac{\omega_{st}}{\omega_p}\right)}{T_N\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)} \right)^2}$$

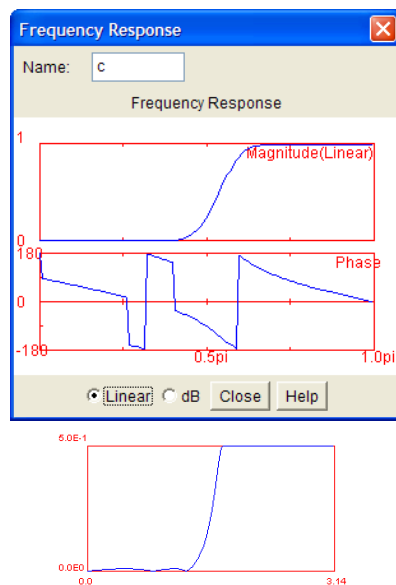
(3.17)

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις του φίλτρου θέτονται πιο κάτω (Σχ. 3.21). Με την ανάλυση των αποτελεσμάτων συμπεραίνουμε ότι το φίλτρο παρουσιάζει χαρακτήρα αντίστροφο του τύπου I όσον αφορά τις δύο ζώνες. Συγκεκριμένα το φίλτρο τύπου II παρουσιάζει μονοτονική (flat) ζώνη διέλευσης και σταθερή κυμάτωση (equiripple) στη ζώνη αποκοπής (Σχ. 3.21β). Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε και από τους πόλους και μηδενικά της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 3.21γ), με τα μηδενικά στις συχνότητες αποκοπής (equiripple) και πόλους στις συχνότητες διέλευσης (flat). Όπως όλα τα IIR φίλτρα έτσι και το φίλτρο Chebyshev τύπου II, παράγει μη γραμμική απόκριση φάσης (Σχ. 3.21β). Η τάξη του τύπου II είναι η ίδια με του τύπου I (Σχ. 3.21α) με τον ίδιο αριθμό συντελεστών.

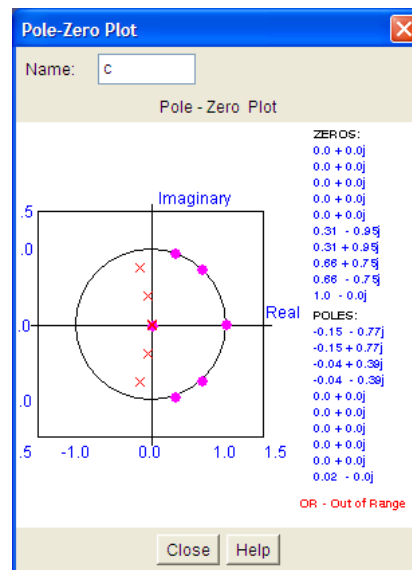
(α)



(β)



(γ)



Σχήμα 3.21 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και διάγραμμα πόλων, μηδενικών υψηλερατού Chebyshev II IIR φίλτρου

Ο τέταρτος και τελευταίος τύπος IIR φίλτρου είναι ο Ελλειπτικός (**Elliptic**), ο οποίος κρίνεται και ο πιο αποδοτικός σε σύγκριση με τους άλλους τρεις. Για να το παρατηρήσουμε και πρακτικά αυτό, θέτουμε στο μπλοκ IIRdesign τις ίδιες προδιαγραφές του υψηλερατού φίλτρου παράγοντας στη συνέχεια τις γραφικές

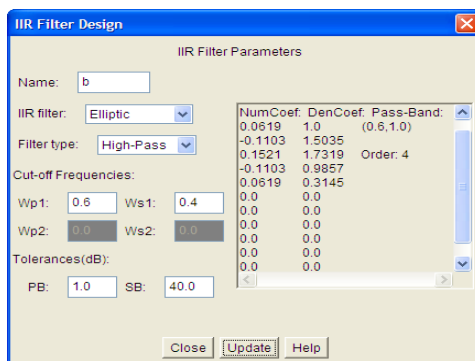
παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας και πεδίου Z (Σχ. 3.22). Ο μαθηματικός ορισμός της απόκρισης συχνότητας του αναλογικού ελλειπτικού φίλτρου δίνεται από την πιο κάτω σχέση (εξ. 3.18).

$$|H_z(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + s^4 U_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)}$$

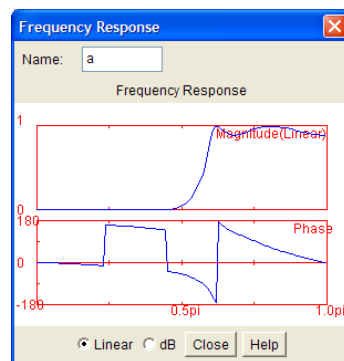
(3.18)

Όπου $U_N(\omega)$ είναι η Ιακωβιανή ελλειπτική συνάρτηση τάξης N . Όπως βλέπουμε από τη γραφική παράσταση της απόκρισης συχνότητας (Σχ. 3.22β) σε γραμμική μορφή και σε dB, το Ελλειπτικό φίλτρο παρουσιάζει ομοιόμορφη (equiripple) κυμάτωση τόσο στη ζώνη διέλευσης όσο και στη ζώνη αποκοπής. Αυτό διακρίνεται και από το διάγραμμα Z με 2 πόλους στις συχνότητες διέλευσης και 2 μηδενικά στις συχνότητες αποκοπής (Σχ. 3.22γ). Το σημαντικότερο για το Ελλειπτικό φίλτρο είναι ότι επιτυγχάνει τις ίδιες προδιαγραφές φίλτρου με λιγότερους συντελεστές και μικρότερης τάξης φίλτρο, καθώς και στενότερη ζώνη μετάβασης (transitionband). Αυτό φαίνεται και στη παραγωγή των πέντε συντελεστών στο μπλοκ μαζί με τη 4^η τάξη φίλτρου (Σχ. 3.22α).

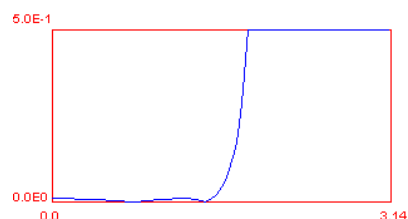
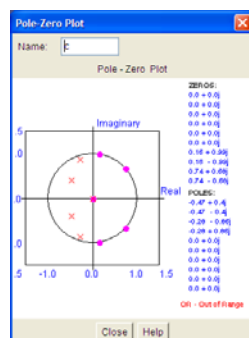
(α)



(β)



(γ)



Σχήμα 3.22 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και διάγραμμα πόλων, μηδενικών υπερπαρατού Elliptic IIR φίλτρου

Από τις εφαρμογές σχεδιασμού των τεσσάρων IIR φίλτρων, καταλήγουμε σε σημαντικά συμπεράσματα. Σύμφωνα πάντα με τις σταθερές αρχικές προδιαγραφές του υπερπαρατού φίλτρου που έχουμε καθορίσει, μεγαλύτερη τάξη και περισσότερους συντελεστές παρουσιάζει η σχεδίαση του φίλτρου Butterworth, η οποία καθίσταται υψηλής πολυπλοκότητας. Στην αντίθετη πλευρά το πιο αποδοτικό φίλτρο παρουσιάζεται το ελλειπτικό και αυτό οφείλεται στην μικρότερη τάξη φίλτρου με λιγότερους συντελεστές (μισούς), και ταυτόχρονα στενότερη ζώνη μετάβασης.

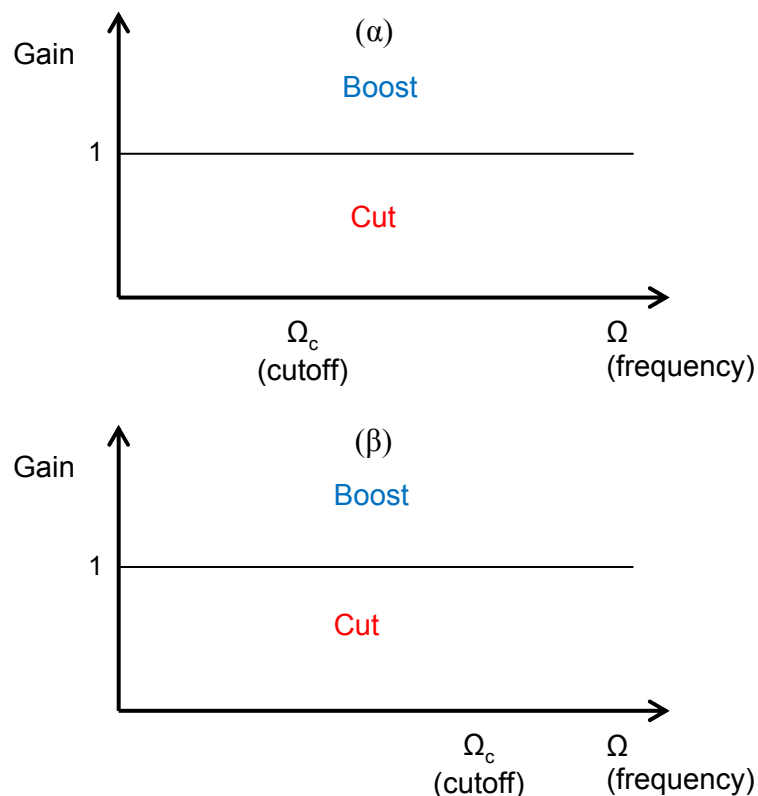
Εάν στο σύστημα μας είμαστε ανεκτικοί όσον αφορά την πολυπλοκότητα σχεδίασης (αριθμός συντελεστών) τότε το ιδανικότερο φίλτρο είναι αυτό του Butterworth με flatζώνες αποκοπής και διέλευσης.

Σε κανένα από τα IIR φίλτρα δεν παρατηρούμε γραμμική απόκριση φάσης. Επομένως παρουσιάζεται ασταθής group καθυστέρηση των φίλτρων και ως εκ τούτου μεταβαλλόμενη καθυστέρηση μεταξύ εξερχόμενου και εισερχόμενου σήματος σε τυχόν εφαρμογές φιλτραρίσματος.

3.3 Shelving Φίλτρα, Peaking Φίλτρα και Graphic Equalizers

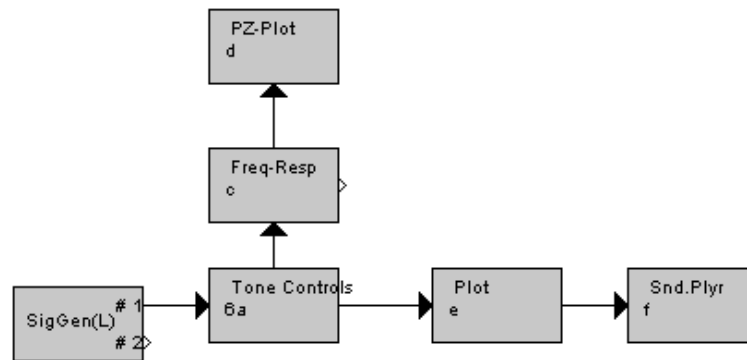
Στο επόμενο κομμάτι θα δούμε μια άλλη κλάση φίλτρων τα οποία χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές επεξεργασίας ήχων. Οι εφαρμογές των φίλτρων αυτών κρύβονται πίσω από πολλές λειτουργίες ηλεκτρονικών συσκευών στη καθημερινή ζωή, το οποίο τα καθιστά σημαντικά και ενδιαφέροντα.

Συγκεκριμένα τα φίλτρα αυτά χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τη μορφή της απόκρισης συχνότητας τους, τα Shelving filters και Peaking filters. Τα Shelving φίλτρα χρησιμοποιούνται για τον χειρισμό και έλεγχο των μπάσων (bass) και πρίμας (treble) των ακουστικών ήχων. Το μπάσο αντιπροσωπεύει τις χαμηλές συχνότητες και το πρίμα τις υψηλές συχνότητες του ηχητικού σήματος. Για την ενίσχυση (boost) και μείωση (cut) των μπάσων χρησιμοποιούνται βαθυπερατά (lowpass) Shelving φίλτρα (Σχ. 3.23α), τα οποία επηρεάζουν το φάσμα των συχνοτήτων που αποτελεί το μπάσο. Ενώ για την προσαρμογή του πρίμα χρησιμοποιούνται τα αντίστοιχα υψηπερατά φίλτρα (Σχ. 3.23β).



Σχήμα 3.23 – Απόκριση συχνότητας τωνbass (α) και treble (β) Shelvingfilters [3]

Εφαρμόζοντας πρακτικά τα πιο πάνω φίλτρα στο εργαλείο J-DSP, κατανοούμε καλύτερα το ρόλο τους. Έτσι θέτουμε το πιο κάτω διάγραμμα μπλοκ (Σχ. 3.24) για να εφαρμόσουμε έλεγχο μπάσων και πρίμα στα ηχητικά σήματα.



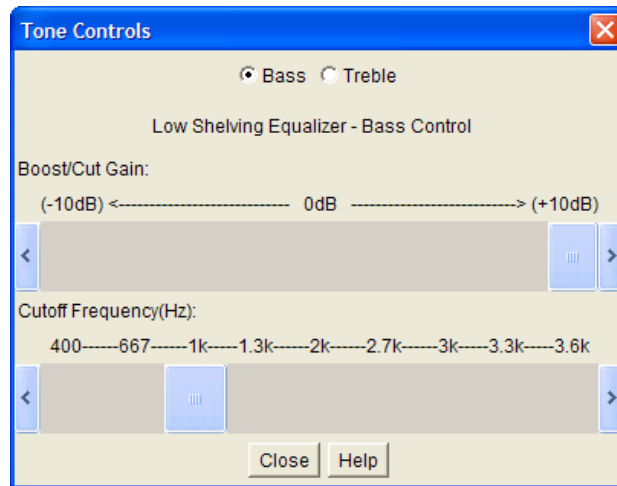
Σχήμα 3.24 – Προσομοίωση Shelvingfilters

Με το `signalgeneratorlong` παράγουμε ηχητικό σήμα 32 πλαισίων το οποίο περνά από το `tonecontrol` που αντιστοιχεί στα Shelvingfilters, ελέγχοντας το μπάσο και το πρίμα του ηχητικού σήματος. Στη συνέχεια επιδεικνύουμε τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας και μετασχηματισμού Z και παράλληλα χρησιμοποιούμε το μπλοκ `soundplayer` για να ακούσουμε το φιλτραρισμένο ηχητικό σήμα και να κατανοήσουμε καλύτερα την επίδραση των φίλτρων.

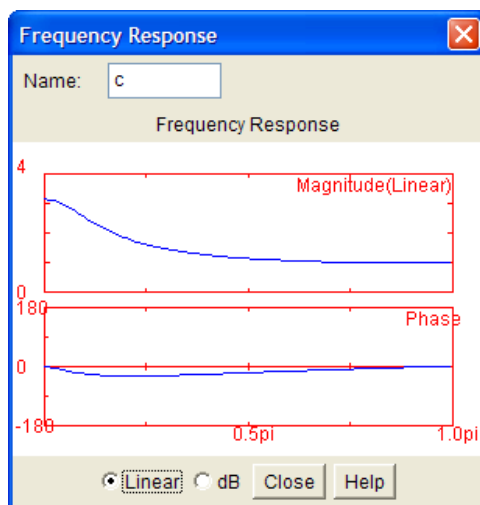
Στη συγκεκριμένη εφαρμογή προσαρμόζουμε το μπάσο και το πρίμα με ενίσχυση +10dB και μείωση -10dB με συχνότητες αποκοπής 1kHz και 3kHz αντίστοιχα. Παρουσιάζουμε τα αντίστοιχα μπλοκ για κάθε περίπτωση.

Η πρώτη περίπτωση είναι η ενίσχυση του μπάσου κατά 10dB με συχνότητα αποκοπής 1kHz (Σχ. 3.25α). Παρατηρούμε την απόκριση συχνότητας του `lowpassshelvingfilter` (Σχ. 3.25β) η οποία έχει γωνιακή συχνότητα αποκοπής στο 0.25π και το αντίστοιχο πεδίο μετασχηματισμού Z με ένα πόλο και ένα μηδενικό (Σχ. 3.25γ). Να σημειώσουμε ότι η συχνότητα δειγματοληψίας των `tonecontrol` είναι 8kHz. Έτσι για τον υπολογισμό της cutoff γωνιακής συχνότητας Ω_c , πολλαπλασιάζουμε με 2π και διαιρούμε την αναφερόμενη cutoff συχνότητα με την συχνότητα δειγματοληψίας (δηλ. $\Omega_c = 2\pi f_c / f_s$).

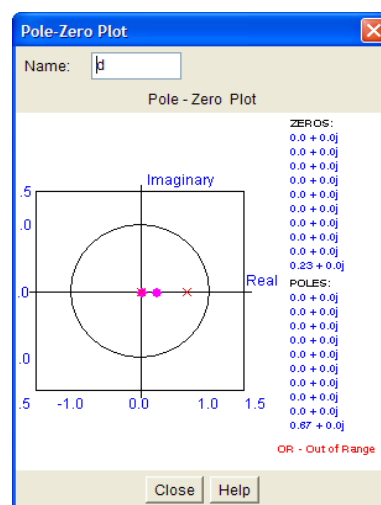
Στην συγκεκριμένη περίπτωση η σχέση διαμορφώνεται ως $\Omega_c = 2\pi \cdot 1\text{kHz}/8\text{kHz} = 0.25\pi$. Το ίδιο ισχύει και για τις άλλες περιπτώσεις συχνοτήτων.



(α)



(β)

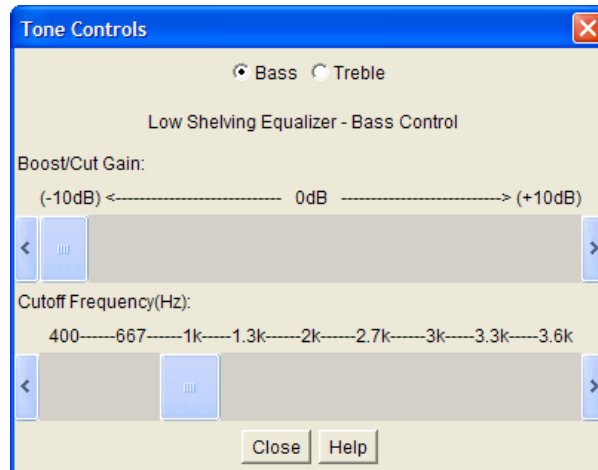


(γ)

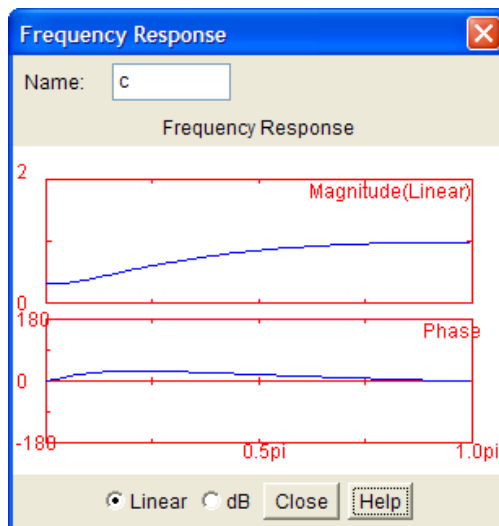
Σχήμα 3.25 – Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και μετασχηματισμός Z (γ) φίλτρου Shelving για τόνωση μπάσων

Εκτελούμε την αντίστοιχη διαδικασία μειώνοντας το μπάσο κατά 10dB και παρουσιάζουμε τις ανάλογες γραφικές παραστάσεις (Σχ. 3.26). Αυτή τη φορά γίνεται μείωση των χαμηλών συχνοτήτων (Σχ. 3.26β) ειδικότερα κάτω από την συχνότητα αποκοπής (0.25π).

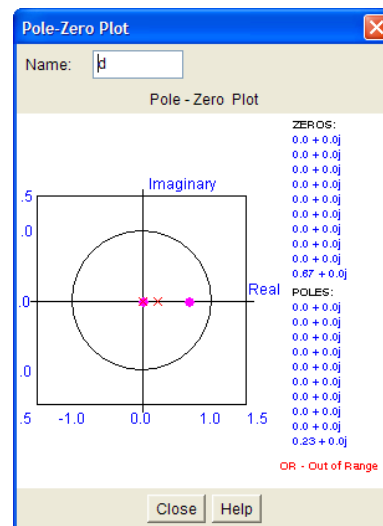
(α)



(β)



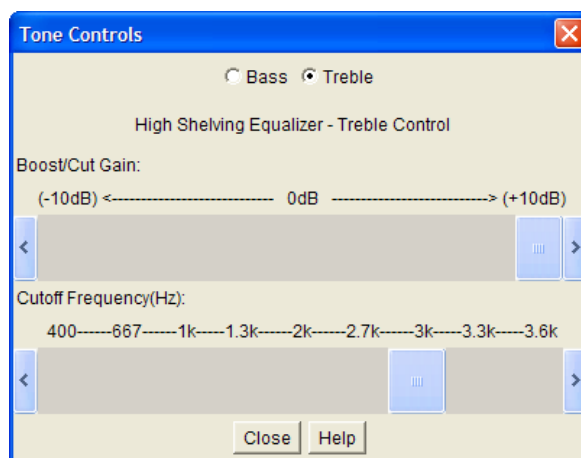
(γ)



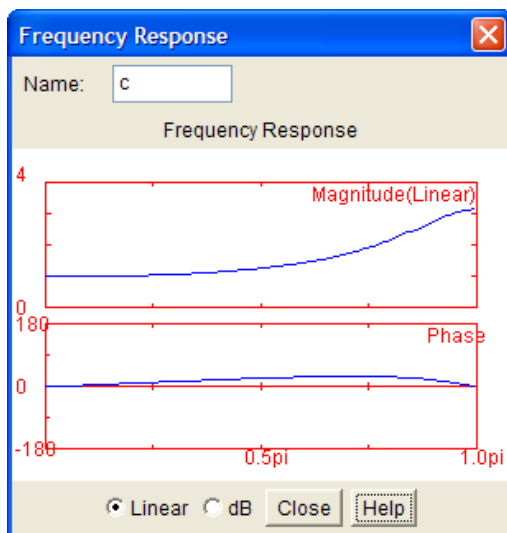
Σχήμα 3.26 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και μετασχηματισμός Z (γ) φίλτρου Shelving για μείωση μπάσων

Όσον αφορά τον έλεγχο του πρίμα, χρησιμοποιούμε highpassshelvingfilters. Για την ενίσχυση του πρίμα κατά 10dB και αντίστοιχη γωνιακή συχνότητα αποκοπής στα 0.75π (3kHz), θέτουμε τα ανάλογα μπλοκ πιο κάτω (Σχ. 3.27). Απόκριση συχνότητας χαρακτηρισμένη από το υπερπαρατό φίλτρο φαίνεται πιο κάτω (Σχ. 3.27β).

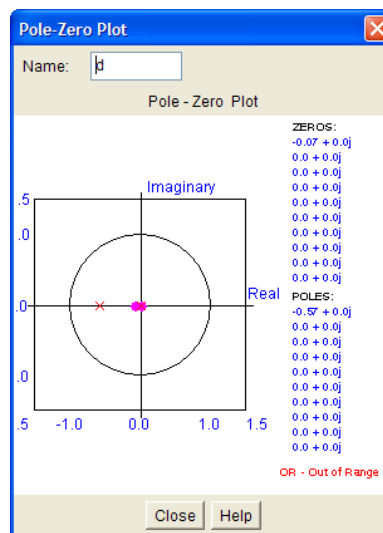
(α)



(β)



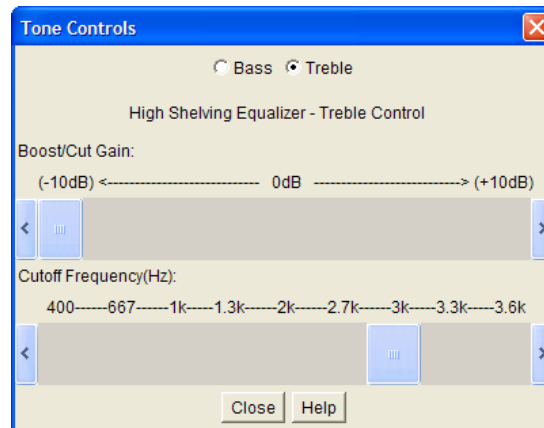
(γ)



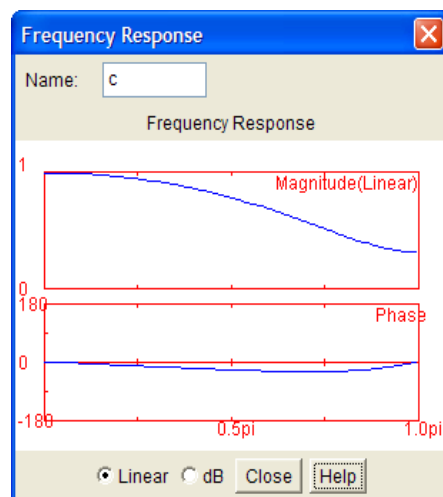
Σχήμα 3.27 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και μετασχηματισμός Z (γ) φίλτρου Shelving για τόνωση πρίμα

Τα αντίστοιχα μπλοκ για την μείωση του πρίμα κατά 10dB φαίνονται πιο κάτω (Σχ. 3.28). Βλέποντας την απόκριση συχνότητας (Σχ. 3.28β), ουσιαστικά το φίλτρο μετατρέπεται σε βαθυπερατό, αφού εξασθενούν οι υψηλές συχνότητες για τη μείωση του πρίμα και παραμένουν οι χαμηλές συχνότητες.

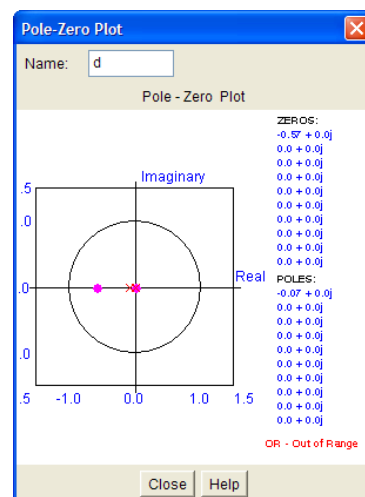
(α)



(β)



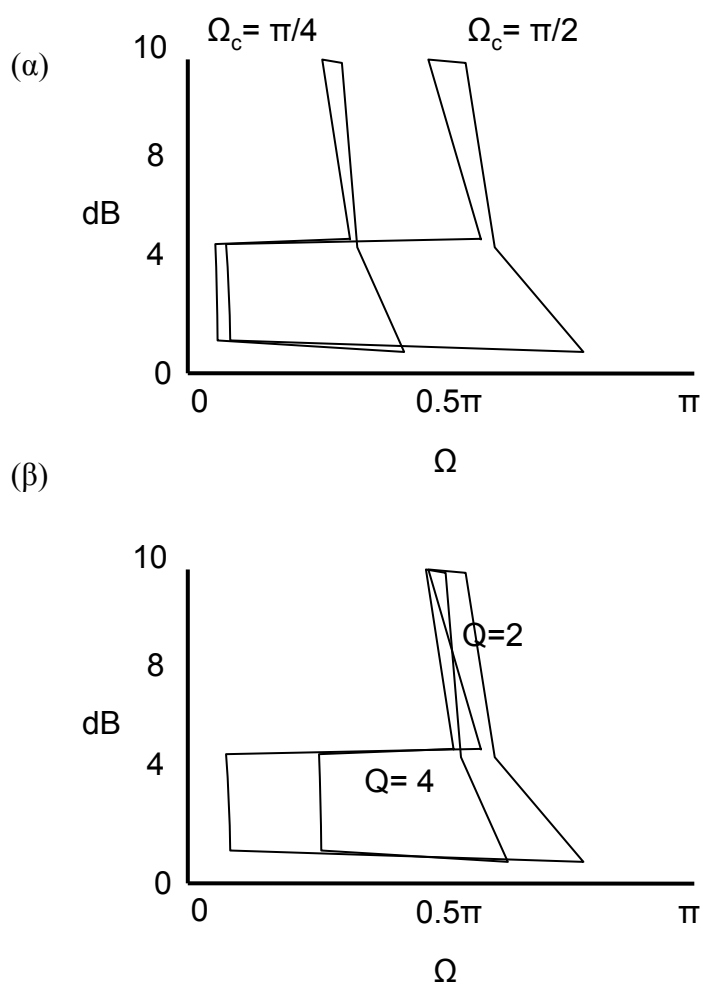
(γ)



Σχήμα 3.28 - Προδιαγραφές (α), απόκριση συχνότητας (β) και μετασχηματισμός Z (γ) φίλτρου Shelving για μείωση πρίμα

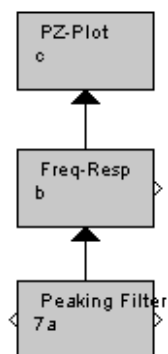
Για κάθε προσομοίωση, με την χρήση του μπλοκ soundplayer ακούμε το φιλτραρισμένο σήμα και αντιλαμβανόμαστε τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα με την αύξηση των μπάσων έχουμε πιο χοντρό παραγόμενο ήχο (ενισχυμένες χαμηλές συχνότητες), σε αντίθεση με την αύξηση του πρίμα που έχουμε πιο λεπτό τελικό ήχο (ενισχυμένες υψηλές συχνότητες) και το αντίθετο στις περιπτώσεις μείωσης.

Από την άλλη πλευρά τα πιο σύνθετα φίλτρα για τονικό έλεγχο είναι τα Peaking φίλτρα, τα οποία χρησιμοποιούνται για να αποτελέσουν ένα Graphic Equalizer που θα δούμε στην συνέχεια. Ουσιαστικά είναι είδη ζωνοπερατών (bandpass) φίλτρων, τα οποία ενισχύουν ή εξασθενούν μικρό φάσμα συχνοτήτων. Παρουσιάζουμε παρακάτω τη μορφή της απόκρισης συχνότητας του Peaking φίλτρου για κεντρικές (center) συχνότητες $\Omega_c = 0.5\pi$ και $\Omega_c = 0.25\pi$ και ενίσχυση στα 10dB (Σχ. 3.29α). Εκτός από τις κεντρικές συχνότητες που ορίζουν το φίλτρο, υπάρχει και ένας άλλος παράγοντας λεγόμενος Qualityfactor (Q), από τον οποίο εξαρτάται. Πιο κάτω βλέπουμε πως επηρεάζει ο παράγοντας αυτός την τοπικότητα του φίλτρου Peaking, για $Q=2$ και $Q=4$ (Σχ. 3.29β).



Σχήμα 3.29 – Απόκριση συχνότητας Peaking φίλτρων [3]

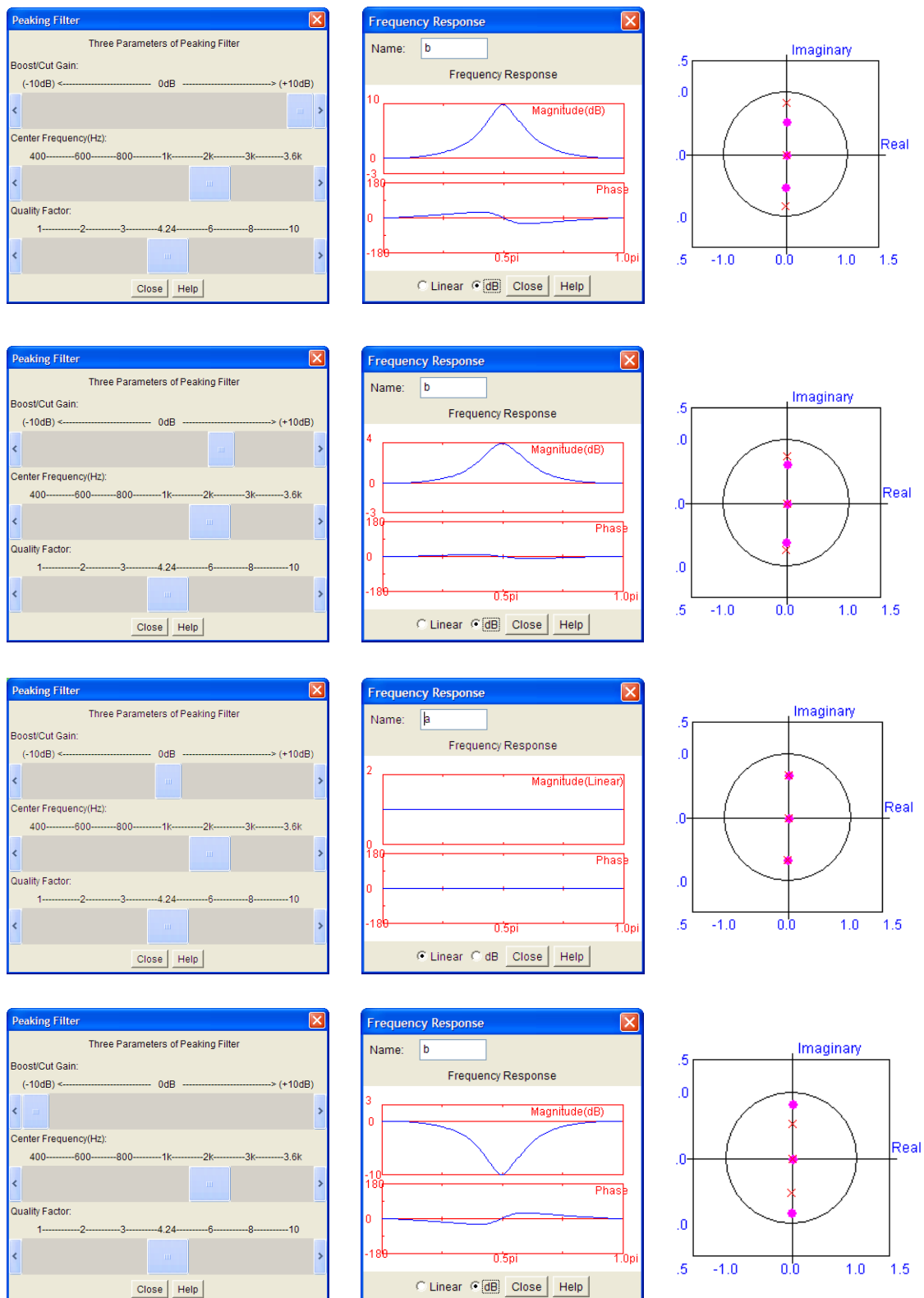
Χρησιμοποιούμε το εργαλείο J-DSP για να δούμε πως επηρεάζουν οι παράμετροι (gain, centerfrequency και qualityfactor) τα φίλτραPeaking. Θέτουμε τα μπλοκ της απόκρισης συχνότητας και του πεδίου Z (Σχ. 3.30).



Σχήμα 3.30 – Προσομοίωση απόκρισης συχνότητας Peakingfilter

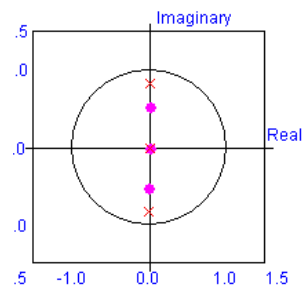
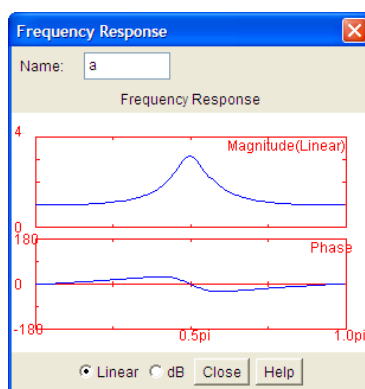
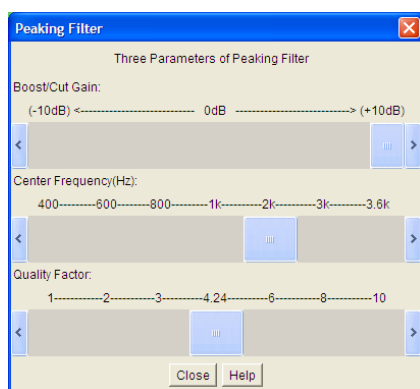
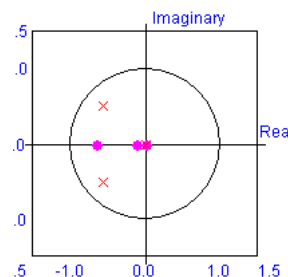
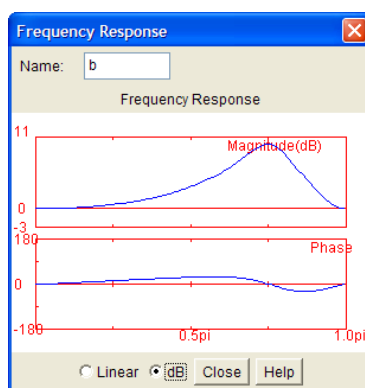
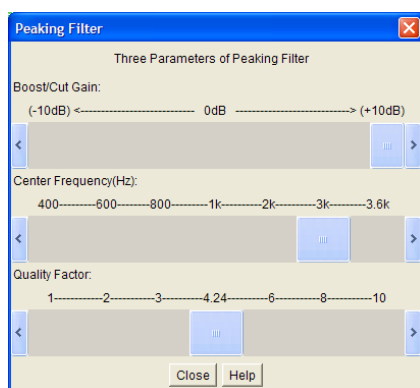
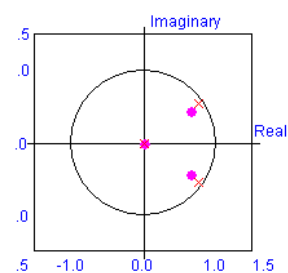
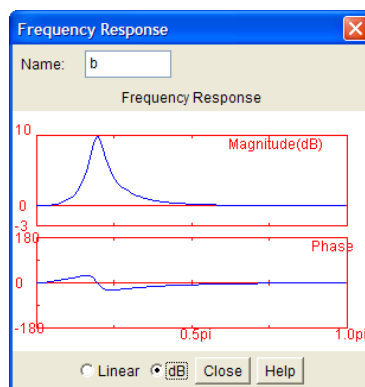
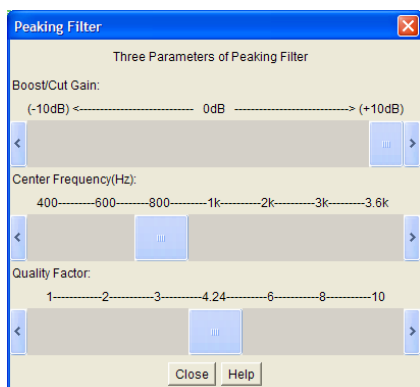
Ρυθμίζουμε τις παραμέτρους μέσα από το μπλοκ του φίλτρου. Παρουσιάζουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις με τους ανάλογους καθορισμούς παραμέτρων.

Στη πρώτη εφαρμογή (Σχ. 3.31) βλέπουμε την επίδραση του μέτρου σε dB της ενίσχυσης ή της μείωσης, κρατώντας σταθερά τις άλλες δύο παραμέτρους, την κεντρική συχνότητα (2kHz) και τοQualityfactor (4.24). Παρατηρούμε ότι η κορυφή της απόκρισης σε dB βρίσκεται σε ύψος ανάλογη και ίση του μέτρου που έχουμε καθορίσει.



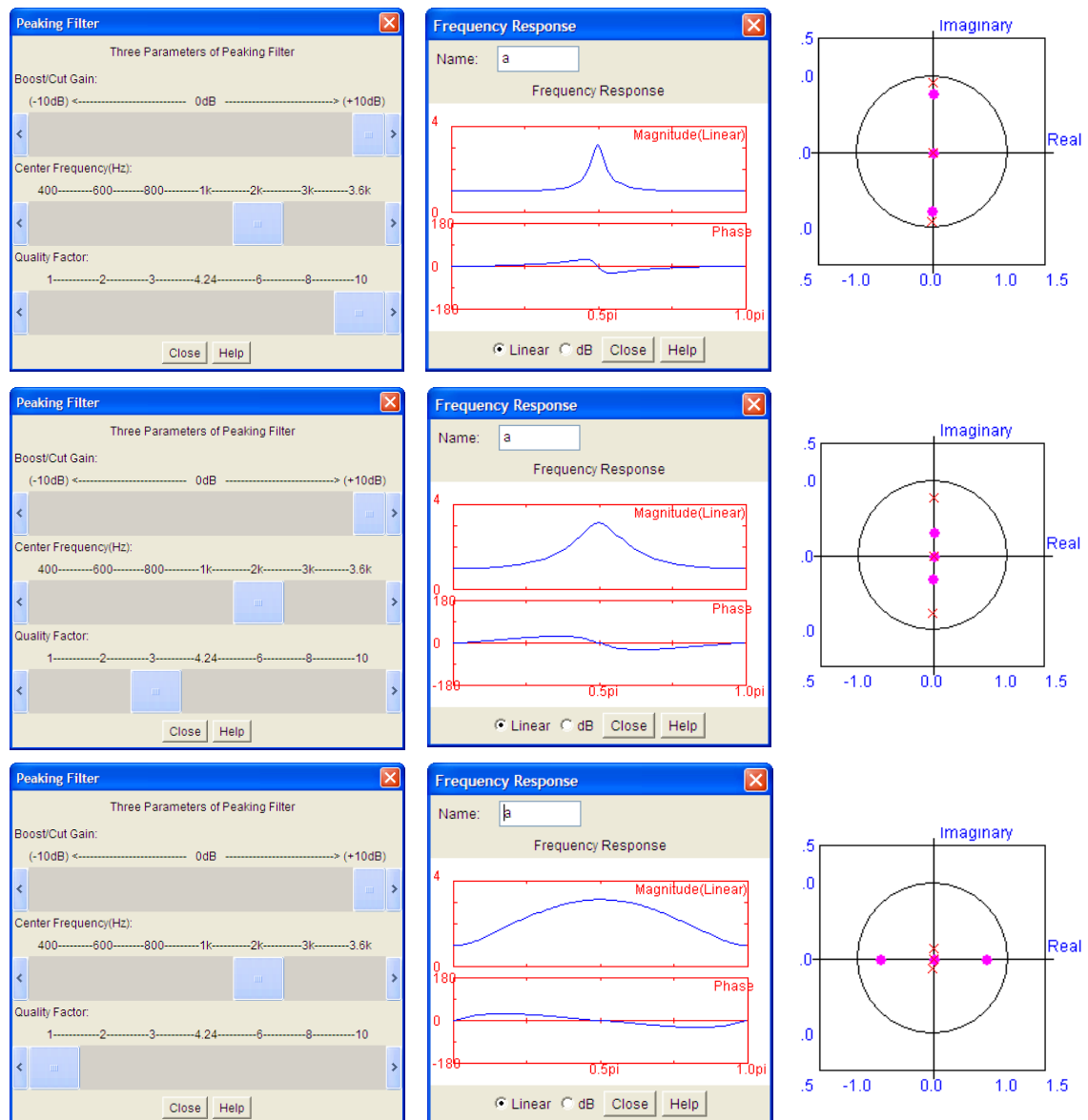
Σχήμα 3.31 – Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας Peakingfilters με μεταβλητό το μέτρο ενίσχυσης/μείωσης

Στην επόμενη εφαρμογή σταθεροποιούμε το μέτρο σε 10dB και το Qualityfactor στην αρχική του τιμή και μεταβάλλουμε τη κεντρική συχνότητα (Σχ. 3.32). Όπως ήταν αναμενόμενο μετακινείται η κυματομορφή της απόκρισης στην ανάλογη συχνότητα. Η γωνιακή συχνότητα (Ω) σε ακτίνια υπολογίζεται από την κανονική συχνότητα (F), λαμβάνοντας υπόψη ότι η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 8Khz.



Σχήμα 3.33 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας Peakingfilters με μεταβλητό την κεντρική συχνότητα Ω_c

Τώρα για να παρακολουθήσουμε την επίδραση του Qualityfactor σταθεροποιούμε το μέτρο σε 10dB και την κεντρική συχνότητα σε 2kHz και μεταβάλλουμε το Q (Σχ. 3.34).

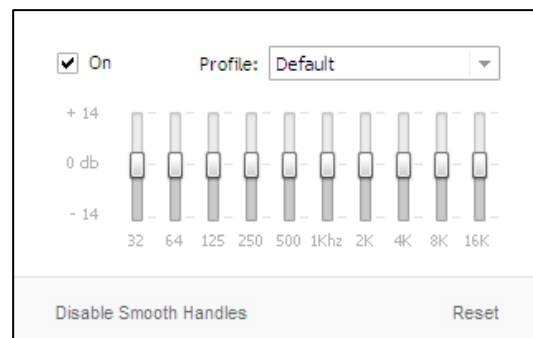


Σχήμα 3.34 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας Peakingfilters με μεταβλητό το Qualityfactor

Από τις γραφικές παραστάσεις της απόκρισης συχνότητας με τα ανάλογα qualityfactors (Q), συμπεραίνουμε ότι όσο πιο μεγάλος είναι ο παράγοντας Q τόσο πιο στενή και απότομη κυματομορφή έχουμε και το αντίστροφο. Από αυτό καταλήγουμε στο ότι ο

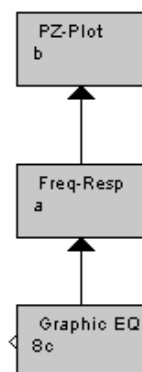
παράγοντας Q παίζει ρόλο στην τοπικότητα της ζώνης διέλευσης, παρουσιάζοντας πιο ακριβή bandpass φίλτρο στη κεντρική συχνότητα.

Όταν ένας αριθμός Peakingfilters συνδυαστούν μεταξύ τους και εφαρμοστούν σε ένα εισερχόμενο ηχητικό σήμα, αποτελούν μαζί ένα audioGraphicEqualizer. Αυτή η σύνθετη εφαρμογή των φίλτρων αυτών χρησιμοποιείται συχνά στα SoundPlayers με σκοπό να ρυθμίζεται ο ήχος σε κάποιες συχνότητες και να αναπαράγεται η επιθυμητή ακουστική μορφή του ηχητικού σήματος. Για παράδειγμα ανάλογα με το είδος μουσικής που ακούμε ρυθμίζουμε κατάλληλα το GraphicEqualizer (ή έτοιμα presets). Παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα της εφαρμογής αυτής από ένα λογισμικό αναπαραγωγής ήχου (Σχ. 3.35). Κάθε μπάρα ρύθμισης αντιστοιχεί σε ένα Peakingfilter. Μεταβάλλοντας τις μπάρες αυτές, μεταβάλλουμε τον αναπαραγόμενο φιλτραρισμένο ήχο. Στις υψηλές συχνότητες ρυθμίζεται η ένταση του λεπτού ήχου (πρίμα) και στις χαμηλές η ένταση του χοντρού ήχου (μπάσο).



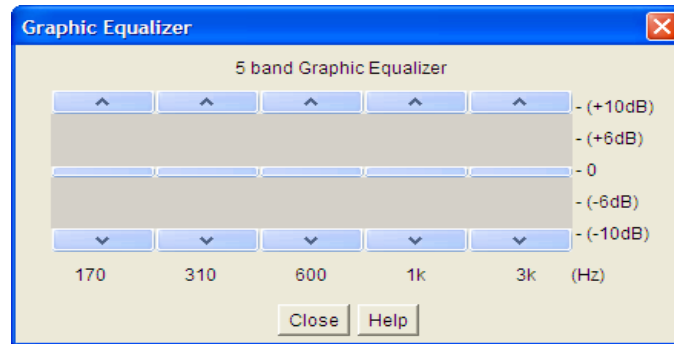
Σχήμα 3.35 – Graphic Equalizer του λογισμικού imesh

Θα μελετήσουμε την εφαρμογή του αντίστοιχου GraphicEqualizer στο J-DSP, θέτοντας τα ανάλογα μπλοκ όπως πιο κάτω (Σχ. 3.36).



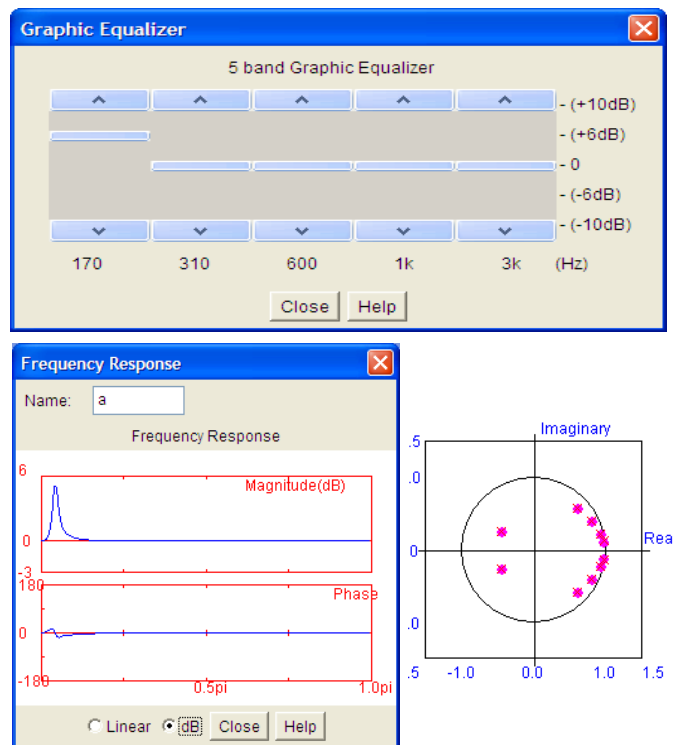
Σχήμα 3.36 – Προσομοίωση μελέτης του GraphicEqualizer

Το Equalizer του εργαλείου αποτελείται από 5 Peakingfilters με μεταβλητό μέτρο ενίσχυσης/μείωσης μεταξύ -10 και +10dBκαι Qualityfactor 4.24. Οι αντίστοιχες κεντρικές συχνότητες (centerfrequencies) για κάθε φίλτρο είναι 170Hz, 130Hz, 600Hz, 1kHz και 3kHz (Σχ. 3.37).

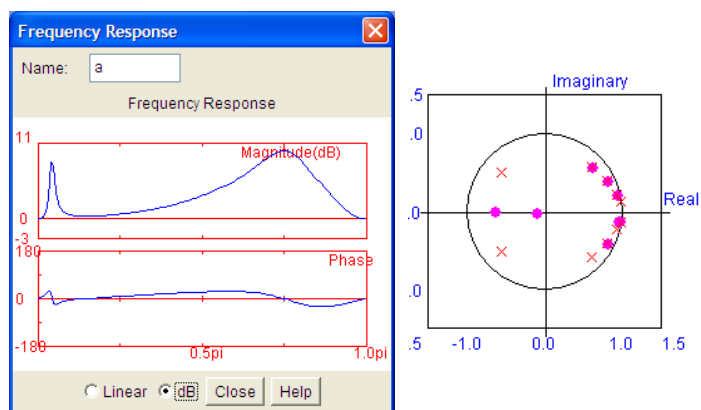
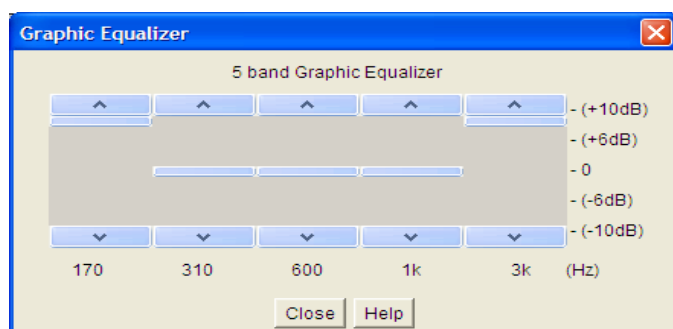


Σχήμα 3.37 – Προδιαγραφές GraphicEqualizer στο J-DSP

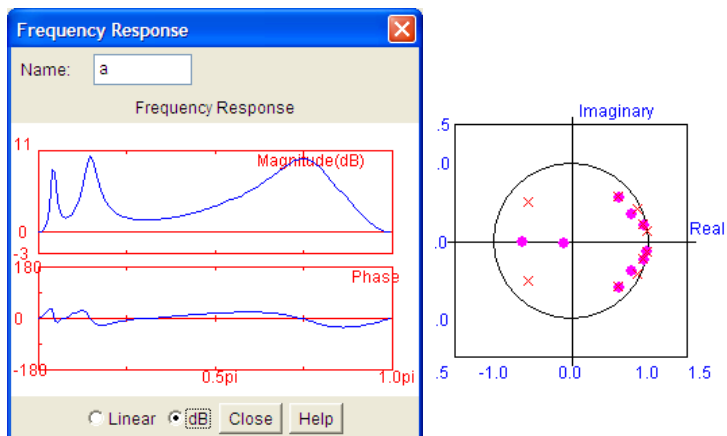
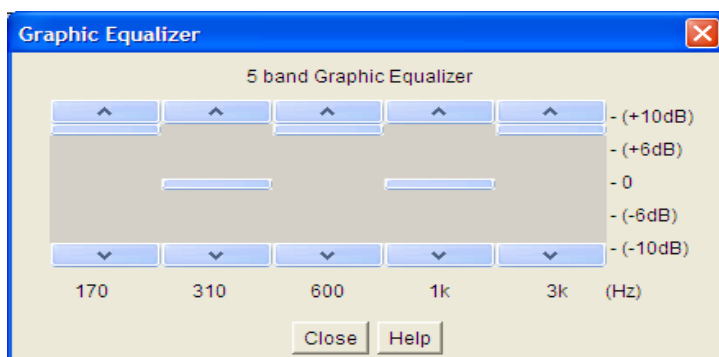
Μεταβάλλουμε το μέτρο ενίσχυσης/μείωσης σε κάθε Peakingfilter και παρατηρούμε την επίδραση που έχει ως προς την απόκριση συχνότητας και στο πεδίο Z. Συμπεραίνουμε τα ανάλογα αποτελέσματα με τις προηγούμενες εφαρμογές σε μια συνδυασμένη σύνθετη μορφή των Peakingfilters (Σχ. 3.38 - 3.41).



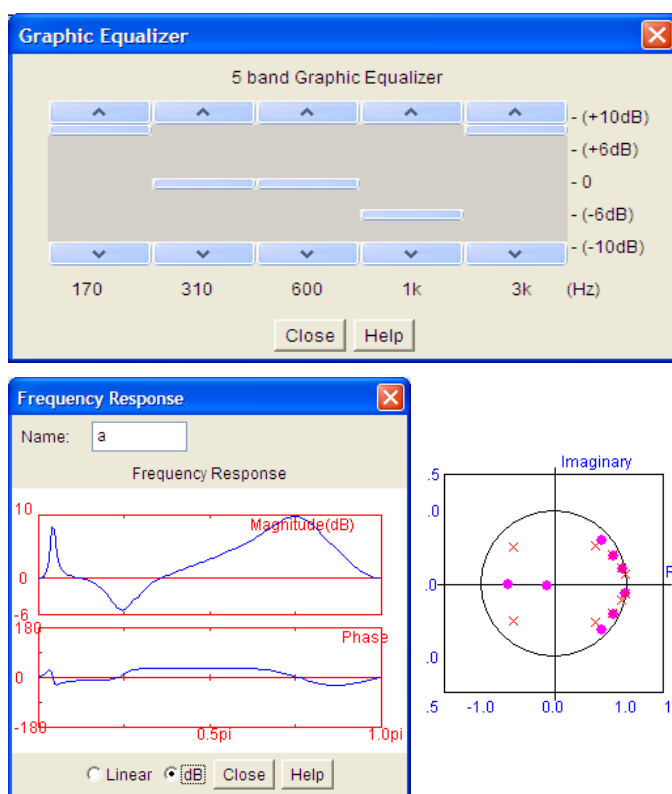
Σχήμα 3.38 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας GraphicEqualizer



Σχήμα 3.39 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας GraphicEqualizer



Σχήμα 3.40 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας GraphicEqualizer



Σχήμα 3.41 - Προδιαγραφές και απόκριση συχνότητας GraphicEqualizer

Από τις παραπάνω προσομοιώσεις βλέπουμε ότι η απόκριση συχνότητας του GraphicEqualizer διαμορφώνεται βάσει του μεγέθους των dB της κάθε συχνότητας. Η συνολική απόκριση προκύπτει ουσιαστικά από την πρόσθεση των επιμέρους αποκρίσεων των Peaking filters με αντίστοιχες κεντρικές συχνότητες. Όσον αφορά την απόκριση στο πεδίο Z, στις συχνότητες όπου η απόκριση τείνει προς μηδενικές τιμές έχουμε μηδενικά στις αντίστοιχες τιμές γωνιακής συχνότητας, ενώ αντίθετα όταν έχουμε διακύμανση της απόκρισης παρουσιάζονται πόλοι στις αντίστοιχες συχνότητες.

Για την περεταίρω κατανόηση των φίλτρων αυτών, αναφέρουμε ένα πρακτικό παράδειγμα. Συγκεκριμένα έχουμε στην διάθεση μας ένα SoundPlayer που διαθέτει GraphicEqualizer. Εάν στην περίπτωση που επιθυμούμε να ακούμε π.χ. μουσική Jazz, είναι σωστό να ρυθμίσουμε το Equalizer να ενισχύει ελαφρώς τις υψηλές συχνότητες και να αποδυναμώνει τις χαμηλές. Ενώ στην περίπτωση που ακούμε π.χ. μουσική House είναι λογικό να το ρυθμίσουμε να ενισχύει τις χαμηλές και να αποδυναμώνει τις υψηλές συχνότητες. Στη «μεσαία» περίπτωση που ακούμε π.χ. την μετάδοση ενός

αγώνα είναι αποδοτικό να ενισχύουμε τις μεσαίες συχνότητες.

Κεφάλαιο 4

Πολυρυθμική Επεξεργασία Σήματος

4.1 Εισαγωγή	100
4.2 Υποδειγματοληψία και Υπερδειγματοληψία	101
4.3 QuadratureMirrorFilter(QMF) Banks	108

4.1 Εισαγωγή

Η Πολυρυθμική Επεξεργασία Σήματος (MultirateSignalProcessing) αποτελείται από πολλές χρήσιμες λειτουργίες επεξεργασίας σε σήματα. Μια από τις βασικές λειτουργίες που χρησιμοποιούνται στο τομέα αυτό είναι οι αλλαγές στο ρυθμό δειγματοληψίας διακριτών σημάτων. Αυτό αποσκοπεί κυρίως στη μείωση του υλικού (hardware) που χρειάζεται, καθώς και στους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται. Μια από τις σημαντικότερες εφαρμογές του τομέα είναι η μετατροπή (conversion) σήματος από αναλογικό σε ψηφιακό (A/D) και αντίστροφα (D/A). Επίσης παρουσιάζονται εφαρμογές στη συμπίεση ήχου όπως στο MP3 και σε αλγόριθμους επεξεργασίας ήχων, χρησιμοποιώντας τεχνικές φιλτραρίσματος και κωδικοποίησης σε υποζώνες σημάτων όπως τα QuadratureMirrorFilter (QMF) Banks, τα οποία θα μελετήσουμε αργότερα.

4.2 Υποδειγματοληψία και Υπερδειγματοληψία

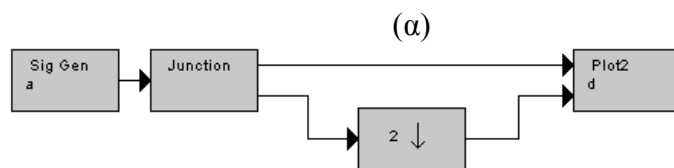
Οι αλλαγές στο ρυθμό δειγματοληψίας διακριτών σημάτων επιτυγχάνονται με τις λειτουργίες της υποδειγματοληψίας (downsampling) και της υπερδειγματοληψίας (upsampling).

Κατά την εφαρμογή της υποδειγματοληψίας η συχνότητα δειγματοληψίας μειώνεται και συνεπώς η περίοδος δειγματοληψίας αυξάνεται στο διακριτό σήμα. Ο ρυθμός υποδειγματοληψίας καθορίζεται από ακέραιο αριθμό (L). Έτσι η σχέση μεταξύ του αρχικού σήματος $x(n)$ και του σήματος με υποδειγματοληψία $x_d(n)$ εκφράζεται με την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 4.1).

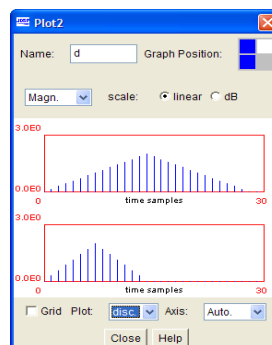
$$x_d(n) = x(nL)$$

(4.1)

Παρατηρούμε στη πράξη αυτή την λειτουργία μέσα από το εργαλείο J-DSP, χρησιμοποιώντας την προσομοίωση παρακάτω (Σχ. 4.1α), για να γίνει σύγκριση του αρχικού με το τελικό σήμα. Υποδειγματοληπτούμε το σήμα με ρυθμό 2 και παίρνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις (Σχ. 4.1β) για τριγωνικό σήμα. Μέσα από αυτές επαληθεύεται η εξίσωση 4.1.



(β)



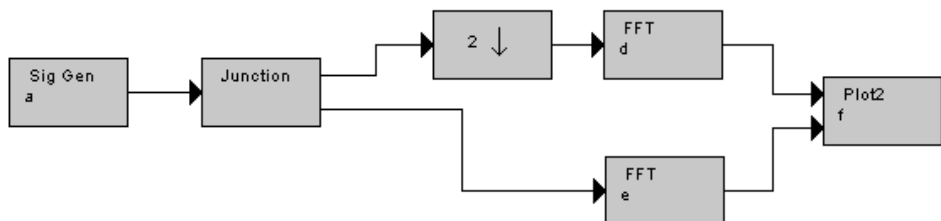
Σχήμα 4.1 – Προσομοίωση (α) και γραφήματα (β) πριν και μετά την υποδειγματοληψία
 Η σχέση μεταξύ των δύο σημάτων όσον αφορά τον διακριτού χρόνου μετασχηματισμό Fourier δίνεται πιο κάτω (εξ. 4.2).

$$X_d(e^{j\Omega}) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} X(e^{j(\Omega - 2\pi l/L)})$$

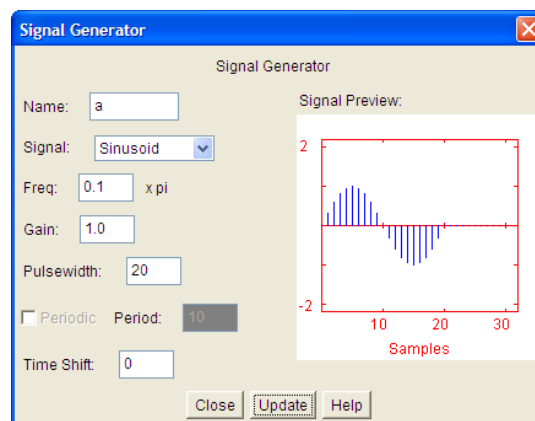
(4.2)

Διαπιστώνουμε από την πιο πάνω σχέση ότι το αρχικό σήμα διαμορφώνεται κατά ρυθμό L στο φάσμα συχνοτήτων. Κατά την διαμόρφωση αυτή μπορεί να εμφανιστεί το πρόβλημα της φασματικής επικάλυψης (aliasing), το οποίο μπορεί να αντιμετωπιστεί με συγκεκριμένο βαθυπερατό φίλτρο πριν από την εφαρμογή της υποδειγματοληψίας. Εφαρμόζουμε μέσα από το εργαλείο J-DSPτους μετασχηματισμούς για το αρχικό και τελικό σήμα, πριν και μετά την υποδειγματοληψία. Για την εφαρμογή αυτή θέτουμε τα μπλοκ όπως πιο κάτω (Σχ. 4.2α). Για αρχικό σήμα εισόδου εφαρμόζουμε ημιτονοειδές σήμα με συχνότητα 0.1π, μέγεθος 1 και πλάτος παλμού 20 δείγματα (Σχ. 4.2β).

(α)

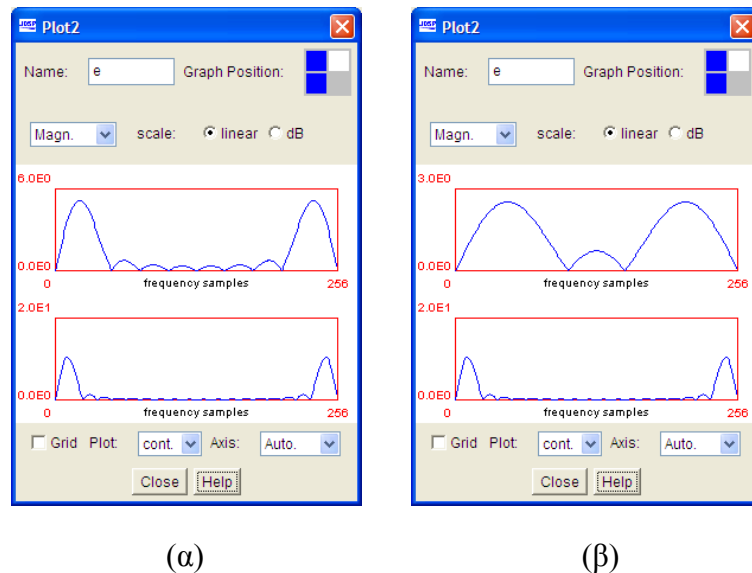


(β)



Σχήμα 4.2 – Προσομοίωση (α) για σύγκριση μετά και πριν την υποδειματοληψία με ημιτονοειδές σήμα (β)

Δοκιμάζουμε για 2 διαφορετικούς παράγοντες L πως σχετίζονται τα δύο σήματα στο φάσμα συχνοτήτων (Σχ. 4.3). Παρατηρούμε ότι ανάλογα με τον ρυθμό υποδειματοληψίας γίνεται η αντίστοιχαύξηση της συχνότητας του σήματος κατά μέγεθος L , αφού το σήμα συμπιέζεται σε πιο μικρές περιόδους και παράλληλα μεγαλύτερη συχνότητα. Επίσης έχουμε αύξηση του πλάτους των κυματομορφών με τον ανάλογο ρυθμό υποδειματοληψίας, διότι τα δείγματα του σήματος μειώνονται και μειώνεται και η πληροφορία συχνοτήτων παράλληλα. Αυτά επαληθεύουν την σχέση των δύο σημάτων στο πεδίο συχνότητας.



Σχήμα 4.3 – Υποδειματοληψία με $L=2$ (α) και $L=4$ (β)

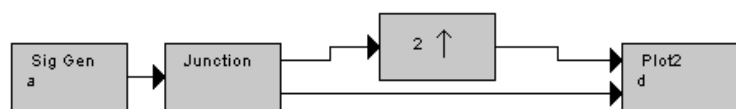
Κατά την αντίστροφη διαδικασία, την υπερδειγματοληψία στην οποία αυξάνεται η συχνότητα δειγματοληψίας και μειώνεται η περίοδος κατά ακέραιο M . Η σχέση του αρχικού με το υπερδειγματοληπτικό σήμα δίνεται από την εξίσωση πιο κάτω (εξ. 4.3). Με $x_u(n)$ είναι το υπερδειγματοληπτικό σήμα και $x(n)$ το αρχικό σήμα, με M τον παράγοντα υπερδειγματοληψίας.

$$x_u(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n - mM)$$

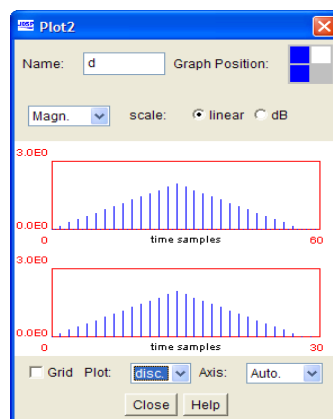
(4.3)

Η διαδικασία της δειγματοληψίας αυτής παρουσιάζει μηδενικές τιμές ανάμεσα στα δείγματα του αρχικού σήματος, μεγαλώνοντας το μέγεθος του παλμού. Με απλά λόγια, όσο μεγαλύτερος είναι ο παράγοντας M , τόσο μεγαλύτερο γίνεται το μέγεθος παλμού του σήματος, με $(M-1)$ μηδενικές τιμές ανάμεσα στις τιμές των δειγμάτων του αρχικού σήματος. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε πρακτικά μέσα από το εργαλείο θέτοντας τις γραφικές παραστάσεις του αρχικού με το δειγματοληπτικό σήμα (Σχ. 4.4).

(α)



(β)



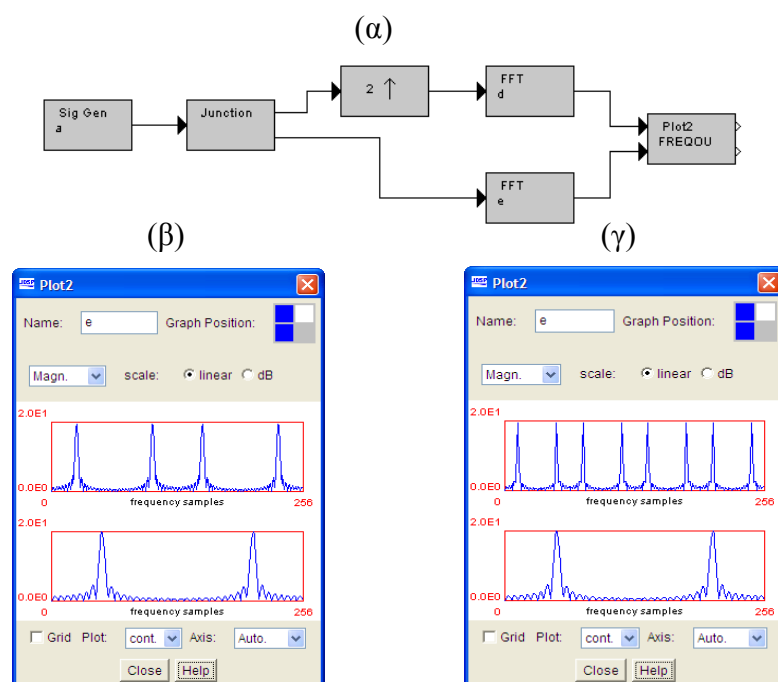
Σχήμα 4.4 – Προσομοίωση (α) και τελικό σήμα (β) πριν και μετά την υπερδειγματοληψία

Παρατηρούμε ότι το μήκος παλμού διπλασιάζεται παρουσιάζοντας μηδενικές τιμές ανάμεσα στα δείγματα του αρχικού σήματος. Οι μηδενικές τιμές μπορούν να αποφευχθούν και να αντικατασταθούν με μη-μηδενικές τιμές, εάν εφαρμοστεί μετά την υπερδειγματοληψία ένα συγκεκριμένο βαθυπερατό φίλτρο παρεμβολής με συχνότητα αποκοπής π/M (interpolationfilter). Μπορούμε να διαπιστώσουμε το γεγονός αυτό από το σχήμα (Σχ. 4.6) με και χωρίς το φίλτρο.

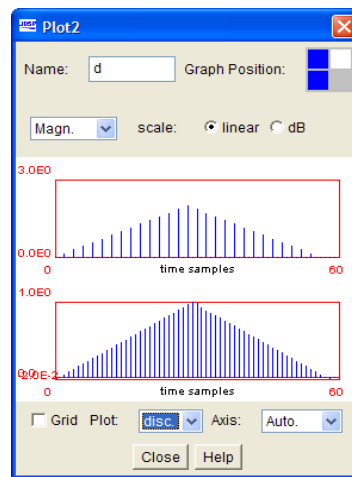
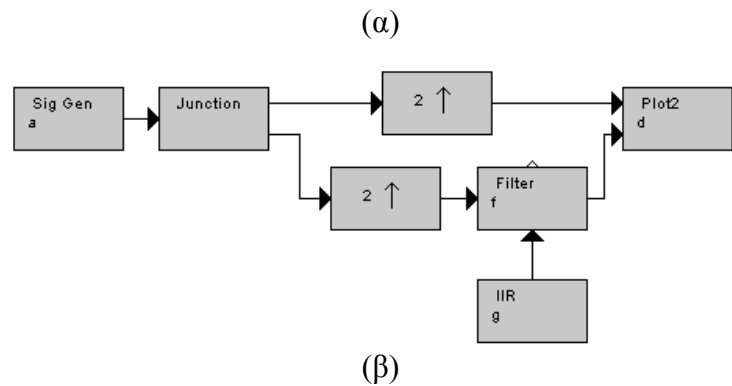
Στο φάσμα συχνοτήτων, η σχέση μεταξύ των μετασχηματισμών των δύο σημάτων ορίζεται από την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 4.4).

$$X_u(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega M}) \quad (4.4)$$

Από την σχέση αυτή συμπεραίνουμε ότι το φάσμα της συχνότητας του σήματος συμπίεζεται όσες φορές είναι ο παράγοντας M, δηλαδή κατά M φορές. Αντίθετα κατά M φορές μειώνεται η συχνότητα σήματος, αφού έχουμε μεγαλύτερες περιόδους και παράλληλα μικρότερες συχνότητες. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε και από το εργαλείο για τιμές παράγοντα M=2 και M=4 με σήμα ημιτονοειδές με συχνότητα 0.4, πλάτος παλμού 40 και μέγεθος 1 (Σχ. 4.5).

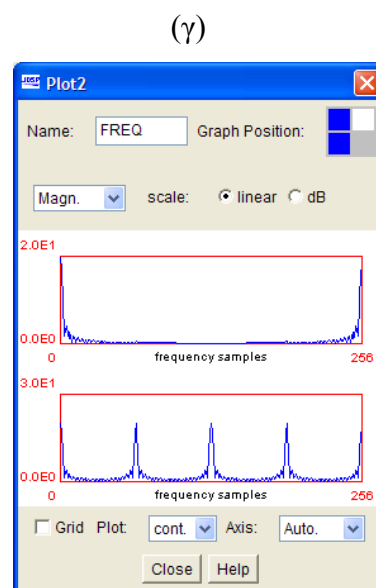
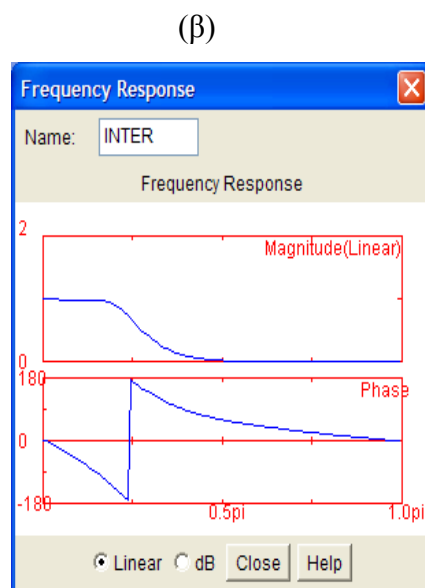
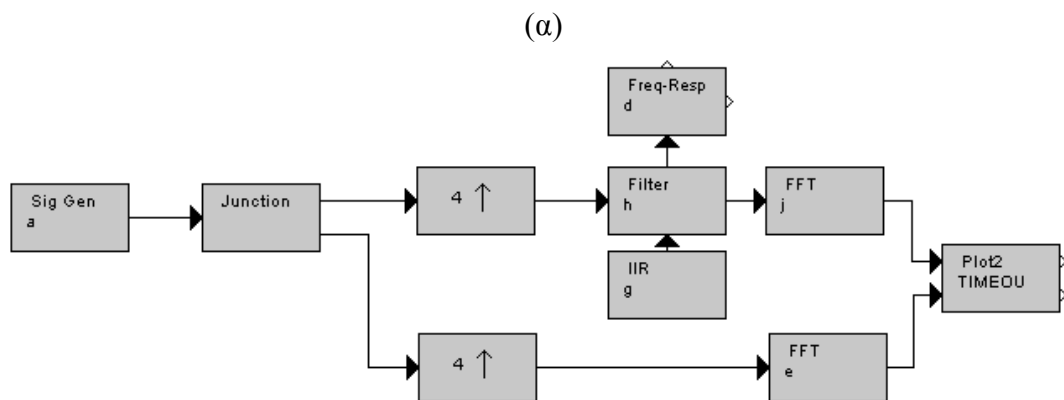


Σχήμα 4.5 – Προσομοίωση (α) και τελικά σήματα FFT με υπερδειγματοληψία για $M=2$ (β) και $M=4$ (γ)



Σχήμα 4.6 - Προσομοίωση (α) και τελικά σήματα (β) μετά την υπερδειγματοληψία με και χωρίς interpolation filter

Με σκοπό να παρατηρήσουμε τις διαφορές στο πεδίο συχνότητας που παρουσιάζονται με και χωρίς το φίλτρο παρεμβολής, θέτουμε τα ανάλογα μπλοκ στο εργαλείο και παίρνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις πριν και μετά το φίλτρο (Σχ. 4.7α). Εκτελούμε υπερδειγματοληψία με παράγοντα $M=4$. Στο σχήμα (Σχ. 4.7β) εμφανίζεται η απόκριση συχνότητας του φίλτρου παρεμβολής με συχνότητα αποκοπής 0.25π (π/M). Βλέπουμε ότι το φίλτρο παρεμβολής εξυπηρετεί στο να αφαιρεί τις περιττές συνιστώσες συχνοτήτων του σήματος οι οποίες παράγονται από την υπερδειγματοληψία (Σχ. 4.7γ). Έτσι παραμένει η βασική συχνότητα του σήματος που προκύπτει από την υπερδειγματοληψία.



Σχήμα 4.7 – Προσομοίωση (α) και σήματα (γ) υπερδειγματοληψίας πριν και μετά το φίλτρο παρεμβολής με βαθυπερατή απόκριση συχνότητας (β)

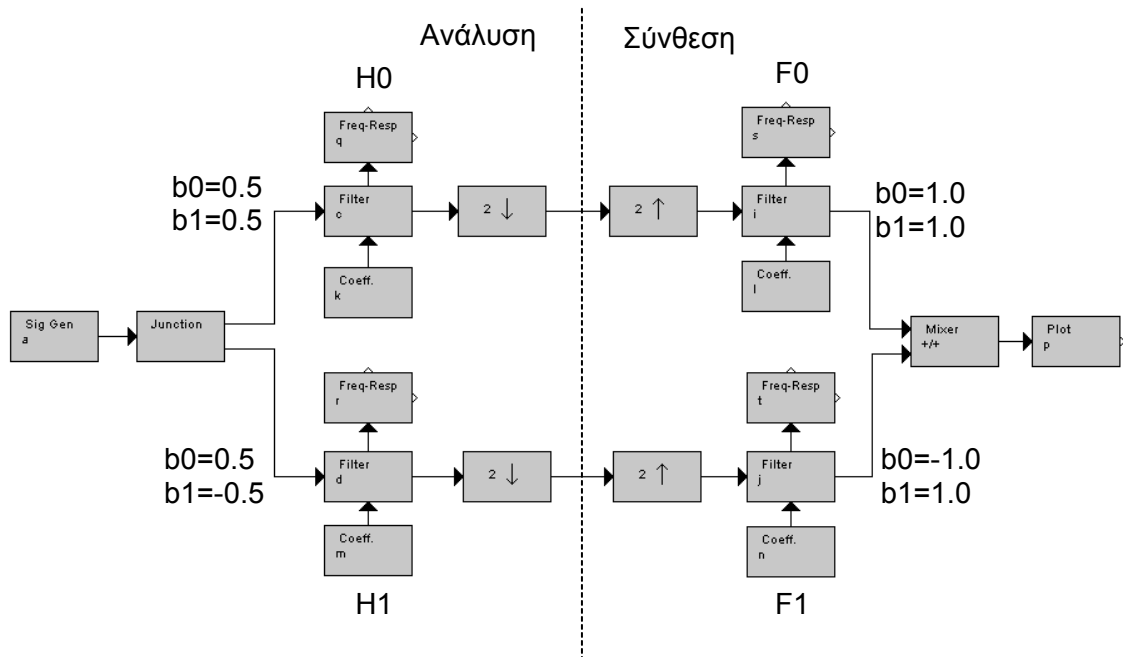
4.3 QuadratureMirrorFilter (QMF) Banks

Όπως έχουμε αναφέρει και πριν η πολυρυθμική επεξεργασία χρησιμοποιείται σε εφαρμογές επεξεργασίας ήχων καθώς και σε συστήματα αποθήκευσης. Για την επίτευξη των εφαρμογών αυτών χρησιμοποιούνται παράλληλα bank φίλτρα, τα οποία ανασυνθέτουν (reconstruction) το σήμα ανάλογα με την επιθυμητή μορφή. Συγκεκριμένα χωρίζουν τα σήματα σε υποζώνες συχνότητας. Στη συνέχεια η κάθε ζώνη υπόκειται επεξεργασία (subbandcoding) με λειτουργίες υποδειγματοληψίας και υπερδειγματοληψίας, ζωνοπερατών φίλτρων, καθώς και κβαντισμός σημάτων. Στην εφαρμογή των παράλληλων bank φίλτρων είναι πιθανόν να παρουσιάζεται το πρόβλημα της φασματικής επικάλυψης (aliasing) κατά το φιλτράρισμα μεταξύ των υποζωνών. Για να αποφευχθεί αυτό χρειάζεται μια ιδανική ανασύνθεση (perfectreconstruction) του σήματος από το παράλληλο φίλτρο, η οποία επιτυγχάνεται με τον συνδυασμό και των δύο λειτουργιών αλλαγής δειγματοληψίας, downsampling και upsampling. Αυτό επιτυγχάνεται με τα QuadratureMirrorFilter (QMF) Banks, όπου στην κάθε ζώνη εφαρμόζονται δύο στάδια, η ανάλυση και η σύνθεση του σήματος. Όπως παρατηρούμε και στο σχήμα του QMF από το J-DSP (Σχ. 4.8), κατά την διαδικασία τις ανάλυσης εκτελείται υποδειγματοληψία σε κάθε ζώνη μαζί με anti-aliasing φίλτρα. Από την άλλη, η διαδικασία της σύνθεσης σήματος αποτελείται από λειτουργίες υπερδειγματοληψίας με τα αντίστοιχα φίλτρα παρεμβολής και τη συνένωση των δύο ζωνών (mixer).

Χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP συνθέτουμε ένα QMFbank όπως στο σχήμα (Σχ. 4.8) για να διαπιστώσουμε τις ιδιότητες της ιδανικής ανασύνθεσης του σήματος. Εφαρμόζουμε ως είσοδο σε αυτό ένα ορθογώνιο σήμα 20 δειγμάτων και μεγέθους 1 (Σχ. 4.9α). Για να αποφευχθεί το φαινόμενο της φασματικής επικάλυψης μεταξύ των αποκρίσεων συχνότητας των φίλτρων θα πρέπει να ικανοποιούνται οι δύο πιο κάτω σχέσεις (εξ. 4.5).

$$F_0(z) = H_1(-z) \text{ και } F_1(z) = -H_0(-z) \quad (4.5)$$

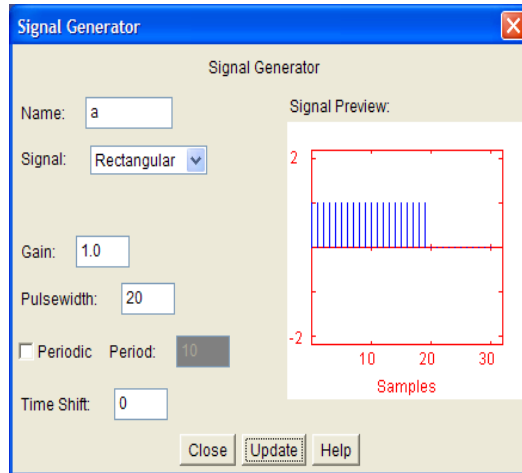
Με $H(z)$ είναι τα φίλτρα antialiasing στο στάδιο της ανάλυσης και τα $F(z)$ είναι τα φίλτρα παρεμβολής (interpolation) στο στάδιο της σύνθεσης. Έτσι καθορίζουμε ανάλογα τους δύο feed-forward συντελεστές (b_k) των φίλτρων aliasing και παρεμβολής, οπότε έχουμε 4 FIR φίλτρα $2^{ης}$ τάξης. Οι τιμές των αντίστοιχων συντελεστών για κάθε φίλτρο φαίνονται στο Σχήμα 4.8.



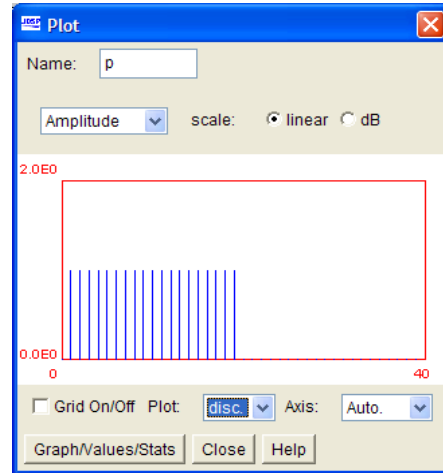
Σχήμα 4.8 – Προσομοίωση Quadrature Mirror Bank στο J-DSP

Στο Σχήμα 4.9 παρατηρούμε την ιδανική ανασύνθεση (perfect reconstruction) από το QMFbank. Παραθέτουμε το αρχικό σήμα στο signal generator πάνω αριστερά και τα τελικά φιλτραρισμένα σήματα στις υπόλοιπες γραφικές παραστάσεις (Σχ. 4.9). Για κάθε περίπτωση καθορίζουμε διαφορετικές τιμές συντελεστών b_0 του φίλτρου H_0 και παρατηρούμε την επίδραση που έχει στο τελικό σήμα (Σχ. 4.9). Στην αρχική εφαρμογή με συντελεστή $b_0=0.5$ παρατηρούμε ότι παράγεται το ίδιο σήμα με το αρχικό με καθυστέρηση όμως ενός δείγματος, χωρίς να υπάρχει τιμή στο μηδενικό δείγμα (Σχ. 4.9). Αλλάζοντας τις τιμές του συντελεστή b_0 του φίλτρου H_0 παρατηρούμε αλλαγές στο τελικό σήμα. Συγκεκριμένα ανάλογα με το πόσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής από την αρχική τιμή 0.5, τόσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο του τελικού σήματος και η τιμή του μηδενικού δείγματος. Με άλλα λόγια εάν για παράδειγμα ο συντελεστής b_0 είναι 0.7 ($0.5+0.2$), έχουμε αύξηση του μέτρου του σήματος κατά +0.2 και τιμή του μηδενικού δείγματος 0.2 και ούτω καθεξής (Σχ. 4.9).

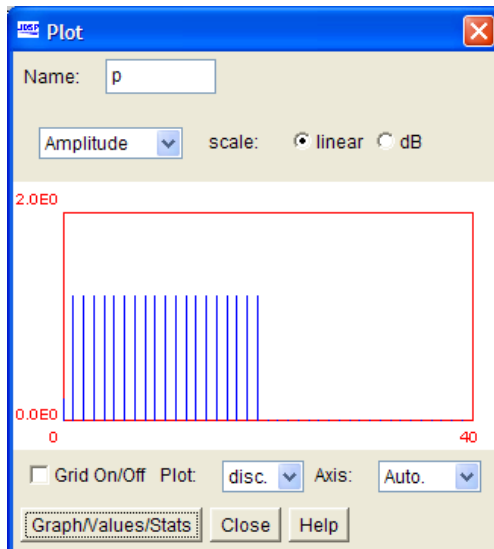
(α)



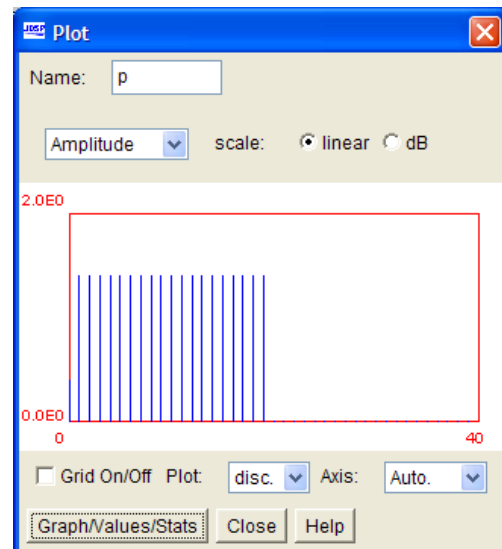
(β)



(γ)



(δ)



Σχήμα 4.9 – Εισερχόμενο σήμα (α) και εξερχόμενο σήμα στο QMFbank για τιμή συντελεστή $b_0=0.5$ (β), $b_0=0.7$ (γ) και $b_0=0.9$ (δ)

Κεφάλαιο 5

Μετασχηματισμοί Fourier (DFT και FFT)

5.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο	111
5.1.1 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)	111
5.1.2 Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (FFT)	114
5.1.3 Windowing και DFTs στο J-DSP	115
5.2 Συμμετρία στο Χρόνο και στη Συχνότητα	116
5.3 Το Παράθυρο Rectangular	121
5.4 Window Tradeoffs	123
5.5 Ανάλυση – Σύνθεση Σήματος με DFT	125

5.1 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Στο υπό κεφάλαιο αυτό δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση όλου του θεωρητικού υπόβαθρου στο οποίο στηρίζεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων όσον αφορά τον μετασχηματισμό Fourier. Έτσι αρχικά γίνεται μια ανασκόπηση σε ζητήματα που αφορούν τον διακριτό και τον ταχύ μετασχηματισμό Fourier (DFT και FFT).

5.1.1 Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)

Η αξία του μετασχηματισμού Fourier στην ανάλυση σημάτων στο πεδίο της συχνότητας είναι δεδομένη. Ωστόσο, οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές δεν έχουν την ικανότητα χειρισμού της εξίσωσης ανάλυσης του μετασχηματισμού Fourier για σήματα

διακριτού χρόνου (εξ. 5.1):

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega n} \quad (5.1)$$

διότι είναι μια συνεχής συνάρτηση της ανεξάρτητης μεταβλητής ω . Έτσι ο μετασχηματισμός Fourier διακριτού χρόνου δεν μπορεί να υπολογιστεί από κάποιο υπολογιστικό σύστημα. Επομένως, στα συστήματα αυτά χρησιμοποιούμε μια παραλλαγή του μετασχηματισμού Fourier που ονομάζεται Διακριτός μετασχηματισμός Fourier (DFT- Discrete Fourier Transform). Αυτός αντιστοιχεί σε δείγματα του μετασχηματισμού Fourier, τα οποία ισαπέχουν κατά συχνότητα (εξ. 5.2).

$$X\left(\frac{2\pi k}{N}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n} \quad (5.2)$$

Όπως και ο μετασχηματισμός Fourier, έτσι και ο DFT ορίζεται για ακολουθίες πεπερασμένης διάρκειας. Είναι και ο ίδιος μια ακολουθία και χρησιμοποιείται για την υλοποίηση αρκετών αλγορίθμων επεξεργασίας σημάτων.

Πιο κάτω παρουσιάζονται οι εξισώσεις υπολογισμού και ανάλυσης του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (εξ. 5.3):

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}$$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}$$

όπου

$$W_N = e^{-\frac{j2\pi}{N}}$$

(5.3)

Η ανεξάρτητη μεταβλητή k είναι ο δείκτης που αναφέρεται στη συχνοτική συνιστώσα με συχνότητα (εξ. 5.4):

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (5.4)$$

Επομένως τα δείγματα που προκύπτουν από τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier αντιστοιχούν σε κλάσματα της συχνότητας δειγματοληψίας.

Αποδεικνύεται ότι το τμήμα του φάσματος για $\omega > \pi$ είναι αντεστραμμένο είδωλο του τμήματος του φάσματος με συχνότητες $0 < \omega < \pi$. Για $\omega = \pi$ παίρνουμε τη μέγιστη συχνότητα που διαχειρίζεται το σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας σήματος.

Έτσι η χρήσιμη πληροφορία του φάσματος βρίσκεται για τιμές του φάσματος $0 < k < N/2$. Για $k > N/2$ βρίσκουμε το αντεστραμμένο είδωλο του φάσματος για $k < N/2$. Επομένως για να αναπαραστήσουμε τις χρήσιμες συχνότητες ($0 < F < F_{max}$) χρειαζόμαστε τις πρώτες $N/2$ φασματικές ζώνες του DFT.

Έτσι εάν εφαρμόσουμε τον DFTN-σημείων σε κάποιο σήμα $x(n)$, $n=0,1,\dots,N-1$, χρησιμοποιούμε την μιγαδική συνάρτηση $X(k)$ με $k=0,1,\dots,N-1$. Επειδή το σήμα $x(n)$ είναι μια ακολουθία πραγματικών αριθμών, τα πραγματικά και τα φανταστικά τους μέρη μπορούν να εκφραστούν ως ακολούθως (εξ. 5.5). Όπου k παίρνει τιμές στο διάστημα 0 με $N-1$.

$$\text{Re}(k) = \text{Re}(N-k)$$

$$\text{Im}(k) = -\text{Im}(N-k)$$

$$(5.5)$$

Το μέγεθος του διακριτού μετασχηματισμού Fourier καθορίζεται από την τιμή του N .

Μπορεί να είναι το ίδιο με τη διάρκεια του σήματος, αλλά μπορεί να είναι και μεγαλύτερο για να επιτευχθεί καλύτερη ικανότητα συχνότητας. Στην περίπτωση αυτή τα υπόλοιπα δείγματα του σήματος λαμβάνονται ως μηδενικά και η ευκρίνεια διάκριση συχνοτήτων καθορίζεται ως ακολούθως (εξ. 5.6).

$$\Delta F = \frac{F_s}{N} = \frac{1}{NT_s} = \frac{1}{D}$$

(5.6)

Όπου D είναι η συνολική διάρκεια ακολουθίας, F_s η συχνότητα δειγματοληψίας, T_s η περίοδος δειγματοληψίας και N το μήκος του DFT. Όσο πιο μικρό είναι το μέγεθος ΔF , τόσο αυξάνεται η ικανότητα του DFT και αυξάνει την ικανότητα διάκρισης κοντινών συχνοτήτων.

Το σύνολο των ιδιοτήτων που ισχύουν για το μετασχηματισμό Fourier ισχύουν και για το διακριτό μετασχηματισμό Fourier, δεδομένου ότι όλα τα μεγέθη έχουν μετασχηματιστεί με το ίδιο μήκος N έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε όλα οι ίδιες συχνότητες ω_k .

5.1.2 Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier (FFT)

Ο FFT είναι ένας αποδοτικός αλγόριθμος υπολογισμού του DFT και του αντιστρόφου του. Είναι μεγάλης σημασίας αφού έχει πολλές εφαρμογές. Χρησιμοποιείται πολύ στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος, στη λύση διαφορικών εξισώσεων και σε αλγορίθμους για γρήγορο πολλαπλασιασμό μεγάλων ακεραίων.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω ο DFT N-σημείων, μιας ακολουθίας $x(n)$ μήκους N-σημείων, είναι η παρακάτω (εξ. 5.7).

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j k \left(\frac{2\pi}{N} \right) n}, \quad 0 \leq k \leq N$$

(5.7)

Επειδή η $x(n)$ μπορεί να είναι τόσο πραγματική όσο και μιγαδική, ο υπολογισμός της $X(k)$ απαιτεί ένα πλήθος μιγαδικών πολλαπλασιασμών της τάξης του N και ένα πλήθος μιγαδικών προσθέσεων, επίσης της τάξης του N , για κάθε ξεχωριστή τιμή του k . Επομένως, επειδή υπάρχουν N τιμές της $X(k)$, ο υπολογισμός ενός DFT N -σημείων απαιτεί N^2 μιγαδικούς πολλαπλασιασμούς και προσθέσεις.

Η κύρια στρατηγική που ακολουθείται σ' έναν αλγόριθμο FFT είναι η ανάλυση του μετασχηματισμού DFT N -σημείων σε διαδοχικά μικρότερους μετασχηματισμούς DFT.

5.1.3 Windowing και DFTs στο J-DSP

Στο εργαλείο J-DSP μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αρκετά και διαφορετικά είδη παραθύρων στο μετασχηματισμό DFT. Το κάθε ένα δίνει διαφορετικούς κύριους και πλευρικούς λοβούς. Όσο πιο στενός είναι ο κύριος λοβός, τότε έχουμε μεγαλύτερη φασματική απώλεια, γεγονός που απουσιάζει όταν έχουμε δυνατούς πλευρικούς λοβούς. Η φασματική αυτή απώλεια καθώς και η απώλεια ευκρίνειας γίνεται ακόμη μεγαλύτερη για μικρές τιμές του N . Ακολουθούν κάποια βασικά είδη παραθύρων μαζί με πληροφορίες σχετικά με το πλάτος του κύριου λοβού, καθώς επίσης και πόσο πιο χαμηλά βρίσκεται ο πλευρικός από τον κεντρικό λοβό.

ο		Rectangular window: Mainlobe		
	width: $4\pi/(N+1)$,	Sidelobe level: -13dB		
ο	Triangular window:	Mainlobe	width:	$8\pi/N$,
	Sidelobe level: -25dB			
ο	Hamming window:	Mainlobe	width:	$8\pi/N$,
	Sidelobe level: -41dB			
ο	Hanning window:	Mainlobe	width:	$8\pi/N$,
	Sidelobe level: -31dB			
ο	Blackman window:	Mainlobe	width:	$12\pi/N$,
	Sidelobe level: -57dB			

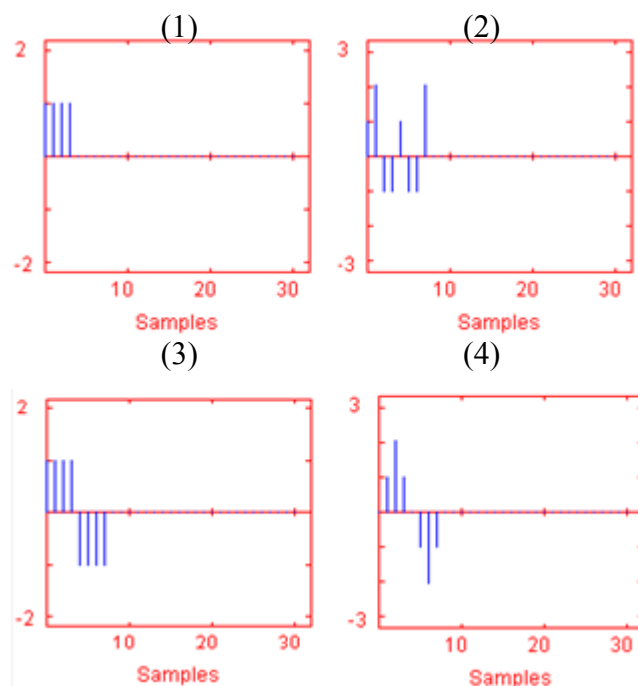
Ένα άλλο πρόβλημα το οποίο συναντούμε με την διαδικασία του windowing είναι η ύπαρξη μηδενικών στοιχείων. Όσο περισσότερα μηδενικά στοιχεία υπάρχουν στον μετασχηματισμό Fourier, τόσο πιο χαμηλή γίνεται η ευκρίνεια του σήματος αφού τα σημεία είναι κατανεμημένα αραιά στον χώρο. Στην εξίσωση (εξ. 5.8) που ακολουθεί φαίνεται η διαδικασία του windowing με παράθυρο rectangular. Ο ορισμός του rectangular παραθύρου καθορίζεται μαθηματικά με $W_R = 1$ αν $0 \leq n \leq N-1$, διαφορετικά $W_R = 0$.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_R x(n)e^{-j2\pi kn/N}$$

(5.8)

5.2 Συμμετρία στο Χρόνο και στη Συχνότητα

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε κάποια παραδείγματα στο J-DSP τα οποία σχετίζονται με την μελέτη της χρονικής συμμετρίας και συχνότητας. Αρχικά δημιουργήσαμε στο J-DSP τέσσερα blocksignals μεγέθους 8 δειγμάτων. Τα σήματα αυτά παρουσιάζονται στο σχήματιο κάτω (Σχ. 5.1).



Σχήμα 5.1–Γραφικές παραστάσεις συμμετρικών σημάτων

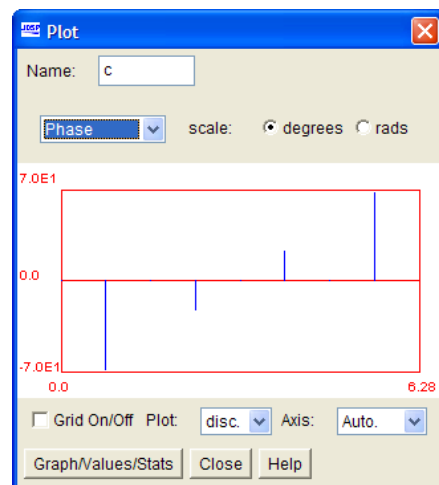
Στη συνέχεια για κάθε ένα σήμα αφού εφαρμόσαμε τον μετασχηματισμό FFT παραστήσαμε μέσω του J-DSP τα σχήματα για το μέγεθος, τη φάση, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του σήματος μετά τον μετασχηματισμό. Τα αποτελέσματα για κάθε σήμα από το Σχήμα 5.1 παρουσιάζονται στα Σχήματα 5.3 έως 5.6 αντίστοιχα. Βλέπουμε την συμμετρικότητα να επεκτείνεται και στον FFT, τόσο στο μέτρο όσο και

στη

φάση.



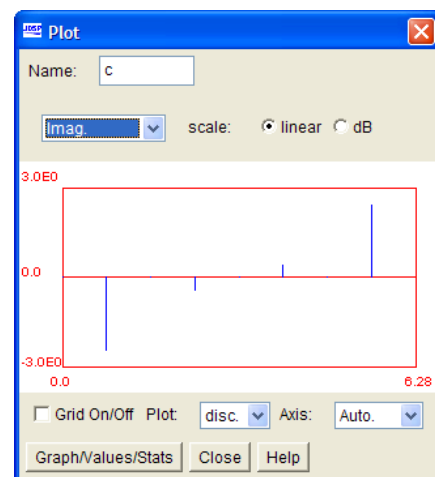
(α)



(β)



(γ)

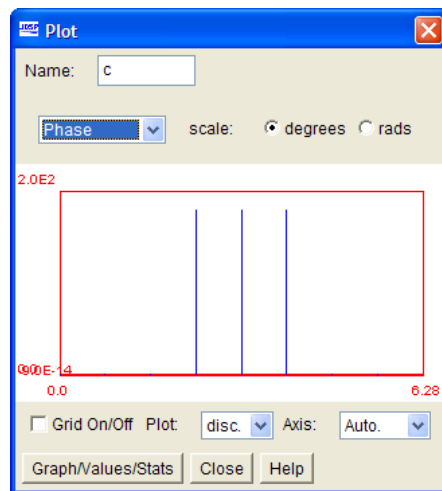


(δ)

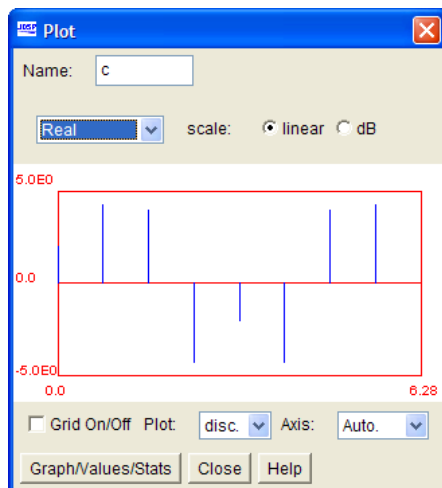
Σχήμα 5.3– Μέγεθος (α), φάση (β), πραγματικό (γ) και φανταστικό μέρος (δ) μετασχηματισμού Fourier για το σήμα 1



(α)



(β)



(γ)

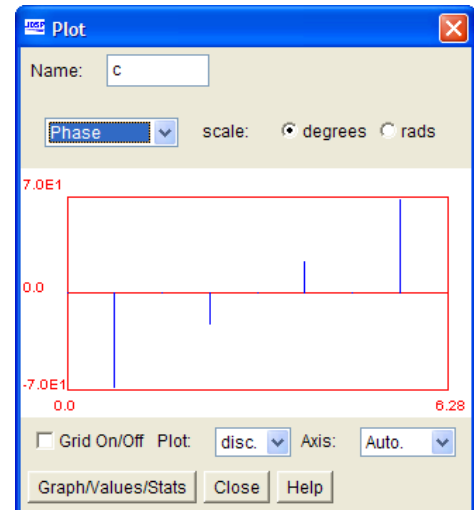


(δ)

Σχήμα 5.4 – Μέγεθος (α), φάση (β), πραγματικό (γ) και φανταστικό μέρος (δ) μετασχηματισμού Fourier για το σήμα 2



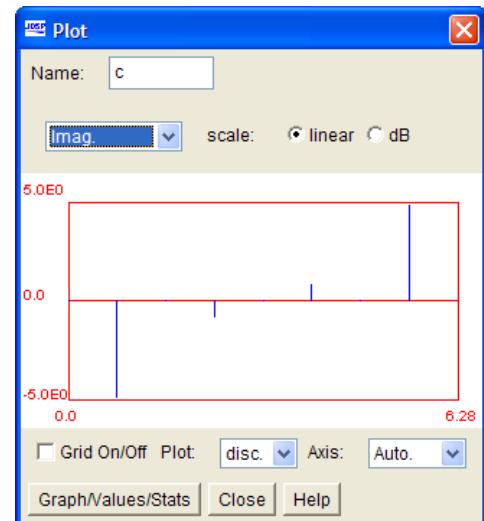
(α)



(β)

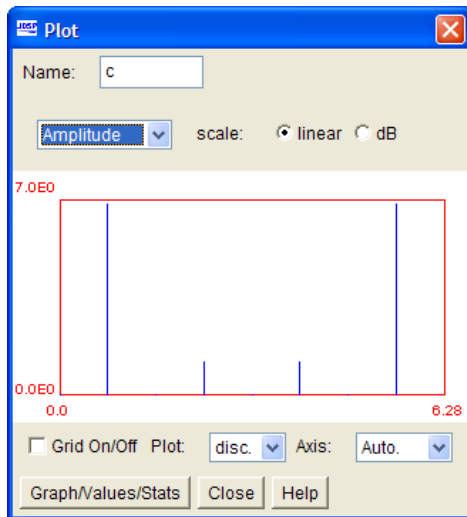


(γ)

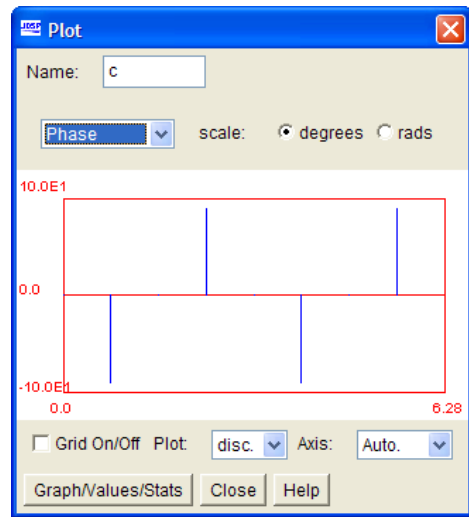


(δ)

Σχήμα 5.5 – Μέγεθος (α), φάση (β), πραγματικό (γ) και φανταστικό μέρος (δ) μετασχηματισμού Fourier για το σήμα 3



(α)



(β)



(γ)

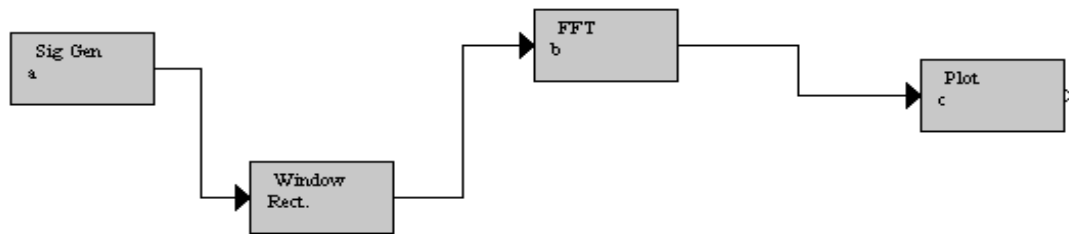


(δ)

Σχήμα 5.6 -Μέγεθος (α), φάση (β), πραγματικό (γ) και φανταστικό μέρος (δ) μετασχηματισμού Fourier για το σήμα 4

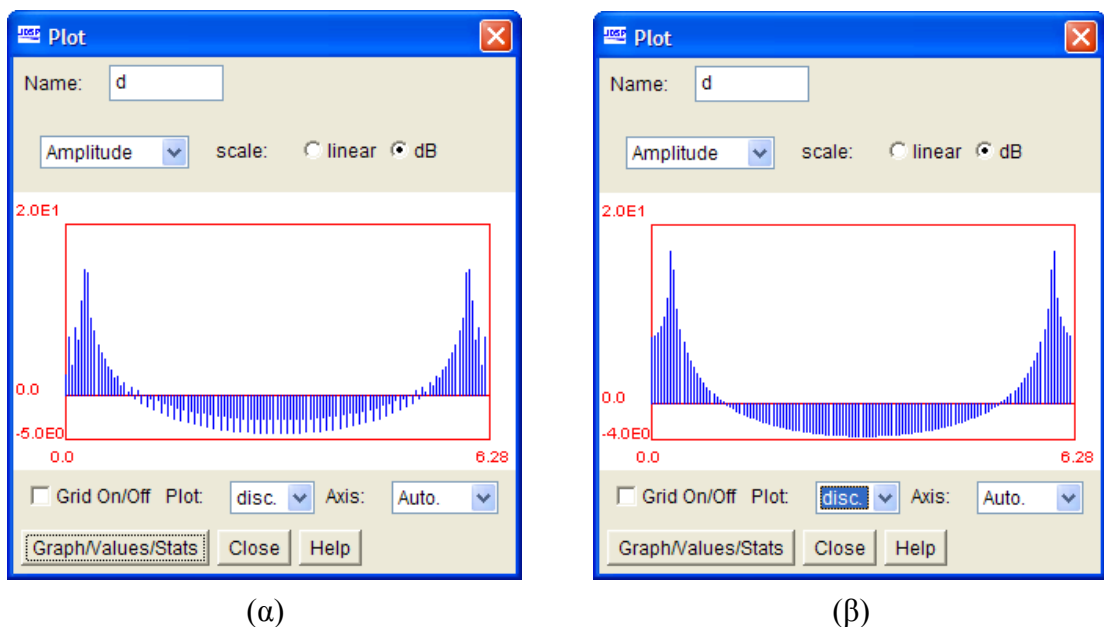
5.3 Το Παράθυρο Rectangular

Στη συνέχεια πειραματιστήκαμε χρησιμοποιώντας το παράθυρο Rectangular (Σχήμα 5.7) πριν την εφαρμογή του μετασχηματισμού Fourier σε ένα ημιτονοειδές σήμα με $\text{gain} = 0$, $\text{pulsewidth} = 128$, $\text{timeshift} = 0$ και αρχική συχνότητα 0.1π .



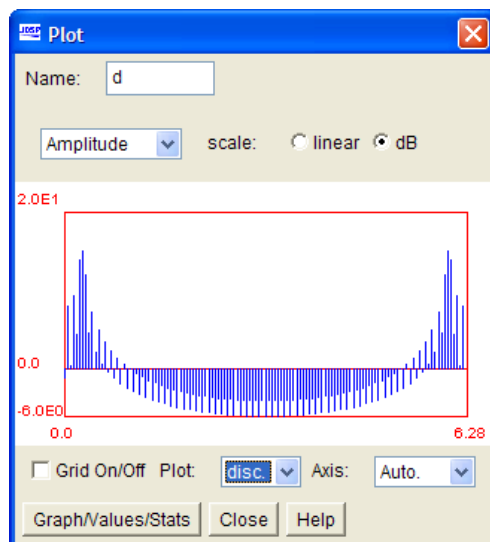
Σχήμα 5.7–Προσομοίωση FFT με παράθυρο Rectangular

Στη συνέχεια, εφαρμόσαμε τον μετασχηματισμό Fourier μεγέθους $N=128$. Δοκιμάσαμε δύο διαφορετικές τιμές για το μέγεθος του δείγματος στο windowblock με αποτέλεσμα να προκύψουν τα πιο κάτω γραφήματα (Σχ. 5.8).

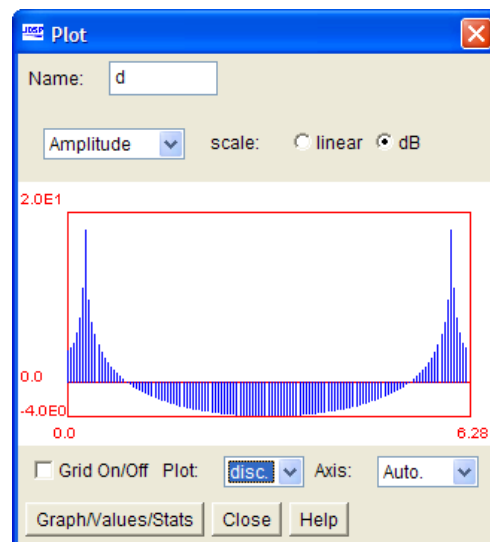


Σχήμα 5.8 - Μετασχηματισμός Fourier σε ημιτονοειδές σήμα συχνότητας 0.1π με windowblock64 (α) και 128 (β)

Τέλος επαναλάβουμε τα βήματα που περιγράφονται παραπάνω αλλάζοντας τη συχνότητα του σήματος από 0.1π σε 0.091π ($\pi/11$).



(α)



(β)

Σχήμα 5.9 - Μετασχηματισμός Fourier σε ημιτονοειδές σήμα συχνότητας $\pi/11$ με windowblock64 (α) και 128 (β)

Από τα πιο πάνω σχήματα παρατηρούμε ότι με μικρότερη συχνότητα ($\pi/11$ – Σχ. 5.9) έχουμε μεγαλύτερο μέτρο του μετασχηματισμού Fourier σε σύγκριση με την συχνότητα $\pi/10$ του Σχήματος 5.8. Όπου το μέτρο παρατηρείται στις κορυφές στα δυο σχήματα). Στο πρώτο Σχήμα 5.8 οι κορυφές βρίσκονται στις συχνότητες $\pi/10$ και $2\pi-\pi/10$, ενώ στο Σχήμα 5.9 βρίσκονται στις συχνότητες $\pi/11$ και $2\pi-\pi/11$. Το γεγονός ότι η συχνότητα επηρεάζει το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier μπορεί να εξηγηθεί από την εξίσωση (εξ. 5.9) υπολογισμού του FFT που ακολουθεί:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega n}$$

(5.9)

Επομένως για μικρές τιμές της συχνότητας ω θα έχουμε μεγαλύτερο μέγεθος του FFT, ενώ για μεγαλύτερες τιμές θα έχουμε μικρότερο μέγεθος για το μετασχηματισμό Fourier.

Επίσης, από τα δύο σχήματα παρατηρούμε το φαινόμενο της ύπαρξης μηδενικών στοιχείων (zeropadding) όταν το μέγεθος του δείγματος για το παραθύρου rectangular είναι 64, γεγονός που μας δίνει χαμηλής ευκρίνειας FFT, σε αντίθεση με μέγεθος δείγματος 128. Αυτό εξηγείται με την εξίσωση (εξ. 5.10) για το windowing που ακολουθεί.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_R x(n)e^{-j2\pi kn/N} \quad (5.10)$$

Επειδή το pulsewidth του σήματος μας είναι 128 με παράθυρο 64ων δειγμάτων (Σχ. 5.8α και 5.9α) βάσει της παραπάνω εξίσωσης υπάρχουν 64 μηδενικά στοιχεία πράγμα που οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας (lowresolution). Αυτό απουσιάζει όταν το μέγεθος δείγματος του παραθύρου είναι 128 (Σχ. 5.8β και 5.9β).

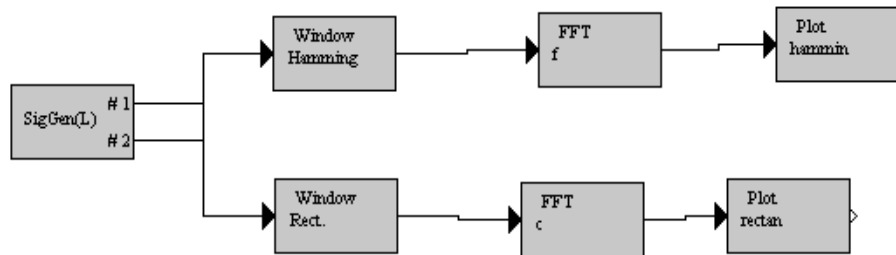
5.4 Window Tradeoffs

Για να μελετήσουμε τα Window Tradeoffs αρχικά δημιουργήσαμε το παρακάτω σήμα (εξ. 5.11).

$$x(n) = 0.4\sin(0.25\pi n) + \sin(0.222\pi n)$$

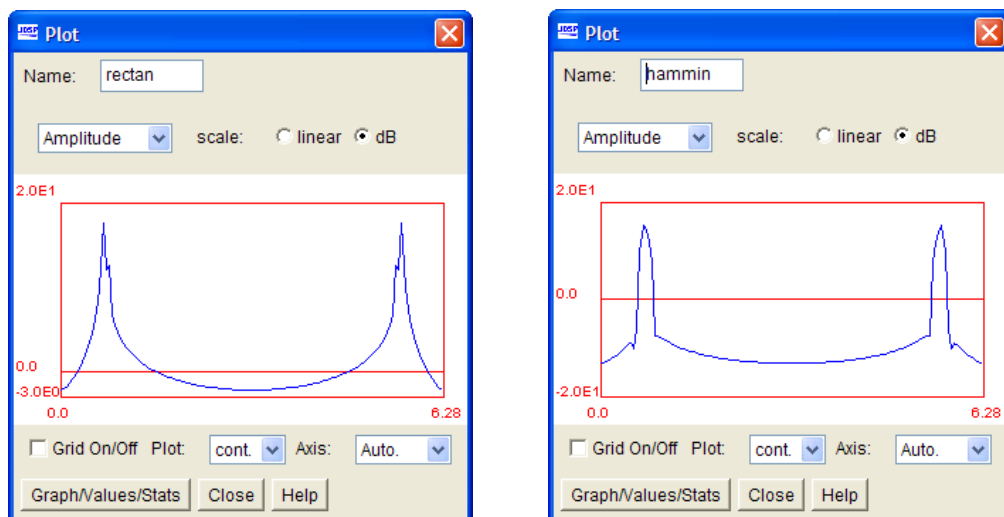
$$(5.11)$$

Ακολουθώντας το προτού εφαρμόσουμε τον μετασχηματισμό Fourier μεγέθους $N=128$ (Σχ. 5.10), περνάμε το σήμα από το Rectangular window (128 samples) και Hamming window (128 samples) αντίστοιχα.



Σχήμα 5.10 - Window Tradeoffs

Τα αποτελέσματα του μεγέθους του FFT για τα δύο παράθυρα παρουσιάζονται στα πιο κάτω γραφήματα (Σχ. 5.11α και 5.11β) αντίστοιχα.



(α)

(β)

Σχήμα 5.11 - Μετασχηματισμός Fourier με τη χρήση Rectangular window (α) και Hamming window (β)

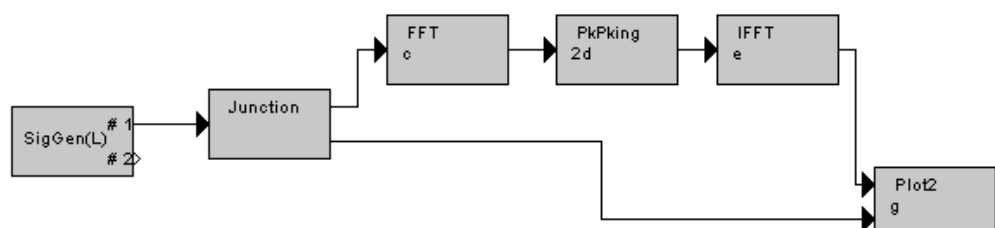
Από το παραπάνω γράφημα παρατηρούμε ότι με το Rectangularwindow έχουμε πιο στενό κύριο λοβό σε αντίθεση με το παράθυρο Hamming. Αυτό δικαιολογείται με το γεγονός ότι για τον υπολογισμό του πλάτους του κύριου λοβού για το rectangularwindow, όπως αναφέραμε στην υποενότητα 5.1.3, χρησιμοποιούμε την εξίσωση $4\pi(N+1)$ ενώ για το Hammingwindow χρησιμοποιούμε την εξίσωση $8\pi/N$. Όσον αφορά τους πλευρικούς λοβούς στο παράθυρο Rectangular βρίσκονται σε ύψος 13dB κάτω από τον κεντρικό λοβό σε αντίθεση με το Hammingwindow όπου το ύψος του πλευρικού λοβού ανέρχεται σε 41dB κάτω από τον κεντρικό λοβό. Για αυτούς τους λόγους το παράθυρο Rectangular έχει μεγάλη φασματική διαρροή σε αντίθεση με το Hammingwindow το οποίο στην περίπτωση αυτή έχει καλύτερη αποδοτικότητα.

5.5 Ανάλυση – Σύνθεση Σήματος με DFT

Στο μέρος αυτό θα εκτελέσουμε μια προσομοίωση με σκοπό να συμπίεσουμε μια ακολουθία σήματος. Με άλλα λόγια θα μειώσουμε το data rate του σήματος για να έχει μικρότερο μέγεθος. Αυτό χρησιμοποιείται σε πολλές λειτουργίες επεξεργασίας σημάτων όπως ψηφιακές φωτογραφικές, επικοινωνίες και MP3 players.

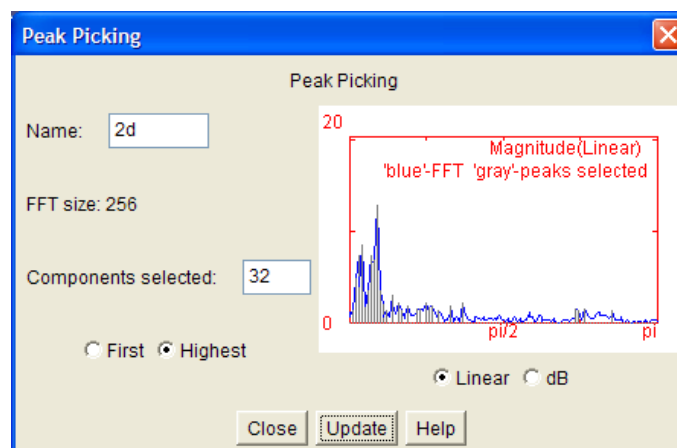
Η εφαρμογή αποτελείται από τρία βασικά στάδια. Στο πρώτο στάδιο διεξάγεται ανάλυση του σήματος σε φάσμα συχνοτήτων με μετασχηματισμό DFT. Στο επόμενο βήμα γίνεται επιλογή των συχνοτήτων που θεωρούνται περιττές, δηλαδή οι ασθενέστερες, ώστε να διαγραφούν και να μειωθεί το μέγεθος του σήματος. Τέλος γίνεται σύνθεση του σήματος, δηλαδή χρησιμοποιείται ο αντίστροφος μετασχηματισμός IDFT για να επαναφέρει το συμπιεσμένο σήμα σε χρονικά πλαίσια.

Πιο κάτω φαίνεται η κατάλληλη προσομοίωση στο J-DSP, για να επιτευχθεί η πιο πάνω διαδικασία που αναφέραμε (Σχ. 5.12).



Σχήμα 5.12 – Προσομοίωση ανάλυσης – σύνθεσης σήματος με DFT

Επιλέγουμε για επεξεργασία μουσικό σήμα, ώστε να αντιληφθούμε καλύτερα την διαφορά του αρχικού με του συμπιεσμένου σήματος. Αρχικά στο στάδιο της ανάλυσης, αναλύεται το σήμα με έναν μετασχηματισμό FFT μεγέθους 256. Στη συνέχεια για διαγραφή των περιττών συχνοτήτων σήματος χρησιμοποιείται το μπλοκ PeakPicking. Το μπλοκ αυτό επιλέγει είτε τις ισχυρότερες συχνότητες σήματος, δηλαδή τα υψηλότερα μεγέθη κορυφών στο FFT, είτε τις συχνότητες που βρίσκονται πρώτες στο FFTspectra (Σχ. 5.13). Με αυτό τον τρόπο διαγράφονται οι συνιστώσες του αρχικού σήματος οι οποίες έχουν αμελητέες μικρές συχνότητες. Για το πόσες συχνότητες επιλέγει η εφαρμογή, το καθορίζουμε εμείς μέσα από το παράθυρο (μέχρι τις μισές του μεγέθους FFT). Με μαύρες γραμμές εμφανίζονται οι επιλεγμένες κορυφές (Σχ. 5.13). Και τέλος κατά την σύνθεση του σήματος, για να επαναφέρουμε το σήμα σε χρονικά πλαίσια εφαρμόζουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό FFT. Καταλαβαίνουμε ότι όσο πιο λίγες κορυφές επιλέγει το μπλοκ PeakPicking, τόσο περισσότερη αφαίρεση πληροφορίας και συμπίεση σήματος έχουμε με επίπτωση την μειωμένη ποιότητα ήχου σε σχέση με το αρχικό. Ισχύει επομένως και το αντίστροφο, δηλαδή όσο περισσότερες επιλεγούν τόσο περισσότερη πληροφορία μένει και τόσο μικρότερη είναι η συμπίεση, με την ποιότητα ήχου να μην αλλοιώνεται αρκετά. Φυσικά στις εφαρμογές που χρησιμοποιείται η διαδικασία αυτή, το στοίχημα είναι να υπάρχει όσο μεγαλύτερη συμπίεση γίνεται με την ποιότητα ήχου να παραμένει σχετικά η ίδια και το ανθρώπινο αυτί να μην αντιλαμβάνεται την αλλοίωση αυτή.



Σχήμα 5.13 – Μπλοκ PeakPicking για επιλογή κορυφών

Κεφάλαιο 6

Αλγόριθμος MPEG-1 Layer III (MP3)

6.1 Εισαγωγή	127
6.2 Αλγόριθμος MP3	128
6.3 Φαινόμενα Noise-Masking-Tone (NMT) και Tone-Masking-Noise (TMN)	138
6.4 Εφαρμογή του Ψυχοακουστικού Μοντέλου	141

6.1 Εισαγωγή

Είναι πολύ γνωστό σε όλους μας για την ύπαρξη αρχείων MP3 σε διάφορα μέσα τα οποία παράγουν ήχο. Χρησιμοποιούνται ευρέως από το κοινό για την αναπαραγωγή μουσικής και προτιμούνται έναντι των συνηθισμένων αρχείων των κλασικών ψηφιακών δίσκων μουσικής. Αυτό δικαιολογείται λόγω του μικρού μεγέθους των αρχείων MP3 έναντι των κλασικών αρχείων μουσικών δίσκων (wav, cda κτλ) και είναι εφικτό να αποθηκεύουμε μεγάλο αριθμό αρχείων ακόμα και σε μικρές αποθηκευτικές μνήμες. Το μικρό μέγεθος των αρχείων MP3 οφείλεται από την μέθοδο συμπίεσης των αρχικών ηχητικών σημάτων. Αυτές οι μέθοδοι αναπτύσσονται από την ομάδα MovingPictureExpertsGroup (MPEG), αφού και τα αρχικά της λέξης MP3 προέρχονται από το MPEG και το τρίτο στρώμα (Layer 3). Γενικά η ομάδα αυτή εργάζεται για την τυποποίηση των τρόπων κωδικοποίησης και παρουσίασης κινούμενης εικόνας και

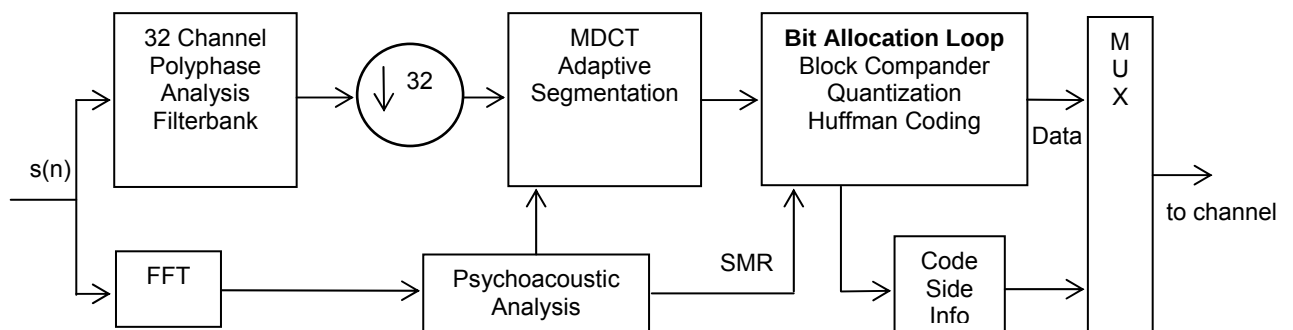
ήχου. Για τα αρχεία MP3 αφορά μόνο ήχο ενώ για άλλα πρότυπα της ομάδας MPEG αφορούν και βίντεο. Το πρότυπο MP3 όπως περιγράφεται και από τις λέξεις MPEG-1 Layer-3, είναι μέρος του προτύπου MPEG-1 και αφορά το τρίτο στρώμα (Layer 3) το οποίο έχει την καλύτερη επίδοση από τα άλλα δύο στρώματα Layer 1 και 2.

Έτσι λοιπόν αναφερόμαστε για συμπιεσμένα αρχεία ήχου τα οποία χρησιμοποιούνται για την αναπαραγωγή ήχου και μουσικής. Για την επίτευξη της συμπίεσης αυτής χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος MP3. Η διαδικασία της συμπίεσης χαρακτηρίζεται ως απωλεστική και αυτό οφείλεται στο ότι το συμπιεσμένο αρχείο παρουσιάζει λίγη απώλεια σε σχέση με το αρχικό. Με άλλα λόγια ο τελικός ήχος του MP3 αρχείου δεν είναι ο ίδιος με τον αρχικό, αλλά η διαφορά τους είναι σχεδόν αμελητέα αφού δεν παρουσιάζει ιδιαίτερες μεταβολές. Αυτό καθιστά πολύ αποδοτικό και αποτελεσματικό τον αλγόριθμο συμπίεσης και κατ' επέκταση πολύ χρήσιμα αρχεία MP3.

Όπως έχουμε αναφέρει ο αλγόριθμος συμπίεσης MP3 είναι απωλεστικός από το γεγονός ότι χάνεται μόνιμα κάποια πληροφορία από τον αρχικό ήχο. Για καλύτερα αποτελέσματα και πιο αποδοτική διαδικασία συμπίεσης, ώστε να αποφευχθεί μείωση της ποιότητας του ήχου, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί το λεγόμενο «ψυχοακουστικό μοντέλο» της ακουστικής συμπεριφοράς του ανθρώπινου αυτιού. Το μοντέλο αυτό εκμεταλλεύεται τις ιδιότητες της ανθρώπινης ακοής. Μια από τις ιδιότητες της ακοής που εκμεταλλεύεται ο αλγόριθμος είναι η ακουστική σκίαση, η οποία ανάλογα με την συχνότητα του ήχου μεταβάλλεται το κατώφλι ακουστότητας της ακοής μας. Το κατώφλι (threshold) ακουστότητας είναι η ελάχιστη ένταση που πρέπει να έχει ένας ήχος για να τον ακούσει το ανθρώπινο αυτί. Το κατώφλι είναι διαφορετικό ανάλογα με τη συχνότητα του ηχητικού σήματος και παράλληλα μεταβάλλεται δυναμικά καθώς επηρεάζεται και από τις άλλες συχνότητες ηχητικών σημάτων που τυχόν περιέχει ο ήχος. Κατά την κωδικοποίηση σε MP3 ο αλγόριθμος απορρίπτει τις πληροφορίες για ήχους που έχουν ένταση κάτω από το κατώφλι, αφού δεν γίνονται αντιληπτοί από το ανθρώπινο αυτί. Έτσι με την διαγραφή των πληροφοριών αυτών μειώνεται σημαντικά το μέγεθος του αρχείου. Αυτή αποτελεί τη βασική αρχή της συμπίεσης MP3.

6.2 Αλγόριθμος MP3

Όπως έχουμε προαναφέρει ο στόχος των αλγορίθμων συμπίεσης είναι να μειώσουν το bitrate των ηχητικών σημάτων με πολύ λίγη ή καθόλου φθορά στην αντιληπτή ποιότητα του αρχικού σήματος. Ο MP3 αλγόριθμος συμπίεσης είναι ο πιο διαδεδομένος τύπος για ηχογράφηση και αναπαραγωγή μουσικής. Η κωδικοποίηση του MP3 standard περιλαμβάνει μια υβριδική τεχνική κωδικοποίησης, η οποία ενσωματώνει αποσύνθεση σε subbandfilterbank, μετασχηματισμούς όπως FFT, ανάθεση και κβαντισμό του δυναμικού bit και την ψυχοακουστική ανάλυση. Η διαδικασία κωδικοποίησης MP3 φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα (Σχ. 6.1), παρουσιάζοντας τα ανάλογα στάδια και λειτουργίες υπό μορφή μπλοκ.



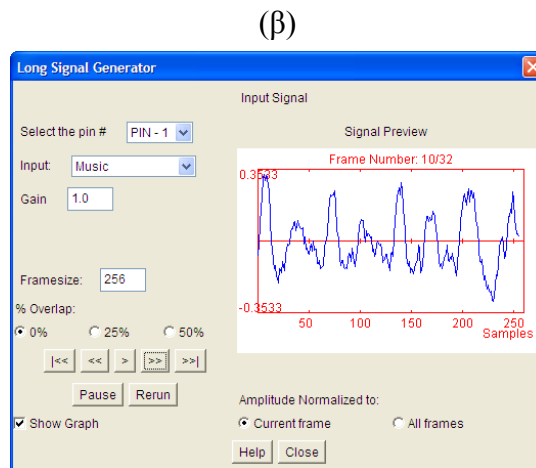
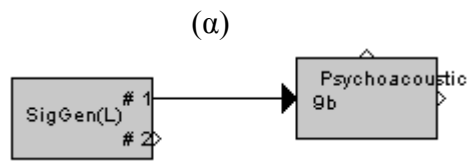
Σχήμα 6.1 – Μπλοκ διάγραμμα κωδικοποίησης MP3 [3]

Γενικά οι αλγόριθμοι συμπίεσης της κατηγορίας MPEG-1 στην οποία ανήκει και το MP3, χρησιμοποιούν ως σήματα εισόδου 16bit μορφής PCM (PulseCodeModulation), δηλαδή ψηφιακής μορφής κβαντισμένα σήματα με ρυθμό δειγμάτων 32, 44,1 και 48kHz. Ο ρυθμός δειγμάτων υποδηλώνει πόσες φορές μπορούμε να έχουμε δείγματα σε κάθε δευτερόλεπτο και παράλληλα το κάθε δείγμα του σήματος εισόδου μπορεί να πάρει ψηφιακές τιμές μέχρι 16bit. Στόχος του αλγόριθμου κωδικοποίησης είναι η συμπίεση των ηχητικών δεδομένων εισόδου σε ρυθμούς bit των 32-192 Kbits/sec για το μονοφωνικό και 64-384 Kbits/sec για το στερεοφωνικό. Η διαδικασία της κωδικοποίησης χρησιμοποιεί ηχητικά (audio) δεδομένα υπό διαδοχικά πλαίσια (frames) των 1152 δειγμάτων, τα οποία χωρίζονται επίσης σε υποπλάγια των 576 δειγμάτων τα λεγόμενα granules. Κατά την διαδικασία αποκωδικοποίησης τα granules αποκωδικοποιούνται το κάθε ένα ξεχωριστά.

Όπως παρουσιάζεται και στην αρχιτεκτονική του αλγορίθμου, αρχικά ένα QMFfilterbank διαιρεί το αρχικό σήμα εισόδου σε 32 υποζώνες. Αυτό το filterbank χρησιμοποιείται για να υπολογίσει και να καθορίσει το criticalband μοντέλο για την ανθρώπινη ακοή. Το παραγόμενο σήμα της κάθε υποζώνης μετασχηματίζεται στη συνέχεια με ένα ModifiedDiscreteCosineTransform (MDCT), το οποίο μαζί με το filterbankαποτελεί το λεγόμενο υβριδικό Filterbank. Ο MDCT εφαρμόζεται σε δύο μεγέθη πλαισίων, 6 και 18 σημείων, για χαμηλή και υψηλή ανάλυση φάσματος αντίστοιχα. Η λειτουργία του μετασχηματισμού ελέγχεται και οδηγείται από την μονάδα ψυχοακουστικής ανάλυσης (Σχ. 6.1). Ακολουθούν τεχνικές ανάθεσης bit και λειτουργίες κβαντισμού, με σκοπό να μειωθούν σημαντικά τα bitrate των αρχικών σημάτων διατηρώντας την ποιότητα ήχου. Σκοπός μας είναι να αποθηκεύσουμε αποδοτικά τα ηχητικά δεδομένα σε πολύ μικρότερα αρχεία ήχου, ώστε να μην αλλοιώνεται αισθητά η ποιότητα ήχου. Οι λειτουργίες της ανάθεσης των bit και μη-ομοιόμορφου (non-uniform) κβαντισμού μετά το μετασχηματισμό MDCT, εκτελούνται μέσα σε ένα φωλιασμένο βρόχο (Bit Allocation Loop, Σχ. 6.1) μαζί με κωδικοποίηση Huffman για την μείωση του μεγέθους. Ο ρόλος του εσωτερικού βρόχου είναι να προσαρμόσει ανάλογα τα μεγέθη των βημάτων της διαδικασίας του κβαντισμού (quantizationsteps) σήματος. Με τη σειρά του ο εξωτερικός βρόχος έχει τον ρόλο να αξιολογεί την ποιότητα του σήματος κάθε φορά και την επίδραση του θορύβου που παράγεται κατά τον κβαντισμό, σε σχέση με τις τιμές κατωφλίων (thresholds) του ψυχοακουστικού φάσματος.

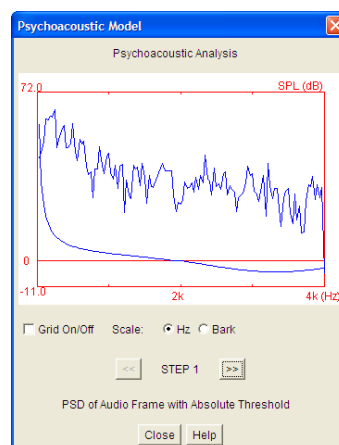
Στο εργαλείο J-DSP μπορούμε να προσομοιώσουμε την διαδικασία της ψυχοακουστικής ανάλυσης. Το ψυχοακουστικό μπλοκ αναλύει το πλαίσιο του ηχητικού σήματος εισόδου βάσει του στάνταρτ ψυχοακουστικού μοντέλου MPEG-1. Το μοντέλο αποτελείται από πέντε στάδια ανάλυσης, τα οποία αναπαρίστανται σε βήματα (steps) μέσα από το παράθυρο του ψυχοακουστικού μοντέλου στο εργαλείο J-DSP.

Για την επίτευξη του στόχου μας χρησιμοποιούμε ένα signalgeneratorlong συνδεδεμένο στην είσοδο ενός ψυχοακουστικού μπλοκ (Σχ. 6.2α).Καθορίζουμε το siggenώστε να παράγει ένα μουσικό ηχητικό σήμα 32 πλαισίων 256 δειγμάτων η κάθε μια. Επιλέγουμε το 10^ο πλαίσιο του σήματος ως είσοδο στη ψυχοακουστική ανάλυση (Σχ. 6.2β).



Σχήμα 6.2 – Προσομοίωση (α) και σήμα εισόδου (β) της ψυχοακουστικής ανάλυσης

Κατά το πρώτο στάδιο της ανάλυσης step 1 (Σχ. 6.3), υπολογίζεται το PowerSpectralDensity (PSD) του ηχητικού πλαισίου σήματος. Πιο αναλυτικά η ισχύς φασματικής πυκνότητας PSD ορίζεται με θετικές πραγματικές τιμές και αντικατοπτρίζει πως η ισχύς του σήματος διανέμεται στο φάσμα της συχνότητας. Στη συγκεκριμένη ανάλυση η ισχύς PSD εκφράζεται σε SPL (SoundPressureLevel), δηλαδή το πόσο μεγάλη είναι η ένταση του ηχητικού σήματος, της οποίας η μονάδα μέτρησης της είναι τα decibel (dB), γνωστά μας από τις εφαρμογές μουσικής και ήχου.



Σχήμα 6.3 – 1^ο στάδιο ψυχοακουστικής ανάλυσης

Όπως παρατηρούμε και από τη γραφική παράσταση (Σχ. 6.3) υπολογίζεται το PSD του πλαισίου εισόδου στις αντίστοιχες συχνότητες, οι οποίες μπορούν να οριστούν είτε σε μονάδα μέτρησης Ηζ είτε σε τιμές Bark. Η εξίσωση υπολογισμού του PowerSpectralDensity του σήματος είναι η πιο κάτω (εξ. 6.1).

$$P(k) = PN + 10 \log_{10} \left| \sum_{n=0}^{N-1} w(n)x'(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \right|^2, \quad 0 \leq k \leq \frac{N}{2} \quad (6.1)$$

Η ακολουθία $x'(n)$ αποτελεί το κανονικοποιημένο σήμα εισόδου. Η κανονικοποίηση του σήματος επιτυγχάνεται με την πιο κάτω εξίσωση (εξ. 6.2), στην οποία το N αντιστοιχεί στο μέγεθος του μετασχηματισμού FFT που εκτελείται και όπου R_b είναι ο αριθμός των bit που καταλαμβάνει το κάθε δείγμα (bit/sample).

$$x'(n) = \frac{x(n)}{N2^{R_b-1}} \quad (6.2)$$

Η τιμή P αντιστοιχεί στη σταθερά κανονικοποίησης ισχύος και ανέρχεται στα 90.302 dB. Παράλληλα η ακολουθία $w(n)$ αποτελεί ένα παράθυρο είδους Hanning, το οποίο διαχωρίζει το εισερχόμενο σήμα σε τμήματα μεγέθους του ίδιου του παραθύρου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση εκτελείται παράθυρο Hanning256 σημείων με 8 δείγματα αλληλοεπικάλυψη, οπότε το μέγεθος του πλαισίου σήματος που αναλύεται παραμένει το ίδιο.

Παράλληλα με το ηχητικό σήμα στο σχήμα της γραφικής παράστασης (Σχ. 6.3) εμφανίζεται το απόλυτο κατώφλι ακοής (absolutethresholdofhearing) από 0 – 4 kHz. Το απόλυτο αυτό κατώφλι εκφράζεται σε dB και υποδηλώνει πόση ένταση πρέπει να έχει ένας ηχητικός τόνος στην αντίστοιχη συχνότητα ώστε να γίνεται αντιληπτός από το ανθρώπινο αυτί. Αυτό ισχύει σε ήσυχο περιβάλλον, δηλαδή σε περιβάλλον όπου το ανθρώπινο αυτί δεν επηρεάζεται από άλλους ήχους ή θορύβους, παρά μόνο από το συγκεκριμένο ηχητικό τόνο. Μέσα από τον ορισμό του κατωφλίου συμπεραίνουμε ότι ήχοι έντασης κάτω από το κατώφλι ακοής δεν γίνονται αντιληπτοί από την ανθρώπινη

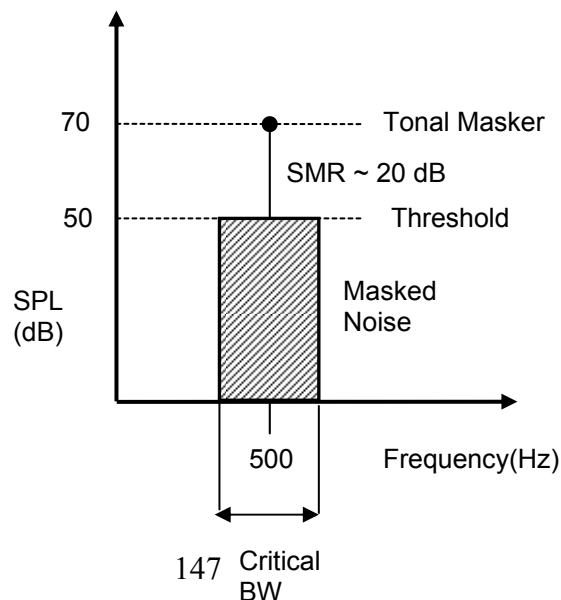
ακοή και χαρακτηρίζονται ως περιττοί. Έτσι οι πληροφορίες και τα δεδομένα ήχων με ένταση κάτω από το κατώφλι μπορούν να διαγραφούν από το ηχητικό σήμα και έτσι να μειωθεί σημαντικά το μέγεθος δεδομένων. Αυτό ακριβώς εκμεταλλεύεται η κωδικοποίηση MP3 για την συμπίεση των αρχείων ήχου.

Εκτός από το απόλυτο κατώφλι ακοής που χρησιμοποιεί η κωδικοποίηση MP3, εκμεταλλεύεται και άλλα φαινόμενα στους ήχους που δεν γίνονται αντιληπτοί από την ανθρώπινη ακοή, ώστε να μειώσει ακόμα περισσότερο την πληροφορία σήματος. Ένα από αυτά είναι η επικάλυψη, κατά την οποία ένας ήχος δεν γίνεται αντιληπτός από το ανθρώπινο αυτί λόγω της παρουσίας ενός άλλου ήχου. Συγκεκριμένα κατά την κωδικοποίηση τα φαινόμενα αυτά διαχωρίζονται σε τρεις κατηγορίες, noise-masking-tone (NMT), tone-masking-noise (TMN) και noise-masking-noise (NMN). Οι ορισμοί των NMT και TMN αναφέρονται στις διαδικασίες όταν ένας ηχητικός θόρυβος επικαλύπτει έναν ηχητικό τόνο και αντίστροφα. Ενώ παράλληλα ο NMN αναφέρεται για ηχητικό θόρυβο ο οποίος επισκιάζει ένα άλλο θόρυβο. Ένας ηχητικός τόνος ή θόρυβος καθορίζεται από την κεντρική συχνότητα (center frequency) που αντιστοιχεί και το πλάτος ζώνης του (bandwidth), δηλαδή συγκεκριμένο πλάτος φάσματος συχνοτήτων που κατέχει. Το πλάτος αυτό ονομάζεται ως κρίσιμη ζώνη (critical band) του ήχου αντιστοιχεί σε 1 Bark, το οποίο μεταβάλλεται ανάλογα με την κεντρική συχνότητα που εμφανίζεται ο ήχος. Εάν κάποιος ηχητικός τόνος ή θόρυβος εμφανίζεται μέσα στα πλαίσια της ζώνης κάποιου άλλου μεγαλύτερης ισχύς τόνου ή θορύβου, τότε πραγματοποιείται το φαινόμενο της επικάλυψης, δηλαδή ο μικρότερος τόνος επικαλύπτεται από τον ισχυρότερο. Αυτό διαφαίνεται πιο αναπαραστατικά μέσα από το πιο κάτω σχήμα (Σχ. 6.4), όπου ένας ηχητικός τόνος 70 dB επικαλύπτει ένα θόρυβο 50 dB με κεντρική συχνότητα 500 Hz.

Σχήμα 6.4 –

Σενάριο επικάλυψης

θορύβου από τόνο [3]

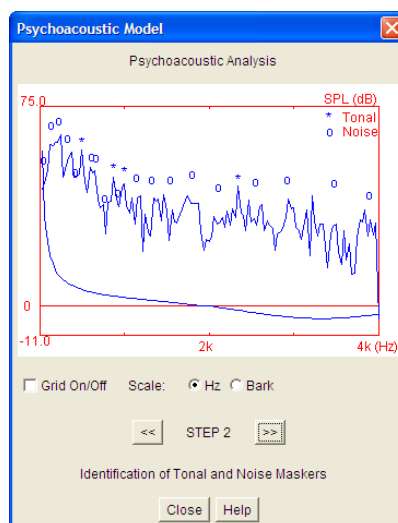


Αυτή η διαδικασία εκτελείται στο δεύτερο στάδιο (step 2) της ψυχοακουστικής ανάλυσης (Σχ. 6.5) του εργαλείου J-DSP. Κατά την διαδικασία αυτή, εντοπίζονται μέσα από το PSD του σήματος οι επικαλύψεις ηχητικών τόνων (tonal maskers) και θορύβων (noise maskers). Στο Σχήμα 6.5 παρατηρούμε μέσα από το παράθυρο του βήματος 2, τα εντοπισμένα tonal και noise maskers με σύμβολα αστερίσκου και κύκλων αντίστοιχα. Πίσω από το αποτέλεσμα αυτό κρύβεται μια διαδικασία για την εύρεση των επικαλύψεων. Αρχικά καθορίζεται ένα σύνολο (S_T) από tonal maskers με σημεία από το PSDP(k) του σήματος, τα οποία ικανοποιούν τις πιο κάτω προϋποθέσεις (εξ. 6.3).

$$S_T = \{P(k) : P(k) > P(k \pm 1) \text{ και } P(k) > P(k \pm \Delta_k) + 7 \text{ dB}\}$$

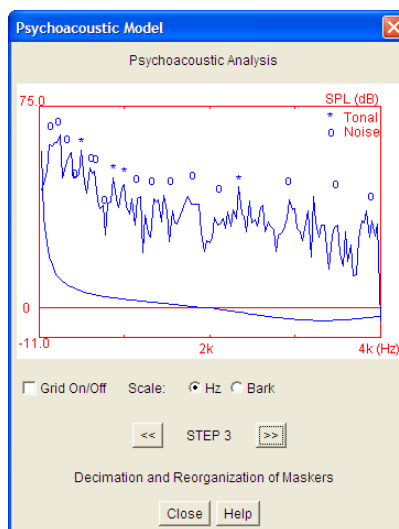
(6.3)

Με άλλα λόγια η εξίσωση υποδηλώνει ότι ως tonal maskers χαρακτηρίζονται τα σημεία του σήματος $P(k)$ τα οποία έχουν μεγαλύτερη τιμή από τα δύο σημεία ακριβώς εκατέρωθεν του και ταυτόχρονα μεγαλύτερα από 7 dB συν τη τιμή των γειτονικών του που απέχουν απόσταση Δ_k . Η τιμή του Δ_k διαφέρει ανάλογα με την τρέχον συχνότητα του σημείου k . Στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές δηλαδή η ισχύς σε dB των tonal maskers και έτσι καθορίζονται επακριβώς τα σημεία τους με αστερίσκο (Σχ. 6.5) στη γραφική παράσταση των SPL dB συναρτήσει των συχνοτήτων του σήματος. Παράλληλα στα πεδία συχνοτήτων όπου δεν καλύπτουν γειτονιές των tonal maskers υπολογίζονται οι τιμές σε dB των noise maskers τα οποία σημειώνονται με κύκλο.



Σχήμα 6.5 – 2^ο στάδιο ψυχοακουστικής ανάλυσης

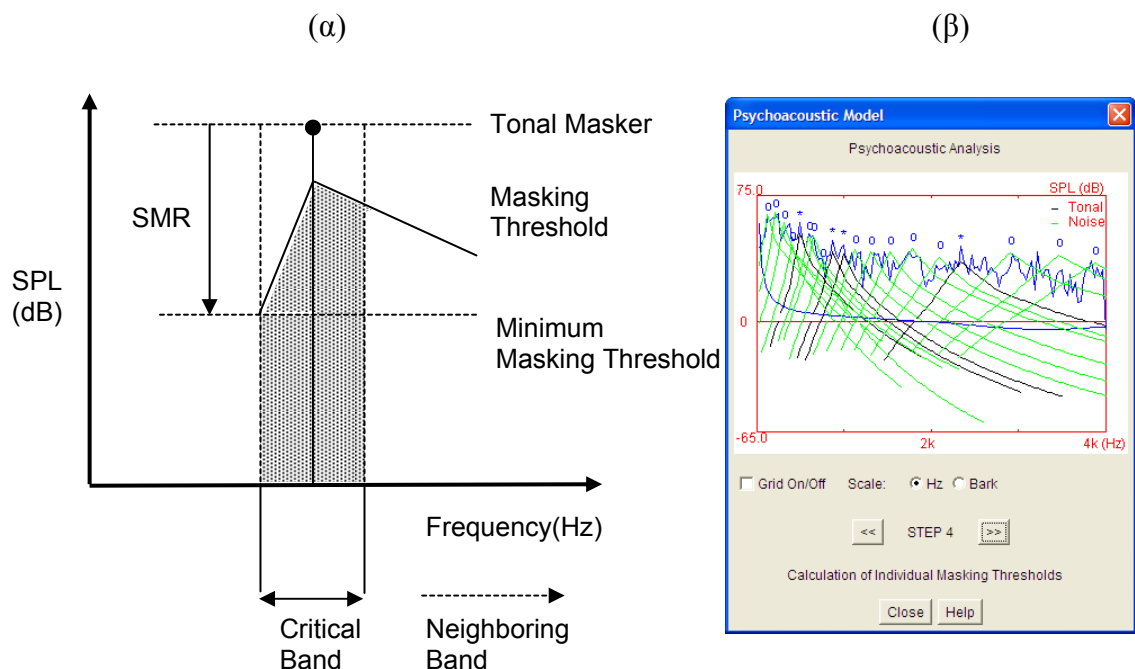
Στο επόμενο στάδιο (step 3) της ψυχοακουστικής ανάλυσης, η κωδικοποίηση προσπαθεί να μειώσει τον αριθμό των maskers με δύο τρόπους. Ο πρώτος και πιο απλός είναι η διαγραφή των maskers που έχουν τιμή μικρότερη του absolutethreshold, αφού έτσι και αλλιώς ήχοι έντασης μικρότερης του κατωφλίου δεν γίνονται αντιληπτοί από τον άνθρωπο. Η δεύτερη μέθοδος στη συνέχεια χρησιμοποιεί ένα κινητό παράθυρο μεγέθους 0.5 Bark, δηλαδή μισό του πλάτους της κρίσιμης ζώνης, κατά μήκος του σήματος ανιχνεύοντας maskers. Εάν δύο maskers εντοπίζονται μέσα στο κινητό παράθυρο, συγκρίνονται μεταξύ τους ως προς την ισχύ τους και το πιο αδύνατο απορρίπτεται και διαγράφεται, αφού ο ηχητικός τόνος που αντιπροσωπεύει επικαλύπτεται και εξασθενεί ολοκληρωτικά από τον ισχυρότερο μέσα στην κρίσιμη ζώνη (criticalband). Έτσι γίνεται αναδιοργάνωση και ανακατανομή των maskers. Το Σχήμα 6.6 δείχνει την ανακατανομή αυτή με προφανώς λιγότερο ή ίδιο αριθμό maskers από το βήμα 2 (Σχ. 6.5).



Σχήμα 6.6 – 3^ο στάδιο ψυχοακουστικής ανάλυσης

Για τον λόγο ότι η επίδραση των noise και tonal maskers δεν περιορίζονται μόνο μέσα στα πλαίσια της κρίσιμης ζώνης, πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι επιδράσεις που έχουν ανάμεσα στο υπόλοιπο φάσμα συχνοτήτων. Από το γεγονός αυτό, το κατώφλι (threshold) του masker ως προς τον επικαλυπτόμενο (maskee) όπως το έχουμε δει και προηγουμένως (Σχ. 6.4) επηρεάζει και γειτονικές ζώνες (criticalbands) και έτσι η επίδραση του masker εξαπλώνεται στις γειτονικές ζώνες συχνότητας. Το γεγονός αυτό ονομάζεται εξάπλωση της επικάλυψης (spread of masking) και το επισυνάπτουμε πιο

κάτω σχηματικά (Σχ. 6.7α). Όπως παρατηρούμε η επίδραση του maskingthreshold εξαπλώνεται και σε γειτονικές ζώνες με μια κλίση η οποία προκύπτει από τριγωνική συνάρτηση με σταθερές κλίσεις ανά μονάδα Bark. Έτσι μετά τον καθορισμό των εναπομενόντων noise και tone maskers υπολογίζετε σε κάθε ζώνη το maskingthreshold τους το οποίο εξαπλώνεται και στις διπλανές ζώνες (Σχ. 6.7α). Στο J-DSP για σκοπούς υπολογιστικής αποδοτικότητας το maskingthreshold εξαπλώνεται σε γειτονίες γύρω από το criticalband μεγέθους 10 Bark. Το φαινόμενο της επέκτασης του masking εκτελείται στο 4^ο στάδιο της ψυχοακουστικής ανάλυσης του J-DSP. Παρατηρούμε το αποτέλεσμα της διαδικασίας στο σχήμα 6.7β, όπου τα maskingthreshold εμφανίζονται με τριγωνικές καμπύλες. Με μαύρο χρώμα αντιστοιχούν τα threshold των tone maskers, ενώ με πράσινο των noise maskers.

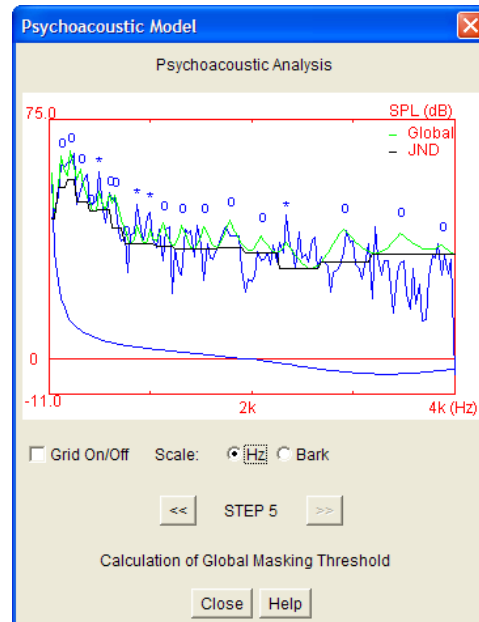


Σχήμα 6.7 – Επεξηγηματικό σχήμα (α) και παράθυρο (β) 4ου σταδίου ψυχοακουστικής ανάλυσης [3]

Τέλος στο τελευταίο στάδιο της ανάλυσης (step 5), τα maskingthreshold τόνων και θορύβων συνδυάζονται με το absolutethreshold ακοής για να καθοριστεί εν τέλει το γενικό (global) maskingthreshold του σήματος. Η εξίσωση που εκφράζει το global maskingthreshold σε dB SPL για κάθε συχνότητα i φαίνεται πιο κάτω (εξ. 6.4).

$$T_g(i) = 10 \log_{10} \left(10^{0.1 T_q(i)} + \sum_{l=1}^L 10^{0.1 T_{TM}(i,l)} + \sum_{m=1}^M 10^{0.1 T_{NM}(i,m)} \right) \text{ dB SPL} \quad (6.4)$$

Η μεταβλητή $T_q(i)$ αντιπροσωπεύει το absolute threshold στη συχνότητα i . Οι ποσότητες $T_{TM}(i,l)$ και $T_{NM}(i,m)$ σε dB, είναι τα tone και noise masking thresholds αντίστοιχα για τη συχνότητα i που έχουν υπολογιστεί στο προηγούμενο στάδιο και εκφράζουν τη συμβολή masking που υφίσταται η συχνότητα i από τα γειτονικά maskers στις συχνότητες l και m . Οι ποσότητες L και M είναι ο αριθμός των tone και noise masker στα οποία έχουν καθοριστεί στο στάδιο 3. Όπως διαπιστώνουμε αυτά τα thresholds προστίθενται μεταξύ τους για να αποτελέσουν τελικά το γενικό κατώφλι σκίασης (global masking threshold) σε κάθε συχνότητα i . Το αποτέλεσμα της διαδικασίας φαίνεται στο 5^ο στάδιο της ψυχοακουστικής ανάλυσης μέσα από το εργαλείο J-DSP (Σχ. 6.8). Με πράσινο χρώμα αντιστοιχεί το γενικό κατώφλι σκίασης (global masking threshold) και με μαύρο χρώμα είναι το μικρότερο κατώφλι (minimum threshold) το λεγόμενο Just Noticeable Distortion (JND).

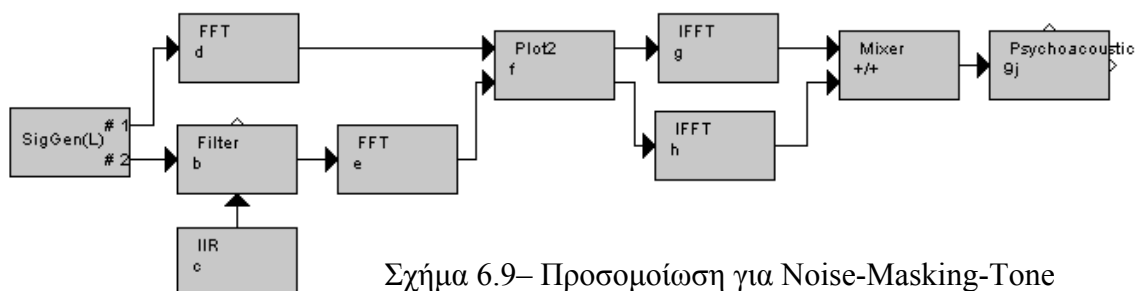


Σχήμα 6.8 – 5^ο στάδιο ψυχοακουστικής ανάλυσης

Η τιμή του μικρότερου κατωφλίου JND καθορίζεται υπολογίζοντας το Signal to Mask Ratio (SMR) σε κάθε υποζώνη critical (Σχ. 6.7α). Η τιμή του SMR υπολογίζεται με την αφαίρεση της μικρότερης τιμής του global masking threshold από την μέγιστη τιμή του σήματος στη κάθε υποζώνη critical. Αυτό προσδίδει στον αλγόριθμο συμπίεσης περισσότερη αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα αφού τα δεδομένα του σήματος που βρίσκονται κάτω από το minimum threshold JND δεν είναι αντιληπτά από το ανθρώπινο αυτί. Για τον λόγο αυτό θεωρούνται περιττά και διαγράφονται και έτσι μειώνονται τα δεδομένα που χρειάζονται για να εκφράσουν το τελικό ηχητικό σήμα. Με απλά λόγια τα μέρη του σήματος που βρίσκονται κάτω από την μαύρη γραμμή του JND διαγράφονται ενώ αυτά που βρίσκονται πάνω από το JND διατηρούνται (Σχ. 6.8).

6.3 Φαινόμενα Noise-Masking-Tone (NMT) και Tone-Masking-Noise (TMN)

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε πιο αναλυτικά τις επιδράσεις των επικαλύψεων noise masking tone NMT και tone masking noise TMN, με πρακτικές εφαρμογές στο εργαλείο J-DSP. Για να υλοποιήσουμε στο εργαλείο το φαινόμενο της επικάλυψης (Σχ. 6.9), χρησιμοποιούμε ένα μπλοκ για παραγωγή δύο σημάτων (signal generator long). Στην έξοδο pin1 του μπλοκ παράγουμε ένα ημιτονοειδές σήμα και παράλληλα στην έξοδο pin2 παράγουμε ένα λευκό σήμα θορύβου για να δούμε στη συνέχεια το φαινόμενο της επικάλυψης (masking) μεταξύ των δύο. Για να παρατηρήσουμε πλήρη επικάλυψη μεταξύ των δύο θα πρέπει τα δύο σήματα να έχουν την ίδια συχνότητα (center frequency) και πλάτος ζώνης 1 Bark, όσο η κρίσιμη ζώνη (critical band) στη συγκεκριμένη συχνότητα.

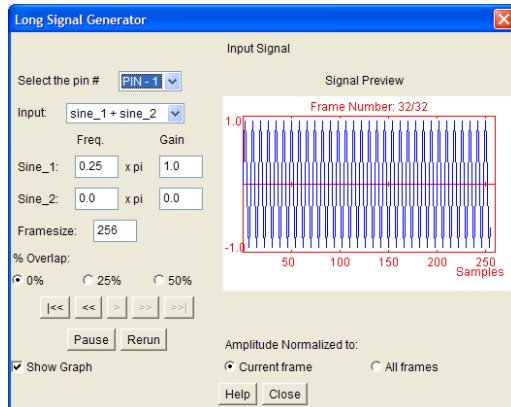
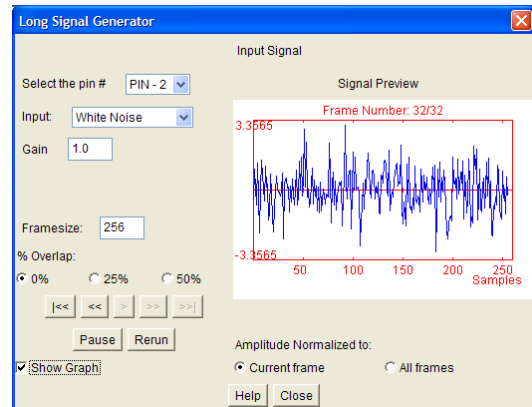
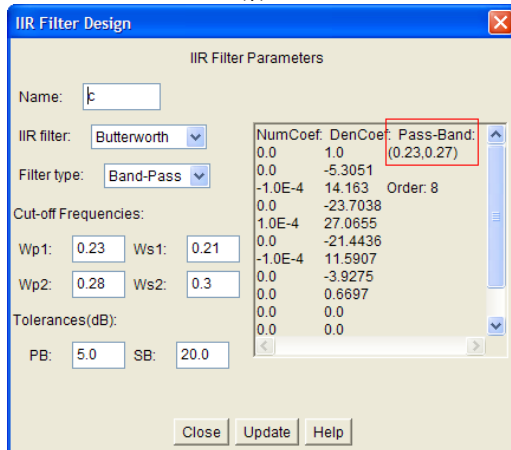
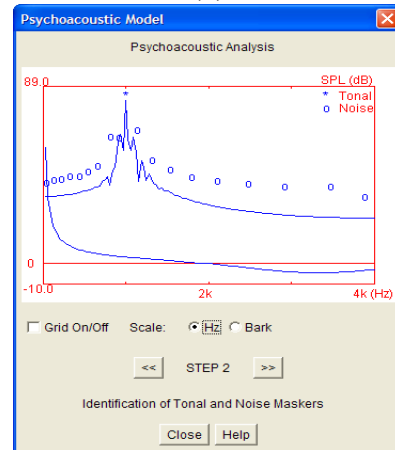
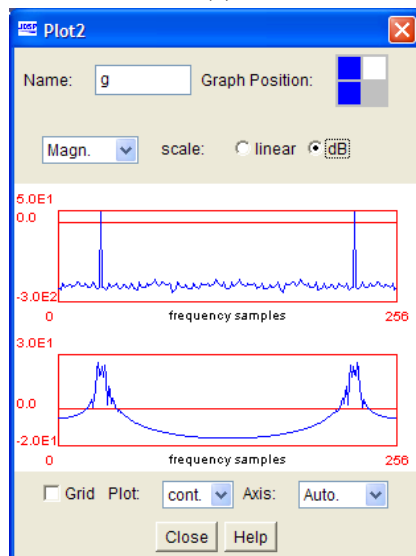
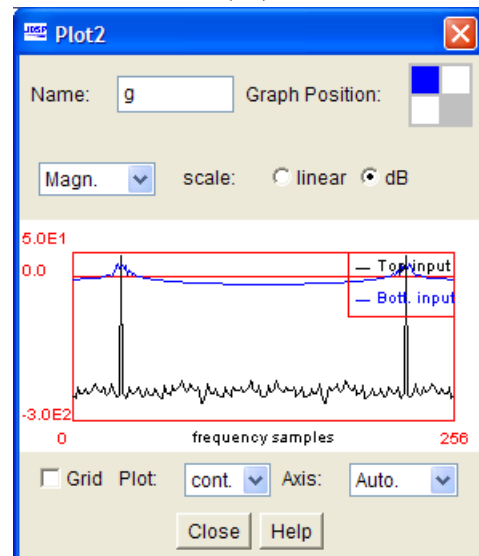


Σχήμα 6.9– Προσομοίωση για Noise-Masking-Tone

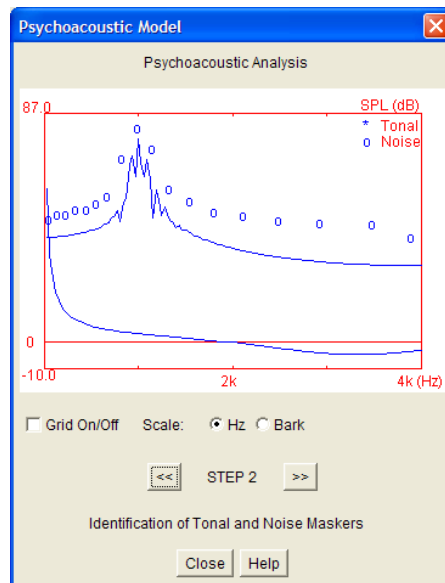
Έτσι ορίζουμε στην πρώτη έξοδο ένα ημιτονοειδές σήμα με συχνότητα 1 kHz, δηλαδή 0.25π γωνιακή συχνότητα, αφού η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 8 kHz (Σχ. 6.10α). Για τον καθορισμό της ίδιας κεντρικής συχνότητας (1 kHz) στο λευκό θόρυβο (Σχ. 6.10β) θα πρέπει να περάσει από ένα ζωνοπερατό φίλτρο (Σχ. 6.10γ) που θα τον πλαισιώνει ανάμεσα στις συχνότητες 920 και 1080 Hz και να αποκόπτει τις υπόλοιπες, σύμφωνα πάντα με τις τιμές των critical bands για την κεντρική συχνότητα 1000 Hz. Η ισχύς (gain) και των δύο σημάτων καθορίζεται σε μονάδα. Υπολογίζεται στη συνέχεια ο μετασχηματισμός Fourier των δύο σημάτων για την αναπαράσταση της ισχύος των σημάτων στο φάσμα συχνοτήτων, αφού αυτό εκτελείται κατά την ψυχοακουστική ανάλυση (Σχ. 6.10ε). Εμφανίζουμε επίσης τα δύο σήματα στο ίδιο σχήμα για σκοπούς σύγκρισης (Σχ. 6.10στ), παρατηρώντας ότι στην μεγαλύτερη κορυφή το ημιτονοειδές σήμα υπερέχει του θορύβου, γι αυτό και αναμένουμε να υπάρχει επικάλυψη του τόνου προς το θόρυβο (tone-masking-noise) στο συγκεκριμένο σημείο κατά την διαδικασία της ψυχοακουστικής ανάλυσης.

Τέλος, παρατηρώντας το 2^ο στάδιο της ψυχοακουστικής ανάλυσης (Σχ. 6.10δ) διαπιστώνουμε τα σημεία των noise και tone maskers. Παρατηρούμε ότι υπάρχουν 18 noise maskers και μόνο 1 tone masker, αφού όπως προαναφέραμε στο σημείο αυτό, το ημιτονοειδές σήμα έχει μεγαλύτερη ισχύ στη συγκεκριμένη συχνότητα. Προφανώς στα υπόλοιπα σημεία υπάρχουν μόνο noise maskers αφού το ημιτονοειδές σήμα επικαλύπτεται από το αντίστοιχο σήμα θορύβου (Σχ. 6.10στ).

Για να επικαλυφτεί ολόκληρο το ημιτονοειδές σήμα από τον θόρυβο, αυξάνουμε το μέγεθος του σήματος λευκού θορύβου σταδιακά και παρατηρούμε ότι με ισχύ 4 επιτυγχάνουμε πλήρη επικάλυψη. Έτσι έχουμε μόνο noise maskers στη γραφική παράσταση της ψυχοακουστικής ανάλυσης (Σχ. 6.11).

(α)  (β)  (γ)  (δ)  (ϵ)  (σ) 

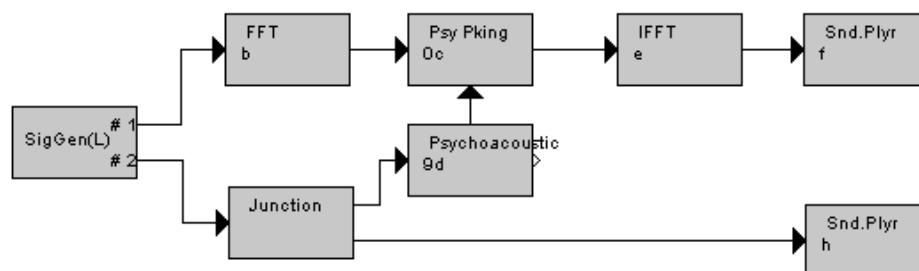
Σχήμα 6.10 – Αποτελέσματα προσομοίωσης NMT του σχήματος 6.9



Σχήμα 6.11 – Πλήρης επικάλυψη Noise-Masking-Tone

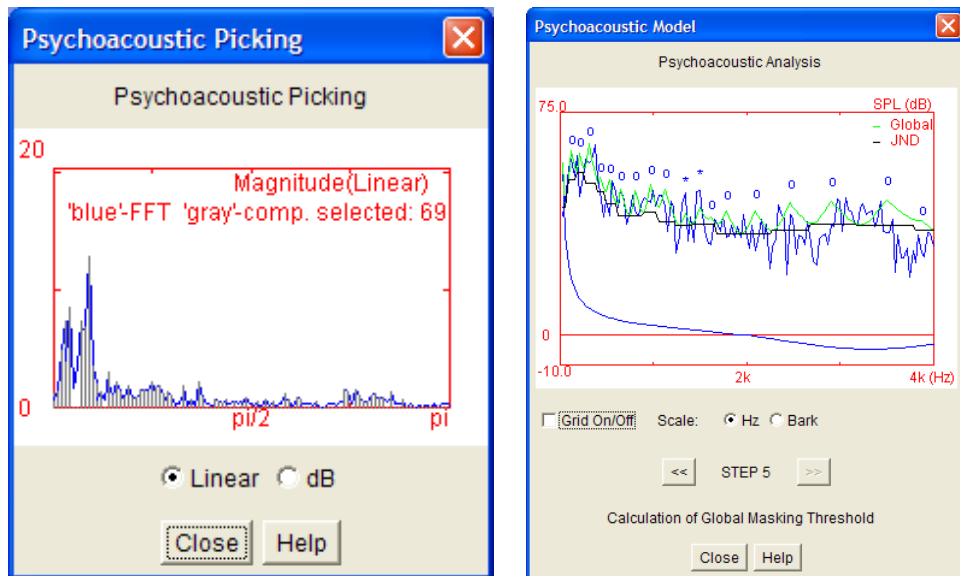
6.4 Εφαρμογή του Ψυχοακουστικού Μοντέλου

Χρησιμοποιώντας το εργαλείο J-DSP, θα δούμε την εφαρμογή της ψυχοακουστικής για να μειώσουμε και να συμπίεσουμε το μέγεθος ενός ηχητικού σήματος. Θα αξιολογήσουμε την αποδοτικότητα και την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας χρησιμοποιώντας το Soundplayer. Πιο κάτω βλέπουμε τα μπλοκ (Σχ. 6.12) τα οποία αποτελούν την διαδικασία της συμπίεσης. Συγκρίνουμε το αρχικό με το συμπιεσμένο σήμα ως προς την ποιότητα αναπαραγωγής με δύο Soundplayers.



Σχήμα 6.12 –Προσομοίωση για συμπίεση σήματος με ψυχοακουστική ανάλυση

Με το SignalGeneratorLong παράγουμε δύο ίδια σήματα μουσικού ήχου, από τα οποία το ένα θα υποστεί και το άλλο δεν θα υποστεί συμπίεση βάσει του μοντέλου της ψυχοακουστικής ανάλυσης, για σκοπούς σύγκρισης. Το ηχητικό σήμα προς συμπίεση μετασχηματίζεται με FFT μεγέθους 256, για να αναλυθούν οι επιμέρους συχνότητες του σήματος. Στη συνέχεια το μπλοκ PsychoacousticPicking (Σχ. 6.13α) επιλέγει τις συχνότητες σήματος, δηλαδή τις κορυφές στο FFT, οι οποίες θα παραμείνουν στο τελικό συμπιεσμένο σήμα. Αυτή η επιλογή των συχνοτήτων καθοδηγείται με βάση το ψυχοακουστικό μοντέλο, το οποίο είναι συνδεδεμένο με αυτό (Σχ. 6.12). Συγκεκριμένα βάσει του JNDthreshold που έχει υπολογιστεί από την ψυχοακουστική ανάλυση (Σχ. 6.13β), επιλέγει ποιες συνιστώσες συχνοτήτων σήματος θα παραμείνουν και ποιες θα διαγραφούν με σκοπό την μείωση του μεγέθους του σήματος. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέγονται 69 συχνότητες οι οποίες εμφανίζονται με γκρίζες γραμμές (Σχ. 6.13α). Στη συνέχεια αφού επιλεγούν οι συχνότητες μετασχηματίζουμε το σήμα στην αρχική του μορφή με έναν IFFT, δηλαδή σε χρονικά πλαίσια ώστε να μπορούμε να το αναπαράγουμε.

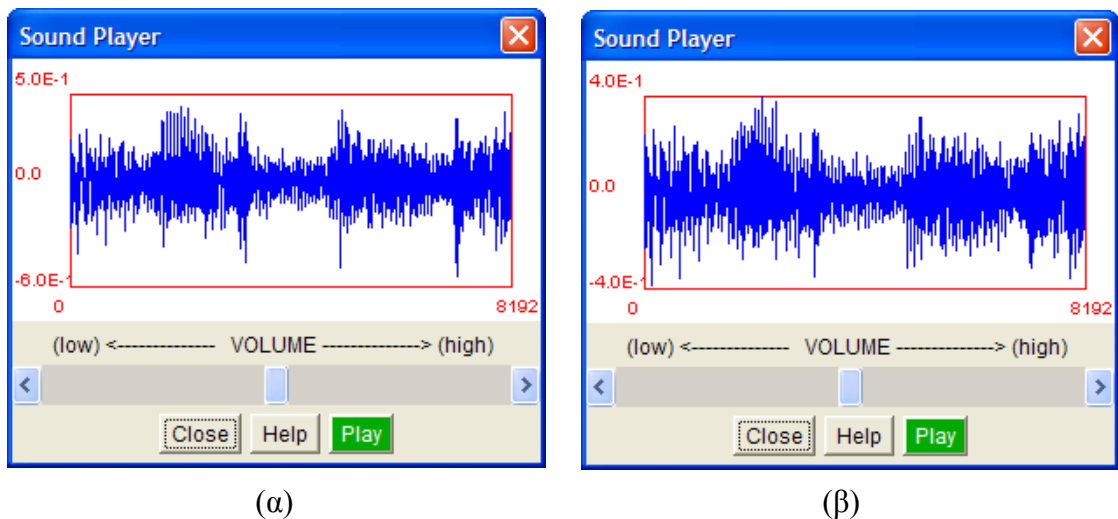


(α)

(β)

Σχήμα 6.13 – Επιλογή συχνοτήτων (α) βάσει του ψυχοακουστικού μοντέλου (β)

Για να αντιληφθούμε την διαφορά μεταξύ του γνήσιου σήματος και του συμπιεσμένου, εμφανίζουμε και ακούμε το ηχητικό σήμα με τα μπλοκ Soundplayers (Σχ. 6.14). Αντιλαμβανόμαστε ότι υπάρχει ελάχιστη διαφορά ποιότητας του συμπιεσμένου (β) από το αρχικό (α). Επίσης το συμπιεσμένο σήμα παρουσιάζει λιγότερη ένταση όταν το ακούμε, λόγω της μόνιμης διαγραφής πληροφορίας, αλλά αυτό αντιμετωπίζεται αυξάνοντας την ένταση στο Soundplayer. Εάν παρακολουθήσουμε τις τιμές του συμπιεσμένου σήματος (β), διαπιστώνουμε ότι το μέτρο του είναι μειωμένο σε σχέση με το γνήσιο και παράλληλα πιο αραιά δείγματα. Αυτό επαληθεύει την μόνιμη διαγραφή πληροφορίας βάσει της αποδοτικής ανάλυσης του ψυχοακουστικού μοντέλου.



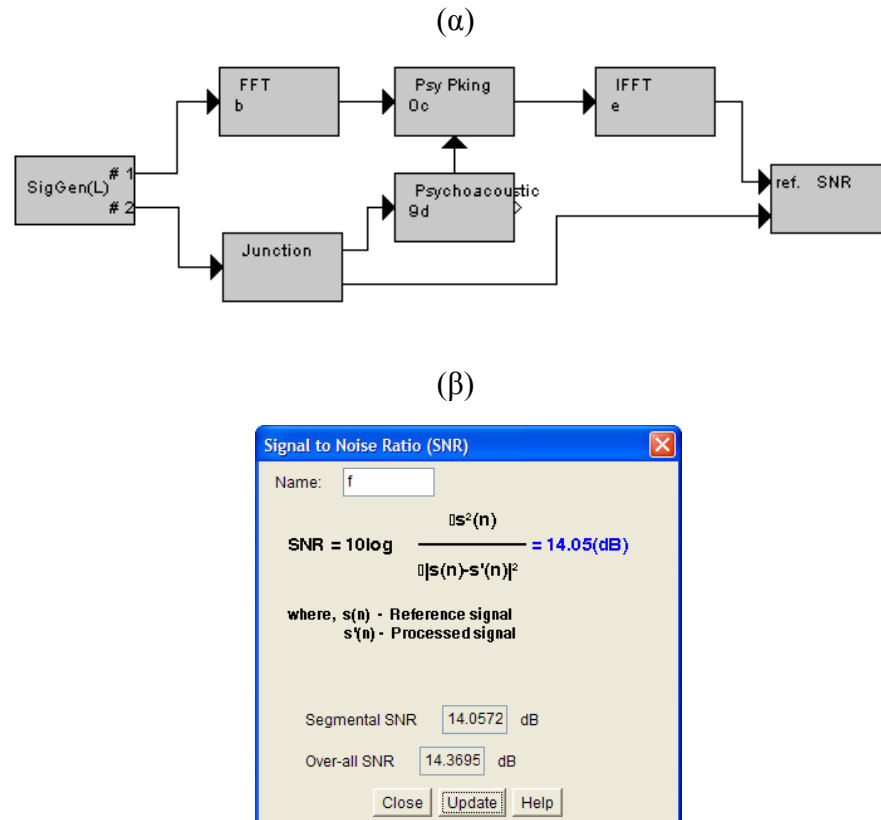
Σχήμα 6.14 – Γνήσιο (α) πριν και συμπιεσμένο (β) σήμα μετά την ψυχοακουστική ανάλυση

Η διαφορά ποιότητας μεταξύ των δύο σημάτων, μπορεί να μετρηθεί και μαθηματικά υπολογίζοντας το SignaltoNoiseRatio (SNR) σε μονάδες μέτρησης dB (εξ. 6.5). Αυτός ο παράγοντας μας υποδεικνύει τον λόγο μεταξύ γνήσιου σήματος $s(n)$ και του σφάλματος (error), δηλαδή την διαφορά μεταξύ γνήσιου $s(n)$ και συμπιεσμένου $s'(n)$ σήματος.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^L s^2(n)}{\sum_{n=1}^L |s(n) - s'(n)|^2}$$

(6.5)

Το SNR υπολογίζεται, συνδέοντας το μπλοκ του στα δύο σήματα, γνήσιο και συμπιεσμένο, όπως στο πιο κάτω σχήμα (Σχ. 6.15). Καταλαβαίνουμε ότι στόχος μας είναι να μειώσουμε όσο περισσότερο το σφάλμα. Για τον λόγο ότι το σφάλμα είναι αντιστρόφως ανάλογο του SNR, τότε προσπαθούμε να έχουμε μεγάλη τιμή Ratio (Σχ. 6.15β).

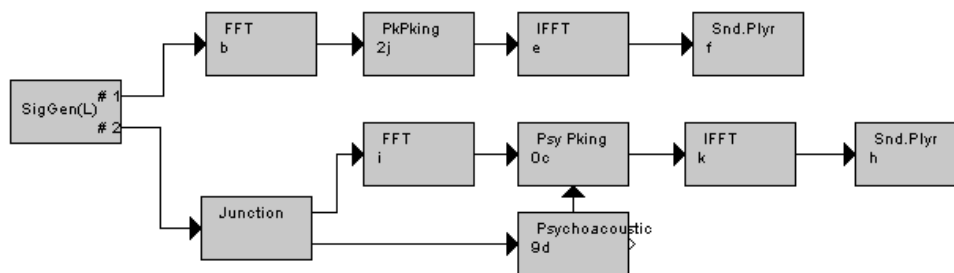


Σχήμα 6.15 – Προσομοίωση SNR(α) και υπολογισμός του (β)

Στο υποκεφάλαιο 5.5 χρησιμοποιήσαμε μια άλλη τεχνική συμπίεσης σήματος, επιλέγοντας και απορρίπτοντας συνιστώσες συχνότητας από το FFTφάσμα. Επιλέγαμε καθορίζοντας συγκεκριμένο αριθμό, είτε τις πρώτες (low) συχνότητες είτε τις ισχυρότερες (Σχ. 5.13) στο φάσμα FFT με το PeakPicking.

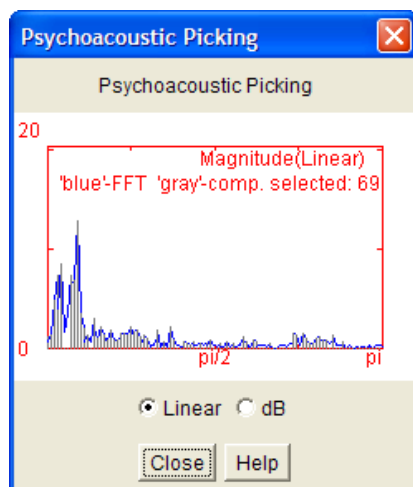
Έτσι είναι καλό να συγκρίνουμε την αποδοτικότητα μεταξύ της προηγούμενης εφαρμογής συμπίεσης με το PeakPicking και της ψυχοακουστικής ανάλυσης με το

PsychoacousticPicking. Για τον στόχο αυτό δημιουργήσαμε το πιο κάτω μπλοκ διάγραμμα (Σχ. 6.16).

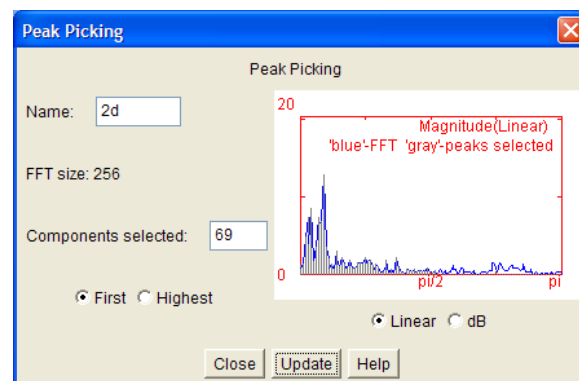


Σχήμα 6.16 – Προσομοίωση για σύγκριση Peak και Psychoacoustic picking

Χρησιμοποιούμε μουσικό σήμα εισόδου στα δύο pins και το κάθε ένα συμπιέζεται με διαφορετικό τρόπο, παράγοντας τα δύο αποτελέσματα στα Soundplayers για σκοπούς σύγκρισης. Βλέπουμε πιο κάτω τα δύο μπλοκ του Peak και Psychoacoustic picking. Παρατηρούμε ότι το ψυχοακουστικό μοντέλο σύμφωνα με το JNDthreshold, επιλέγει 69 κορυφές συχνοτήτων (Σχ. 6.17α). Έτσι ρυθμίζουμε και το Peak picking να επιλέγει τις πρώτες 69 συχνότητες για να συγκρίνουμε το αποτέλεσμα. (Σχ. 6.17β).



(α)



(β)

Σχήμα 6.17 – Psychoacoustic (α) και Peak (β) picking μπλοκ

Συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους συμπίεσης με τα Soundplayers, παρατηρούμε ότι η μέθοδος Peak picking διαγράφει βασική πληροφορία σήματος με την ποιότητα του να μειώνεται σημαντικά, διαστρεβλώνοντας το ηχητικό σήμα. Αντίθετα η μέθοδος βάσει του ψυχοακουστικού μοντέλου δεν διαστρεβλώνει την ποιότητα του ήχου. Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η ψυχοακουστική ανάλυση είναι πιο αποδοτική,

επιλέγοντας κατάλληλα και έξυπνα τις συχνότητες σήματος που θα παραμείνουν, ώστε να μην γίνεται αντιληπτή από το ανθρώπινο αυτί η απώλεια της πληροφορίας που αφαιρείται.

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα και Μελλοντική Εργασία

7.1 Συμπεράσματα	146
7.2 Μελλοντική Εργασία	147

7.1 Συμπεράσματα

Όπως έχουμε παρατηρήσει μέσα από τη μελέτη και εφαρμογή της ψηφιακής επεξεργασίας σήματος, διαπιστώνουμε ότι αποτελεί έναν από τα βασικά ή και το πιο βασικό στοιχείο στις τεχνολογικές εξελίξεις. Μέσα από τις προσομοιώσεις που έχουμε εφαρμόσει και παρατηρήσει μέσα από το λογισμικό J-DSPeditor, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι αυτές μπορούν να αποτελέσουν βασικά μέρη πιο προχωρημένων τεχνολογικών εφαρμογών. Όπως είδαμε έχουμε συνθέσει τις επιμέρους προσομοιώσεις του εργαλείου, ώστε να εκτελέσουμε το βασικό μέρος της κωδικοποίησης MP3, η οποία χρησιμοποιείται κατά κόρον στις τεχνολογικές εφαρμογές στη σύγχρονη εποχή. Έτσι καταλήγουμε σε ένα τελικό συμπέρασμα ότι κατανοώντας την εν λόγω επεξεργασία σε βάθος, από το θεωρητικό μέχρι το πρακτικό επίπεδο όπως έχουμε πράξει στην διατριβή αυτή, μπορούμε εύκολα με τα κατάλληλα μέσα να προβούμε σε σύγχρονες ηλεκτρονικές εφαρμογές.

7.2 Μελλοντική Εργασία

Όπως έχουμε αναφέρει και πριν, μπορούμε να βασιστούμε στις εφαρμογές και το θεωρητικό υπόβαθρο που έχουμε μελετήσει στην εν λόγω διπλωματική εργασία για να επεκταθούμε σε προχωρημένες τεχνολογικές εφαρμογές. Όπως έχουμε πράξει και με την κωδικοποίηση MP3, η οποία αποτελεί το επίκεντρο της ηλεκτρονικής μουσικής και γενικά στην αναπαραγωγή μουσικής, μπορούμε να επεκταθούμε σε άλλες εφαρμογές ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων. Μερικές από τις εφαρμογές αυτές αποτελούν η βιοϊατρική ανάλυση, οι ψηφιακές και αναλογικές τηλεπικοινωνίες, τα earth-systems, τα sensornetworks και άλλες κωδικοποιήσεις συμπίεσης ήχου και εικόνας όπως το MPEG-4, το οποίο έχει ήδη εφαρμοστεί στα ραδιοτηλεοπτικά κανάλια της Κύπρου. Έτσι οι εφαρμογές μαζί με το θεωρητικό και μαθηματικό υπόβαθρο που έχουμε αναλύσει, μπορούν κάλλιστα να αποτελέσουν πολλαπλά μέρη (components) προχωρημένων εφαρμογών που προαναφέραμε με τα κατάλληλα τεχνολογικά μέσα.

Βιβλιογραφία

- [1] A DSP based digital audio MP3 player, <http://dspdap.sourceforge.net>.
- [2] Andreas Spanias, ArgyrisConstantinou, Jeff Foutz and FikreBizuneh, An online signal processing laboratory.
- [3] AndreasSpanias,Digitalsignalprocessing,Aninteractiveapproach,Enhanced by J-DSP, Arizona USA 2007.
- [4] Cellular, <http://www.cellular.co.za/in-fone.htm#CO>.
- [5] J-DSP webpage, <http://jdsp.engineering.asu.edu/>.
- [6] MP3 tech, <http://www.mp3-tech.org>.
- [7] MPEG-1 audio layer 3,<http://el.wikipedia.org/wiki/MP3>.
- [8] Α. Σκόδρας&Β. Αναστασόπουλος, Εισαγωγή στηψηφιακή επεξεργασία σήματος και εικόνας, Πανεπιστήμιο Πατρών 2000.
- [9] Εισαγωγή στην ψηφιακή επεξεργασία σημάτων, Σημειώσεις Φεβρουάριος 2006
<http://ipml.ee.duth.gr/~chamzas/courses/dsp/>.
- [10] Κατερίνα Καραγιάννη, MP3, Εργασία στο μάθημα ψηφιακές βιβλιοθήκες, Ιόνιο Πανεπιστήμιο, Κέρκυρα 2006.
- [11] Χατζηχρήστου Χρήστος, Ανάπτυξη αλγορίθμων ψηφιακής επεξεργασίας σήματος στο Matlab για τη συμπίεση ήχου, πτυχιακή εργασία, Αλεξάνδρειο τεχνολογικό εκπαιδευτήριο ίδρυμα Θεσσαλονίκης.