

Ατομική Διπλωματική Εργασία

**ΜΕΛΕΤΗ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΓΙΑ ΑΞΙΟΠΙΣΤΟ ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΟ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΑΦΕΝΤΗ - ΕΡΓΑΤΗ**

Ευγενία Χριστοφόρου

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάρτιος 2009

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μελέτη Μηχανισμών για Αξιόπιστο Διαδικτυακό Υπολογισμό Αφέντη - Εργάτη

Ευγενία Χριστοφόρου

Επιβλέπων Καθηγητής

Χρύσης Γεωργίου

Η Ατομική Διπλωματική Εργασία υποβλήθηκε προς μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων απόκτησης του πτυχίου Πληροφορικής του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Κύπρου

Μάρτιος 2009

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ πάρα πολύ τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Επίκουρο Καθηγητή **Χρύση Γεωργίου**, για την πολύτιμη βοήθεια του και την άριστη συνεργασία που είχαμε κατά την εκπόνηση της εργασίας αυτής.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την στήριξη που μου έχει δώσει όλα αυτά τα χρόνια.

Περίληψη

Στην εργασία αυτή προσεγγίσαμε το θέμα της αξιοπιστίας του διαδικτυακού υπολογισμού από την σκοπιά της θεωρίας παιγνίων χρησιμοποιώντας κάποιους κόστους – ευαίσθητους μηχανισμούς. Συγκεκριμένα το μοντέλο γύρω από το οποίο εργαστήκαμε ήταν ενός αφέντη –εργάτη, όπου ο αφέντης επεξεργαστής αναθέτει μια εργασία σε μη αξιόπιστους εργάτες στο διαδίκτυο και συλλέγει τις απαντήσεις τους.

Έτσι με βάση το μοντέλο του αφέντη – εργάτη αναλογιζόμαστε ένα σύνολο από παιχνίδια τα οποία αναλύονται και ένα σύνολο από μηχανισμούς οι οποίοι με βάση τις κατάλληλες παραμέτρους επιτυγχάνουν την αξιοπιστία του υπολογισμού μας. Ακόμη δύο ρεαλιστικά σενάρια διαδικτυακού υπολογισμού παρουσιάζονται.

Στην μελέτη αυτή παρουσιάζονται επίσης τα αποτελέσματα της ανάλυσης για την περίπτωση κατά την οποία ο αφέντης επεξεργαστής κάνει έλεγχο στους εργάτες με επαλήθευση για να διαπιστώσει αν του έχουν δώσει σωστή απάντηση. Ακόμη παρουσιάζεται η ανάλυση της σύγκρισης που γίνεται ανάμεσα στις δύο μεθόδους ελέγχου οι οποίες είναι διαθέσιμες στον αφέντη, της επικύρωσης και της επαλήθευσης.

Από την σύγκριση των μεθόδων αυτών καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως σε όλα τα παιχνίδια εκτός από ένα, ανεξαρτήτως του κόστους της επαλήθευση η μέθοδος αυτή μας δίνει το ίδιο ή μεγαλύτερο όφελος από την επικύρωση, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις.

Για τα δύο ρεαλιστικά σενάρια οποία μέθοδο ελέγχου και να εφαρμοστεί, κάτω από ορισμένες συνθήκες, ο αφέντης είναι πιο συμφέρον να αναθέσει την εργασία σ' ένα εργάτη και η πιθανότητα να κάνει έλεγχο να είναι μικρή.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1	Εισαγωγή.....	1
	1.1 Κίνητρο	1
	1.2 Στόχος της εργασίας και Συνεισφορά	3
	1.3 Οργάνωση	5
Κεφάλαιο 2	Γνωστικό Υπόβαθρο.....	6
	2.1 Γενικά	6
	2.2 Παιχνίδια Στρατηγικών – Στρατηγικές	7
	2.3 Ισορροπίες Nash	8
	2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών	9
Κεφάλαιο 3	Προηγούμενες Εργασίες.....	12
	3.1 Ανασκόπηση προηγούμενων εργασιών	12
	3.2 Ανασκόπηση κυρίως άρθρου	16
	3.2.1 Το πλαίσιο εργασίας	17
	3.2.2 Ορισμοί και Ορολογία	19
	3.2.3 Παρουσίαση των παιχνιδιών	21
	3.2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών	30
Κεφάλαιο 4	Μελέτη του ανοικτού προβλήματος	34
	4.1 Παρουσίαση του ανοικτού προβλήματος	34
	4.2 Ανάλυση των παιχνιδιών όταν κάνουμε επαλήθευση	36
	4.3 Ανάλυση των δύο ρεαλιστικών σεναρίων όταν κάνουμε επαλήθευση	52
	4.4 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα παιχνίδια	54
	4.4.1 Παιχνίδι 1:1 και 1:1 ⁿ	55
	4.4.2 Παιχνίδι Π0:n	67

4.4.3 Παιχνίδι Π1: n	68
4.4.4 Σύνοψη	68
4.5 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα δύο ρεαλιστικά σενάρια	70
4.5.1 Σενάριο 1	70
4.5.2 Σενάριο 2	75
4.5.3 Σύνοψη	81
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Συμπεράσματα	84
5.1 Γενικά Συμπεράσματα	84
5.2 Μελλοντικές Εργασίες	85
5.3 Εμπειρίες που αποκόμισα	86
Βιβλιογραφία	87

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνητρο	1
1.2 Στόχος της εργασίας και Συνεισφορά	3
1.3 Οργάνωση	5

1.1 Κίνητρο

Στην εργασία αυτή μελετούνται δύο φαινομενικά διαφορετικοί επιστημονικοί τομείς. Ο τομέας της θεωρίας παιγνίων (*game theory*) και ο τομέας της πληροφορικής, πιο συγκεκριμένα ο τομέας του αξιόπιστου διαδικτυακού υπολογισμού.

Ο τομέας της θεωρίας παιγνίων αναπτύχθηκε αρχικά χάρη στην επιστήμη των οικονομικών και βρήκε πολλές εφαρμογές στις πολιτικές επιστήμες και στην επιστήμη της βιολογίας. Αν θέλαμε να καθορίσουμε με απλά λόγια χωρίς να εμπλακούμε σε τεχνικούς όρους την έννοια της θεωρίας παιγνίων θα ήταν καλύτερα να ξεκινήσουμε δίνοντας τον γενικό ορισμό του τι σημαίνει παιχνίδι.

Παιχνίδι – όπως αναφέρεται στα λεξικά [23] – είναι μια ανταγωνιστική δραστηριότητα η οποία παίζεται από τους παίκτες ακολουθώντας κάποιους κανόνες. Σκοπός λοιπόν της θεωρίας παιγνίων είναι να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο οι παίκτες αλληλεπιδρούν στις διάφορες καταστάσεις. Κάτι στο οποίο θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση είναι πως η ενέργεια ενός παίκτη επηρεάζεται άμεσα από τις

ενέργειες των υπολοίπων παικτών. Ο κάθε παίκτης στοχεύει στο να μεγιστοποιήσει το όφελός του.

Ένα δημοφιλές παιχνίδι της θεωρίας παιγνίων στο οποίο εφαρμόζονται όλα όσα αναφέραμε είναι το Δίλημμα των Κρατουμένων [27]. Στο παιχνίδι αυτό οι παίκτες μας είναι δύο ύποπτοι σ' ένα έγκλημα και κρατούνται σε ξεχωριστά κελιά. Τα στοιχεία που υπάρχουν είναι αρκετά για να καταδικαστούν μόνο για πλημμελήματα εκτός και αν ο ένας ενεργήσει σαν πληροφοριοδότης και καταδώσει τον άλλο. Αν δεν μιλήσει κανείς τότε θα καταδικαστούν σε ένα χρόνο φυλάκισης για πλημμελήματα. Αν μιλήσει μόνο ο ένας τότε αυτός θα αφεθεί ελεύθερος και ο άλλος θα καταδικαστεί σε τέσσερα χρόνια φυλάκισης. Τέλος αν και οι δύο μιλήσουν τότε θα καταδικαστούν σε τρία χρόνια φυλάκισης.

Για κάθε ύποπτο η καλύτερη συνθήκη θα ήταν να μιλήσει αυτός και ο άλλος ύποπτος να μην μιλήσει ενώ η χειρότερη συνθήκη θα ήταν να μην μιλήσει αυτός ενώ ο άλλος ύποπτος να μιλήσει. Συνεπώς κάτω από αυτές τις συνθήκες και μην γνωρίζοντας το πώς θα ενεργήσει ο άλλος ύποπτος θα αποφασίσουν να μιλήσουν και να εκτίσουν ποινή τριών χρόνων ενώ η λύση που θα έβγαζε και τους δύο κερδισμένους θα ήταν να μην είχε μιλήσει κανένας. Η συνθήκη στην οποία κατέληξαν οι παίκτες δηλαδή η τρίχρονη φυλάκιση είναι μια ισορροπία Nash [24] και ορίζεται στο επόμενο κεφάλαιο.

Αφήνοντας για λίγο στην άκρη την θεωρία παιγνίων θα εξηγήσουμε τι εννοούμε με τον όρο αξιόπιστος διαδικτυακός υπολογισμός. Για να δοθεί μια λύση στην έλλειψη υπολογιστικών πόρων και στο υψηλό κόστος απόκτησης και συντήρησης παράλληλων υπολογιστικών μηχανών έχει αναπτυχθεί το διαδίκτυο ως η υπολογιστική πλατφόρμα στην οποία θα επεξεργαζόμαστε πολύπλοκες υπολογιστικές εργασίες. Έτσι έχουν δημιουργηθεί πολλά συστήματα που εξυπηρετούν τον σκοπό αυτό όπως τα Υπολογιστικά πλέγματα (*Computational Grid*) [9] και τα @home συστήματα [3,17]. Οι υπολογιστικές δυνατότητες όμως των συστημάτων αυτών περιορίζονται από την έλλειψη αξιοπιστίας των συμμετεχόντων στα συστήματα αυτά.

Ο διαδικτυακός υπολογισμός κινείται γύρω από την ιδέα της ύπαρξης ενός υπολογιστή αφέντη, ο οποίος αναθέτει εργασίες στους άλλους υπολογιστές στο διαδίκτυο οι οποίοι

λαμβάνουν μέρος στον υπολογισμό, οι εργάτες. Οι εργάτες αυτοί εκτελούν τις υπολογιστικές αυτές εργασίες και στέλνουν πίσω το αποτέλεσμα του υπολογισμού τους. Οι εργάτες όμως αυτοί δεν είναι αξιόπιστοι και κατά συνέπεια μπορεί να αποστείλουν πίσω κάποιο λάθος αποτέλεσμα. Μια συνηθισμένη τακτική στην οποία καταφεύγει ο αφέντης για να μειώσει το αντίκτυπο που του επιφέρουν αυτά τα λανθασμένα αποτελέσματα είναι η ανάθεση της ίδια υπολογιστικής εργασίας σε πολλούς εργάτες και η σύγκριση των αποτελεσμάτων που θα λάβει.

Στο σημείο αυτό λοιπόν είναι που συναντά η θεωρία παιγνίων την πληροφορική, τουλάχιστον στην δική μας μελέτη. Αντί να γίνεται μια μελέτη του πώς θα αλληλεπιδράσουν οι παίκτες σε κάποιο παιχνίδι θα σχεδιάσουμε εμείς το παιχνίδι στο οποίο θα παίξουν οι παίκτες μας, που στην περίπτωση μας είναι ο αφέντης και οι εργάτες υπολογιστές. Συγκεκριμένα μοντελοποιούμε αυτούς τους υπολογισμούς που γίνονται ανάμεσα στον αφέντη και τον εργάτη σαν παιχνίδια στα οποία ο εργάτης επιλέγει αν θα είναι ειλικρινής (θα υπολογίσει και θα δώσει το ορθό αποτέλεσμα) ή αν θα κλέψει/ ξεγελάσει (θα δώσει ένα κατασκευασμένο αποτέλεσμα το οποίο δεν έχει υπολογίσει). Η ουσία της μελέτης μας έγκειται στο πώς θα σχεδιάσουμε αυτό το παιχνίδι (αργότερα στην μελέτη μας η διαδικασία αυτή θα αναφερθεί ως σχεδιασμός κόστους - ευαίσθητων μηχανισμών) ώστε ο αφέντης να αποκομίσει ένα μέγιστο όφελος και οι εργάτες να μην έχουν λόγο να μην συμμετάσχουν στο παιχνίδι.

1.2 Στόχος της εργασίας και Συνεισφορά

Η εργασία αυτή στοχεύει τόσο στην κατανόηση της θεωρίας παιγνίων όσο και στην κατανόηση του σχεδιασμού μηχανισμών. Επίσης μέσα από την μελέτη αυτή γίνεται και μια σύντομη αναφορά σε προηγούμενες εργασίες που έχουν ασχοληθεί με παρόμοια θέματα. Όμως κύριος στόχος της εργασίας αυτής ήταν ο εντοπισμός κάποιου ανοικτού προβλήματος που αφορά την αξιοπιστία του διαδικτυακού υπολογισμού και η προσπάθεια επίλυσης του στο πλαίσιο της θεωρίας παιγνίων.

Έτσι μέσα από μια μελέτη που έγινε στις σχετικές με το θέμα μας εργασίες εντοπίστηκε ένα ανοικτό πρόβλημα στην εργασία FGM [8]. Το πρόβλημα αυτό έχει να κάνει με την μέθοδο ελέγχου την οποία θα ακολουθήσει ο αφέντης για να ελέγξει κατά

πόσο οι εργάτες του είπαν την αλήθεια. Στην εργασία FGM η μέθοδος ελέγχου που ακολουθείται είναι η επικύρωση, ενώ στην δική μας μελέτη η μέθοδος που θα ακολουθηθεί θα είναι η επαλήθευση.

Η μελέτη αυτή συνεισφέρει στον εμπλουτισμό των ήδη υπαρχόντων παιχνιδιών τα οποία μπορεί να παίζει ο αφέντης, μιας και τώρα θα μπορεί να ακολουθήσει διαφορετική μέθοδο ελέγχου. Τα παιχνίδια τα οποία έχει στην διάθεση του ο αφέντης είναι συνολικά δώδεκα. Έχουμε τέσσερα παιχνίδια όπου στο καθένα μπορεί να ακολουθήσει ένα από τα τρία διαφορετικά μοντέλα επιβράβευσης (εξηγείται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3). Το πρώτο παιχνίδι είναι ένα παιχνίδι ανάμεσα στον αφέντη και ένα εργάτη. Το δεύτερο παιχνίδι είναι ανάμεσα στον αφέντη και στον εργάτη, το οποίο όμως εκτελείται n φορές. Το τρίτο είναι ένα παιχνίδι n εργατών στο οποίο ο αφέντης συμμετέχει έμμεσα και το τέταρτο είναι ένα παιχνίδι ανάμεσα στον αφέντη και n εργάτες.

Η μελέτη αυτή δίνει μια ανάλυση όλων των παιχνιδιών μέσα στο πλαίσιο ενός γενικού μοντέλου ανταμοιβής όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση καθώς και τις συνθήκες κάτω από τις οποίες έχουμε για κάθε παιχνίδι μια μοναδική ισορροπία Nash. Έτσι έχουμε τους μηχανισμούς τους οποίους μπορεί να χρησιμοποιήσει ο αφέντης ώστε να αυξήσει το όφελος του.

Επίσης όμως γίνεται και μια σύγκριση ανάμεσα στα παιχνίδια, συγκρίνοντας το όφελος του αφέντη στην περίπτωση που κάνει επικύρωση και στην περίπτωση που κάνει επαλήθευση. Έτσι δίνονται οι συνθήκες κάτω από τις οποίες ο αφέντης θα έχει όφελος να ακολουθήσει την κάθε μέθοδο ελέγχου αναλόγως με το παιχνίδι το οποίο θα παίζει.

Στην μελέτη αυτή παρουσιάζονται επίσης δύο ρεαλιστικά σενάρια τα οποία κάνουν χρήση των μηχανισμών αυτών. Από τα δύο αυτά σενάρια βγάζουμε το συμπέρασμα πως οποία μέθοδο ελέγχου και να εφαρμόσει κάτω από ορισμένες συνθήκες, ο αφέντης είναι πιο συμφέρον να αναθέσει την εργασία σ' ένα εργάτη και η πιθανότητα να κάνει έλεγχο να είναι μικρή.

Ακόμη η μελέτη αυτή καταλήγει πως για όλα τα παιχνίδια που αναφέρονται εκτός από ένα, κάτω από ορισμένες συνθήκες θα ήταν καλύτερο ο αφέντης να ακολουθήσει τη μέθοδο της επαλήθευσης η οποία θα του έδινε μεγαλύτερο ή σε κάποιες περιπτώσεις και το ίδιο όφελος με τη μέθοδο της επικύρωσης, ανεξαρτήτως του κόστους της επαλήθευσης.

1.3 Οργάνωση

Στο Κεφάλαιο 2 παρέχεται ένα γνωστικό υπόβαθρο το οποίο βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση της θεωρίας παιγνίων, των στρατηγικών, της ισορροπίας Nash και του σχεδιασμού μηχανισμών. Στο Κεφάλαιο 3 γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση στα βιβλία και τις εργασίες οι οποίες είναι σχετικές με το θέμα που μας απασχολεί. Επίσης γίνεται μια εκτενής αναφορά στο κυρίως άρθρο μας το οποίο αποτελεί την βάση αυτής της εργασίας και στο οποίο εντοπίστηκε το ανοικτό πρόβλημα το οποίο προσπαθούμε να λύσουμε.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται αναλυτικά η εργασία που έχει γίνει στο ανοικτό πρόβλημα το οποίο εντοπίσαμε και γίνεται μια σύγκριση ανάμεσα στις δύο διαφορετικές μεθόδους ελέγχου και ποιά μέθοδο θα ήταν καλύτερο να ακολουθήσει στην κάθε περίπτωση. Τέλος στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε μέσα από την μελέτη του ανοικτού αυτού προβλήματος και οι μελλοντικές εργασίες που μπορούν να γίνουν ως προέκταση του θέματος αυτού.

Κεφάλαιο 2

Γνωστικό Υπόβαθρο

2.1 Γενικά	6
2.2 Παιχνίδια Στρατηγικών – Στρατηγικές	7
2.3 Ισορροπίες Nash	8
2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών	9

2.1 Γενικά

Η θεωρία παιγνίων (*game theory*) [27] διαδραματίζει ένα πρωταρχικό ρόλο στην μελέτη αυτή. Συνεπώς η γνώση των βασικών εννοιών της θα βοηθήσει στο να γίνει πιο ομαλή η ένταξη του αναγνώστη στο θέμα της μελέτης αυτής.

Ο κύριος στόχος της θεωρίας παιγνίων είναι να μοντελοποιήσει καταστάσεις στις οποίες πολλοί συμμετέχοντες αλληλεπιδρούν ή επηρεάζουν τα μεταξύ τους αποτελέσματα.

Ένα βασικό συστατικό της θεωρίας παιγνίων είναι η θεωρία της λογικής επιλογής (*theory of rational choice*) όπου η ενέργεια (*action*) την οποία επιλέγει ο παίκτης (*decision-maker* ή *player*) είναι τουλάχιστον τόσο καλή σύμφωνα με τις προτιμήσεις του όσο και οποιαδήποτε άλλη ελεύθερη ενέργεια. Ο παίκτης έχει στην διάθεσή του ένα υποσύνολο του συνόλου των ενεργειών A και υπάρχει επίσης μια συνάρτηση ανταμοιβής (*payoff function*) η οποία υποδεικνύει την προτίμηση του παίκτη για την ανάλογη ενέργεια σε σχέση με τις υπόλοιπες διαθέσιμες ενέργειες.

2.2 Παιχνίδια Στρατηγικών – Στρατηγικές

Ένα στρατηγικό παιχνίδι (*strategic game*) είναι το μοντέλο το οποίο αναπαριστά το σύνολο των παικτών που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Το μοντέλο αυτό αναπαριστά το πώς αλληλεπιδρούν μεταξύ τους οι παίκτες με το να επιτρέπει σε κάθε παίκτη να επηρεάζεται από τις ενέργειες όλων των άλλων παικτών και όχι μόνο από την δική του ενέργεια. Υπάρχουν δύο κατηγορίες στρατηγικών παιχνιδιών.

Στην πρώτη κατηγορία, στο στρατηγικό παιχνίδι ο παίκτης επιλέγει απλά την προτίμηση του στο συγκεκριμένο παιχνίδι (*strategic game with ordinal preferences*). Το στρατηγικό αυτό παιχνίδι αποτελείται από ένα σύνολο παικτών, ένα σύνολο ενεργειών για κάθε παίκτη και τις προτιμήσεις (στρατηγική) του κάθε παίκτη ανάλογα με το σύνολο των προφίλ ενεργειών που θα ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες.

Στην δεύτερη κατηγορία, στο στρατηγικό παιχνίδι ο παίκτης κάνει μια κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις προτιμήσεις του (*strategic game with von Neumann and Morgenstern preferences*). Το στρατηγικό αυτό παιχνίδι αποτελείται και πάλι από ένα σύνολο παικτών, ένα σύνολο ενεργειών για κάθε παίκτη και την κατανομή των πιθανοτήτων του πάνω στις προτιμήσεις (στρατηγικές) του ανάλογα με το σύνολο των προφίλ ενεργειών που θα ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες.

Συνεπώς οι παίκτες αναλόγως με το ποιο παιχνίδι στρατηγικής αποφασίζουν να παίξουν επιλέγουν και την ανάλογη στρατηγική (*strategy*). Έχουμε την γνήσια στρατηγική (*pure strategy*) στην οποία ο παίκτης επιλέγει απλά μια ενέργεια και την μικτή στρατηγική (*mixed strategy*) στην οποία ο παίκτης κάνει μια κατανομή πιθανοτήτων στο σύνολο των ενεργειών του. Θέλοντας να δώσουμε ένα πιο αυστηρό ορισμό στον όρο παιχνίδι παραθέτουμε τον ορισμό που ακολουθεί.

Ορισμός 2.1 (Παιχνίδι): Ένα παιχνίδι αποτελείται από ένα σύνολο n παικτών, $\{1, 2, \dots, n\}$. Κάθε παίκτης i έχει το δικό του σύνολο από δυνατές στρατηγικές, S_i . Για να παίξει το παιχνίδι κάθε παίκτης i επιλέγει μια στρατηγική $s_i \in S_i$. Με $s = (s_1, \dots, s_n)$ αναφερόμαστε στο διάνυσμα των στρατηγικών (*vector of strategies*) που επιλέγονται από τους παίκτες.

Τα διανύσματα των στρατηγικών $s \in S$ που επιλέγονται από τους παίκτες καθορίζουν το αποτέλεσμα για κάθε παίκτη, γενικά το αποτέλεσμα αυτό θα είναι διαφορετικό για κάθε παίκτη.

2.3 Ισορροπίες Nash

Θεωρείται πως οι παίκτες σ' ένα παιχνίδι στρατηγικής θα επιλέξουν τις ενέργειες τους με βάση το μοντέλο της λογικής επιλογής, στηριζόμενοι στις πεποιθήσεις τους για τις ενέργειες των αντιπάλων τους. Σαν προϋπόθεση λαμβάνεται πως οι πεποιθήσεις του κάθε παίκτη για τις ενέργειες των άλλων παικτών είναι ορθές. Έτσι καταλήγουμε στα θεωρήματα του Nash [27], το θεώρημα της γνήσιας στρατηγικής ισορροπίας του Nash (*pure strategy Nash equilibrium*, ΓΣΙΝ) και της μικτής στρατηγικής ισορροπίας του Nash (*mixed strategy Nash equilibrium*, ΜΣΙΝ).

Θεώρημα 2.1 (Γνήσια IN) [27]: Το θεώρημα της γνήσιας στρατηγικής ισορροπίας του Nash (*Nash equilibrium of strategic game with ordinal preferences*) έχει ως εξής:

Το προφίλ της ενέργειας a^* σ' ένα παιχνίδι στρατηγικής με απλές προτιμήσεις είναι μια ισορροπία Nash (IN) αν, για κάθε παίκτη i και κάθε ενέργεια a_i του παίκτη i , a^* είναι τουλάχιστον τόσο καλή σύμφωνα με τις προτιμήσεις του παίκτη i όσο και το προφίλ της ενέργειας (a_i, a_{-i}^*) στην οποία ο παίκτης i επιλέγει το a_i ενώ κάθε άλλος παίκτης j επιλέγει a_j^* .

Ισοδύναμα για κάθε παίκτη i ,

$$U_i(a^*) \geq U_i(a_i, a_{-i}^*) \text{ για κάθε ενέργεια } a_i \text{ του παίκτη } i,$$

όπου U_i είναι η συνάρτηση ανταμοιβής (*payoff function*) που αποτυπώνει τις προτιμήσεις του παίκτη i .

Ο ορισμός αυτός δεν υπαινίσσεται πως ένα παιχνίδι στρατηγικής έχει απαραίτητα μια IN ή ότι έχει το πολύ μια.

Θεώρημα 2.2 (Μικτής IN) [27]: Το θεώρημα της μικτής στρατηγικής ισορροπίας του Nash (*Mixed Strategy Nash equilibrium with vNM preferences*) έχει ως εξής:

Το μικτό στρατηγικό προφίλ a^* σ' ένα παιχνίδι στρατηγικής με vNM προτιμήσεις (δηλαδή ο παίκτης κάνει μια κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις ενέργειες του) είναι μια μικτή στρατηγική ισορροπία Nash αν, για κάθε παίκτη i και κάθε μικτή στρατηγική a_i του παίκτη i , η αναμενόμενη ανταμοιβή του παίκτη i για το a_i είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η αναμενόμενη ανταμοιβή του παίκτη i για το (a_i, a_{-i}^*) σύμφωνα με την συνάρτηση ανταμοιβής της οποίας η αναμενόμενη τιμή αναπαριστά τις προτιμήσεις του παίκτη i πάνω σε μια κατανομή πιθανοτήτων.

Ισοδύναμα για κάθε παίκτη i ,

$$U_i(a^*) \geq U_i(a_i, a_{-i}^*) \text{ για κάθε μικτή στρατηγική } a_i \text{ του παίκτη } i,$$

όπου $U_i(a)$ είναι η αναμενόμενη ανταμοιβή του παίκτη i στο μικτό στρατηγικό προφίλ a .

2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών

Ο Σχεδιασμός Μηχανισμών (*Mechanism Design*) [26] μπορεί να θεωρηθεί ως το αντίστροφο της θεωρίας παιγνίων. Ενώ στην θεωρία παιγνίων έχουμε ένα προκαθορισμένο παιχνίδι και μελετούμε τον τρόπο με τον οποίο οι παίκτες θα ενεργήσουν, στον σχεδιασμό μηχανισμών προσπαθούμε να σχεδιάσουμε παιχνίδια τα οποία θα μας οδηγήσουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Ο σχεδιασμός μηχανισμών επιχειρεί να υλοποιήσει μια κοινωνική επιλογή (*social choice*) σ' ένα στρατηγικό πλέγμα κάτω από την προϋπόθεση πως οι εμπλεκόμενοι ενεργούν λογικά στηριζόμενοι στην λογική επιλογή. Η κοινωνική αυτή επιλογή δεν μπορεί να παρθεί απλά με την πλειοψηφία των ψήφων. Στόχος μας είναι η κοινωνική επιλογή να μην είναι στρατηγικά χειραγωγημένη (*strategically manipulated*). Για τον σκοπό αυτό στον σχεδιασμό μηχανισμών προσπαθούμε να σχεδιάσουμε μια συνάρτηση που να παρέχει κίνητρα (*incentive compatible*), μια συνάρτηση δηλαδή που να μην μπορεί να χειραγωγηθεί το αποτέλεσμα της. Ο σχεδιασμός μηχανισμών προσπαθεί να σχεδιάσει μια κινητροστρεφής (*incentive compatible*) συνάρτηση με την πρόσθεση κάποιων κινήτρων όπως χρήματα ή άλλα ωφέληματα.

Όσον αφορά τον τομέα που μας απασχολεί δηλαδή την πληροφορική, έχουμε τους τομείς του Αλγοριθμικού Σχεδιασμού Μηχανισμών (*Algorithmic Mechanism Design*,

ΑΣΜ) [26] και Κατανεμημένου Αλγοριθμικού Σχεδιασμού Μηχανισμών (*Distributed Algorithmic Mechanism Design*, ΚΑΣΜ) [26]. Οι δύο αυτοί τομείς εισαγάγουν ιδέες της θεωρίας παιγνίων σε υπολογιστικά συστήματα. Έτσι ο σχεδιαστής θα πρέπει να δημιουργήσει συστήματα τα οποία επιτρέπουν στους κόμβους να συμπεριφερθούν λογικά ενώ ταυτόχρονα να επιτυγχάνεται ο στόχος του συστήματος λαμβάνοντας τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Στην εργασία μας θα χρησιμοποιήσουμε τον Αλγοριθμικό Σχεδιασμό Μηχανισμών [25]. Έτσι θέλοντας να τοποθετήσουμε τον σχεδιασμό μηχανισμών κάτω από ένα πιο αυστηρό πλέγμα δίνουμε τους ακόλουθους ορισμούς.

Ορισμός 2.2 (Το Πρόβλημα του Σχεδιασμού Μηχανισμών): Ένα πρόβλημα σχεδιασμού μηχανισμού δίνεται από μια προδιαγραφή του αποτελέσματος και από ένα σύνολο των οφελών των παικτών (*agents*).

Συγκεκριμένα:

1. Υπάρχουν n παίκτες, κάθε παίκτης i διαθέτει κάποια ιδιωτική είσοδο $t^i \in T^i$. Τα υπόλοιπα στο σενάριο είναι κοινή γνώση (παράμετρος z).
2. Η προδιαγραφή του αποτελέσματος αντιστοιχεί σε κάθε τύπο διανύσματος $t = t^1 \dots t^n$ ένα σύνολο από επιτρεπτά αποτελέσματα $o \in O$.
3. Η προτίμηση κάθε παίκτης i δίνεται από μια πραγματικής αξίας συνάρτηση: $v^i(t^i, o)$, που καλείται αξιολόγηση (*valuation*). Αυτό είναι ένας προσδιορισμός της ποσότητας της αξίας του σε σχέση με το αποτέλεσμα o , όταν ο τύπος του είναι t^i , κάτω από την ύπαρξη μιας κοινής νομισματικής αξίας (*currency*). Δηλαδή αν το αποτέλεσμα του μηχανισμού είναι o και επιπρόσθετα ο μηχανισμός δίνει στον παίκτη p^i νομισματικές μονάδες, τότε το όφελος του θα είναι $u^i = p^i + v^i(o, t^i)$. Αυτό είναι το όφελος το οποίο ο παίκτης προσπαθεί να βελτιστοποιήσει.

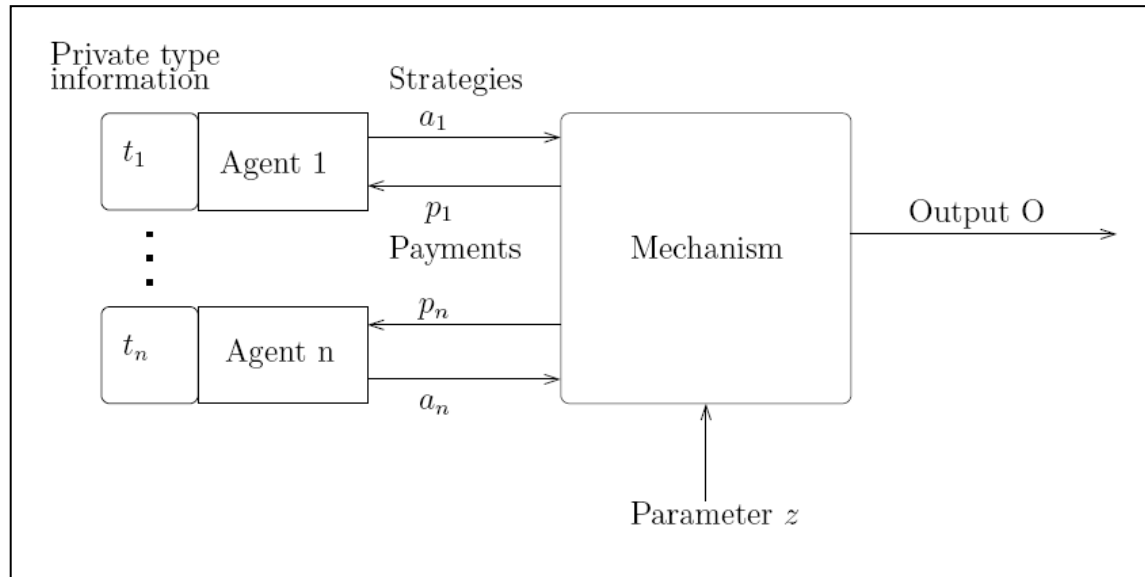
Διαισθητικά, ένας μηχανισμός λύνει ένα πρόβλημα με το να βεβαιώνει πως θα συμβούν τα επιθυμητά αποτελέσματα, όταν οι παίκτες επιλέξουν τις στρατηγικές τους με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιούν το όφελος τους. Συνεπώς ένας μηχανισμός χρειάζεται να

εξασφαλίσει πως τα οφέλη των παικτών (τα οποία μπορεί να επηρεαστούν από κάποιες ανταμοιβές) είναι συμβατά με τον αλγόριθμο.

Ορισμός 2.3 (Μηχανισμός): Ένας μηχανισμός $m = (o, p)$ αποτελείται από δύο στοιχεία: Μια συνάρτηση αποτελέσματος $o()$ και μια πλειάδα από ανταμοιβές $p^1()...p^n()$. Συγκεκριμένα:

1. Ο μηχανισμός καθορίζει για κάθε παίκτη i μια οικογένεια στρατηγικών A^i . Ο παίκτης μπορεί να επιλέξει να ακολουθήσει οποιαδήποτε $a^i \in A^i$.
2. Το πρώτο πράγμα που θα πρέπει να παρέχει ένας μηχανισμός είναι μια συνάρτηση αποτελέσματος $o = o(a^1...a^n)$.
3. Το δεύτερο πράγμα που θα πρέπει να παρέχει ο μηχανισμός είναι μια ανταμοιβή $p^i = p^i(a^1...a^n)$ σε κάθε παίκτη.

Θέλοντας να συνοψίσουμε τα όσα έχουμε αναφέρει πιο πάνω για τον σχεδιασμό μηχανισμών παραθέτουμε το ακόλουθο σχήμα που βοηθά στο να αντιληφθούμε την γενικότερη εικόνα.



Εικόνα 2.1

Κεφάλαιο 3

Προηγούμενες Εργασίες

3.1 Ανασκόπηση προηγούμενων εργασιών	12
3.2 Ανασκόπηση κυρίως άρθρου	16
3.2.1 Το πλαίσιο εργασίας	17
3.2.2 Ορισμοί και Ορολογία	19
3.2.3 Παρουσίαση των παιχνιδιών	21
3.2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών	30

3.1 Ανασκόπηση προηγούμενων εργασιών

Για να προσεγγίσουμε το θέμα αυτής της διπλωματικής θα έπρεπε σε πρώτο στάδιο να εμβαθύνουμε στο θέμα μας. Για τον σκοπό αυτό θα έπρεπε να γίνει μια μελέτη για το τι έχει ήδη επιτευχθεί στο θέμα της ασφάλειας στους δυαδικτυακούς υπολογισμούς. Ακόμη θα έπρεπε να μελετηθεί το λογισμικό πάνω στο οποίο γίνονται αυτοί οι διαδικτυακοί υπολογισμοί. Τελευταίο και πιο σημαντικό θα έπρεπε να γίνει μια έρευνα πάνω στη θεωρία παιγνίων την σχέση της με την επιστήμη της πληροφορική και το πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καταλήξουμε να έχουμε ένα αξιόπιστο διαδικτυακό υπολογισμό.

Η θεωρία παιγνίων αρχικά αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε στην επιστήμη των οικονομικών και στις πολιτικές επιστήμες. Στο βιβλίο του Martin J. Osborne [27] γίνεται μια εισαγωγή στην θεωρία παιγνίων. Για την σύνδεση που υπάρχει ανάμεσα στην θεωρία παιγνίων και την πληροφορική μιλά η ανασκόπηση την οποία κάνει ο

Halpern [14] και το βιβλίο του Nisan et al. [26]. Στην ανασκόπηση αυτή [14] γίνεται λόγος για τον ρόλο της υπολογιστικής πολυπλοκότητα στην θεωρία παιγνίων και συγκεκριμένα την μοντελοποίηση μιας δεσμευμένης λογικής (*modeling bounded rationality*), τον σχεδιασμό μηχανισμών και το πρόβλημα του υπολογισμού μιας ισορροπίας Nash. Επίσης υπολογίζεται το τίμημα της αναρχίας (*price of anarchy*, δηλαδή το κόστος της χρήσης μιας μη κεντροποιημένης λύσης στο πρόβλημα) για ένα συγκεκριμένο παράδειγμα και γίνεται μια σύγκριση ανάμεσα στον καταναεμημένο υπολογισμό και την θεωρία παιγνίων. Στο βιβλίο του Nisan et al. [26] γίνεται μια αναφορά στα διάφορα στοιχεία που αποτελούν την θεωρία παιγνίων, στο σχεδιασμό μηχανισμών σε σχέση με την πληροφορική και στον αλγοριθμικό σχεδιασμό μηχανισμών για καταναεμημένους υπολογισμούς.

Προηγούμενα παραδείγματα της θεωρίας παιγνίων στον καταναεμημένο υπολογισμό περιλαμβάνουν εργασία πάνω στην δρομολόγηση στο διαδίκτυο (*Internet routing*) [18,21,28], εξεύρεση και διαμοιρασμό των πόρων [10,13], περιορισμό της μετάδοσης των ιών [22], διαμοιρασμό μυστικών (*secret sharing*) [1,15] και υπολογισμούς εργασίας (*task*) [31].

Στις εργασίες [7,16] γίνεται αναφορά στον αξιόπιστος υπολογισμός ανάμεσα στον αφέντη και τον εργάτη και χρησιμοποιείται πολλαπλότητας (*redundancy*). Σε αυτές τις εργασίες παρουσιάζονται κάποιες εγγυήσεις με βάση κάποια πιθανότητα για την απόκτηση του ορθού αποτελέσματος με το ελάχιστον δυνατόν κόστος. Οι εργασίες αυτές προσεγγίζουν το θέμα τους από την πλευρά του παραδοσιακού καταναεμημένου υπολογισμού όπου η συμπεριφορά του κάθε εργάτη είναι προκαθορισμένη.

Στον παραδοσιακό καταναεμημένο υπολογισμό η συμπεριφορά των τμημάτων του συστήματος χαρακτηρίζεται εξ αρχής σαν καλή ή κακή αναλόγως αν ακολουθούν ή όχι τα προκαθορισμένα πρωτόκολλα. Στις εργασίες όμως που βλέπουν το θέμα από την σκοπιά της θεωρίας παιγνίων οι επεξεργαστές θεωρούνται πως δρουν με βάση το δικό τους προσωπικό συμφέρον και δεν έχουν μια συμπεριφορά η οποία να καθορίζεται από προηγουμένως. Έτσι οι επεξεργαστές αυτοί αποκαλούνται λογικοί (*rational*) [1,11], δηλαδή δρουν ανάλογα με το συμφέρον του ώστε να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους ή αντίστοιχα να ελαχιστοποιήσουν το κόστος τους.

Σε προηγούμενες εργασίες παρουσιάζεται ο αλγοριθμικός σχεδιασμός μηχανισμών [1,25,20]. Τα παιχνίδια σχεδιάζονται ώστε να παρέχουν τα απαραίτητα κίνητρα στους επεξεργαστές ούτως ώστε με το να δρουν ορθά να εξυπηρετούν καλύτερα τα συμφέροντά τους. Συνήθως τα κίνητρα που παρέχονται είναι κάποια ανταμοιβή ή κάποια ποινή αναλόγως με το αν θα συμπεριφερθούν ορθά ή όχι. Σκοπός είναι να εξαναγκαστούν όλοι οι επεξεργαστές σε μια επιθυμητή μοναδική ισορροπία Nash.

Κάποιες πιο σχετικές με το θέμα μας εργασίες παρουσιάζουν το θέμα του αλγοριθμικού σχεδιασμού μηχανισμών στον κατανεμημένο υπολογισμό (ΚΑΣΜ) [6] το θέμα αυτό παρουσιάζεται επίσης και στο βιβλίο του Nisan et al. [26] όπως προαναφέρθηκε. Στις εργασίες αυτές περιλαμβάνεται και η εργασία των Golle και Stubbelbine [12] η οποία παρουσιάζει μια εφαρμογή του ΚΑΣΜ η οποία εστιάζει σε αλγόριθμους για την υλοποίηση της πολλαπλότητας (*redundancy*) στην παρουσία συνεργασίας ανάμεσα στους επεξεργαστές (*collusion*). Η δουλεία τους δείχνει πως κάτω από παρόμοιες εξιδανικευμένες συνθήκες, αλγόριθμοι πιθανοτήτων μπορούν να αποδεικτούν επαρκής όταν γίνεται μια ανάθεση εργασίας σε πολλαπλούς επεξεργαστές. Ακόμη η εργασία των Shneidman και Parks [30] εξετάζει την πολλαπλότητα σε μια εφαρμογή του ΚΑΣΜ για μια συγκεκριμένη δρομολόγηση (*interdomain routing*) και αναφέρει που η πολλαπλότητα επιτυγχάνει και που αποτυγχάνει στο να αναγνωρίσει αν την ξεγελούν οι πράκτορες (*agents*). Μια εφαρμογή του ΚΑΣΜ η οποία εστιάζει σε μεθόδους από την πλευρά του πελάτη (*client*) και αποτρέπει την κλοπή σε ένα κόμβο προς κόμβο υπολογισμό (*P2PC*), παρουσιάζεται στην εργασία των Golle και Mironov [11].

Η πολλαπλότητα είναι ευρέως διαδεδομένη στα P2PC έργα τα οποία αποτελούν ένα βασικό παράδειγμα της ανάγκης που υπάρχει για ένα αξιόπιστο διαδικτυακό υπολογισμό. Η ανασκόπηση που γίνεται από τον Anderson [2] μας δίνει ακριβώς μια αναφορά πάνω σε αυτά τα έργα τα οποία χρησιμοποιούν πολλαπλότητα. Στην ανασκόπηση αυτή ο Anderson [2] περιγράφει το ανοικτού κώδικα λογισμικό BOINC [4] και τους κυρίως στόχους τους οποίους επιτελεί καθώς κάνει και μια σύγκριση του με το υπολογιστικό πλέγμα (*Grid computing*). Ανάμεσα στα έργα τα οποία στηρίζονται στην τεχνολογία BOINC είναι και το δημοφιλές εθελοντικό P2PC έργο SETI@home [3,17]. Η πολλαπλότητα χρησιμοποιείται επίσης στο υπολογιστικό πλέγμα το οποίο

μοιράζεται από κοινού πολλά θέματα ασφαλείας με το P2PC. Η σχέση και οι διαφορές που υπάρχουν ανάμεσα στο υπολογιστικό πλέγμα και τον P2PC παρουσιάζονται στα άρθρα των Foster et al. και Ledlie et al. [9,19].

Η εργασία των Shneidman και Parks [29] παρέχει ένα υπόβαθρο για το πώς ένα μηχανισμός από την πλευρά της θεωρίας παιγνίων μπορεί να μοντελοποιήσει ένα ρεαλιστικό σενάριο το οποίο να αφορά ένα P2PC έργο. Επίσης στην εργασία αυτή παρέχεται μια σύνδεση ανάμεσα στους λογικούς παίκτες που προαναφέρθηκαν σε ένα ΚΑΣΜ και σε πελάτες σε ένα πραγματικό P2P δίκτυο. Η εργασία αυτή [29] παρέχει επιχειρήματα πάνω στα οποία βασίζεται η μελέτη αυτή και τα οποία στηρίζουν την υπόθεση πως οι επεξεργαστές μας δρουν λογικά με βάση το δικό τους προσωπικό συμφέρον όπως αναφέρθηκε πιο πάνω.

Η εργασία του Douceur [5] μιλάει για την «επίθεση των μυρίων» (*Sybil attack*) η οποία μπορεί να πλήξει τα κατανεμημένα συστήματα και βασίζεται πάνω σε μη αξιόπιστους πελάτες. Σ' αυτά περιλαμβάνεται και ο P2PC. Με τον όρο «επίθεση των μυρίων» αναφερόμαστε στην κατάσταση κατά την οποία τα κατανεμημένα αυτά συστήματα εκτελούν πολλαπλότητα για να αντιμετωπίσουν τους μη αξιόπιστους πελάτες τους και μια κακόβουλη οντότητα υποδύεται πολλές οντότητες. Η οντότητα αυτή μπορεί να ελέγχει με αυτό τον τρόπο ένα σημαντικό μέρος του συστήματος και να υποδαυλίζει αυτήν την πολλαπλότητα που γίνεται. Στην εργασία αυτή αναφέρεται πως η αποφυγή της επίθεσης είναι δύσκολη αν δεν υπάρχει μια κεντρική αρχή που να πιστοποιεί την ταυτότητα, κάτι το οποίο δεν είναι πρακτικό στα P2PC έργα.

Μια εργασία η οποία ήταν πρόδρομος της κυρίως εργασίας στην οποία στηρίζεται αυτή η μελέτη ήταν η εργασία των Yurkewych, Levine και Rosenberg [31]. Στην εργασία αυτή μελετάται το μοντέλο αφέντη-εργάτη για την εκπόνηση των υπολογισμών, στο πλαίσιο την θεωρίας παιγνίων. Ο αφέντης μπορεί να κάνει επαλήθευση των αποτελεσμάτων που επιστρέφουν οι εργάτες, οι οποίοι θεωρούνται πως είναι λογικοί, με μια πιθανότητα η οποία μπορεί να καθοριστεί. Τα όρια της πιθανότητας με την οποία ο αφέντης κάνει επαλήθευση υπολογίζονται έτσι ώστε να είναι εγγυημένο πως οι εργάτες έχουν κίνητρα για να είναι ειλικρινείς σε τρία σενάρια. Τα σενάρια αυτά, με τα οποία ασχολείται η εργασία είναι πρώτο η χρήση πολλαπλότητα όταν οι εργάτες

συνεργάζονται. Δεύτερο η χρήση πολλαπλότητας όταν οι εργάτες δεν συνεργάζονται και τρίτο η ανάθεση της εργασίας που πρέπει να υπολογιστεί σε μόνο ένα εργάτη.

Έτσι η εργασία αυτή [31] καταλήγει πως στο μοντέλο που καθορίζουν, η ανάθεση της εργασίας που πρέπει να υπολογιστεί σε μόνο ένα εργάτη είναι ένας κόστους – αποδοτικός μηχανισμός ιδίως αν οι εργάτες συνεργάζονται μεταξύ τους (*collusion*).

Στο κυρίως άρθρο (εργασία FGM) [8] που μελετάται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο λαμβάνονται παρόμοια συμπεράσματα. Ακόμη η εργασία FGM συμπληρώνει την προηγούμενη [31] μιας και μελετούνται περισσότεροι αλγόριθμοι και παιχνίδια και υπάρχει ένα πιο πλούσιο μοντέλο όσο αφορά τις ανταμοιβές. Όμως η εργασία FGM έχει σαν μέθοδο ελέγχου των εργατών την μέθοδο της επικύρωσης σε αντίθεση με αυτό το άρθρο που θεωρεί ως μέθοδο ελέγχου την μέθοδο της επαλήθευσης. Η διαφορά ανάμεσα στις δύο μεθόδους είναι πως με την μέθοδο της επικύρωσης ο αφέντης δεν θα λάβει το ορθό αποτέλεσμα αν όλοι οι εργάτες κλέβουν, ενώ με την επαλήθευση ακόμη και αν όλοι οι εργάτες τον κλέβουν θα λάβει το ορθό αποτέλεσμα.

3.2 Ανασκόπηση κυρίως άρθρου

Το κυρίως άρθρο στο οποίο βασίζεται η μελέτη αυτή είναι το άρθρο των Χρύση Γεωργίου, Antonio Fernández Anta και Miguel A. Mosteiro (εργασία FGM) [8]. Η εργασία FGM θα παρουσιαστεί στην μελέτη αυτή εκτενώς καθώς αποτελεί την βάση πάνω στην οποία στηρίχθηκε μεγάλο μέρος της μελέτης αυτής. Στο άρθρο αυτό σχεδιάζονται μηχανισμοί για ένα αξιόπιστο διαδικτυακό υπολογισμό προσεγγίζοντας το θέμα από την σκοπιά της θεωρίας παιγνίων και των κόστους-ευαίσθητων μηχανισμών (*cost-sensitive mechanisms*).

Στο μοντέλο αυτό θεωρούμε την ύπαρξη μια μηχανής, τον αφέντη η οποία στέλνει εργασίες στους υπολογιστές οι οποίοι συμμετέχουν ως οι εργάτες και οι οποίοι ανταποκρίνονται πίσω στέλνοντας το αποτέλεσμα της υπολογιστικής τους εργασίας. Όμως οι εργάτες αυτοί είναι αναξιόπιστοι και δεν γνωρίζουμε κατά πόσον τα αποτελέσματα που αποστέλλουν πίσω είναι ορθά. Έτσι μια συνηθισμένη τακτική είναι

να αποστέλλεται η ίδια εργασία σε πολλούς εργάτες και να συγκρίνονται τα αποτελέσματα.

Στο άρθρο αυτό όπως προαναφέραμε το πρόβλημα της αξιοπιστίας των εργατών μελετάτε από την σκοπιά της θεωρίας παιγνίων. Έτσι μοντελοποιείται η πιο πάνω κατάσταση ως ένα παιχνίδι όπου κάθε εργάτης επιλέγει να είναι ειλικρινείς (να δώσει πίσω το σωστό αποτέλεσμα το οποίο έχει υπολογίσει) ή να κλέψει / ξεγελάσει (να δώσει δηλαδή πίσω ένα κατασκευασμένο αποτέλεσμα το οποίο δεν έχει υπολογίσει). Σχεδιάζονται κόστους-ευαίσθητοι μηχανισμοί οι οποίοι παρέχουν τα απαραίτητα κίνητρα στους εργάτες έτσι ώστε να δώσουν πίσω στον αφέντη το σωστό αποτέλεσμα. Σκοπός είναι η μεγιστοποίηση της πιθανότητας ο αφέντης να πάρει το σωστό αποτέλεσμα με το ελάχιστο δυνατόν κόστος.

Το άρθρο αυτό κινείται έχοντας ως υπόβαθρο πως στην θεωρία παιγνίων οι επεξεργαστές θεωρείται πως δρουν με βάση το δικό τους ατομικό συμφέρον, δεν έχουν καμία πρώτιστη καθορισμένη συμπεριφορά, άρα είναι λογικοί (*rational*). Επίσης ο στόχος είναι να επιβάλουμε μια μοναδική ισορροπία Nash έτσι ώστε στο παιχνίδι που προαναφέραμε κανένας παίκτης να μην έχει κίνητρο να αλλάξει την στρατηγική του. Στο άρθρο αυτό γίνεται η υπόθεση πως υπάρχουν αρκετοί παίκτες οι οποίοι είναι πρόθυμοι να λάβουν μέρος.

3.2.1 Το πλαίσιο εργασίας

Το πλαίσιο εργασίας στο οποίο κινείται το συγκεκριμένο άρθρο όπως προαναφέρθηκε είναι ένα κατανεμημένο σύστημα το οποίο αποτελείται από ένα αφέντη επεξεργαστή ο οποίος αναθέτει μια εργασία (*task*) σ' ένα σύνολο από εργάτες επεξεργαστές οι οποίοι υπολογίζουν και επιστρέφουν το αποτέλεσμα της εργασίας. Ο αφέντης επεξεργαστής έχει την δυνατότητα να επικυρώσει (*verify*) κατά πόσο η τιμή που έχει επιστραφεί από τους εργάτες επεξεργαστές είναι το ορθό αποτέλεσμα της εργασίας που τους ανατέθηκε. Όμως με το να κάνει επικύρωση ο αφέντης δεν σημαίνει πως θα λάβει το ορθό αποτέλεσμα, μιας και στην περίπτωση που όλοι οι επεξεργαστές κλέβουν δεν θα λάβει την σωστή απάντηση. Στο άρθρο αυτό γίνεται η υπόθεση πως το να επικυρώνουμε ένα αποτέλεσμα είναι πιο αποτελεσματικό από το να δούμε κατά πόσο οι

εργάτες είναι ειλικρινείς με το να υπολογίσει ο αφέντης επεξεργαστής το αποτέλεσμα της εργασίας (*auditing game*) . Επίσης δεν λαμβάνονται υπόψη λάθη του υλικού ή του λογισμικού τα οποία δεν δημιουργούνται κατά βούληση.

Το γενικό πρωτόκολλο το οποίο χρησιμοποιείται τόσο από τον αφέντη όσο και από τους εργάτες επεξεργαστές είναι το ακόλουθο. Ο αφέντης επεξεργαστής αναθέτει μια εργασία σε n εργάτες. Κάθε εργάτης επεξεργαστής i κλέβει με πιθανότητα $p_c^{(i)}$ και ο αφέντης επεξεργαστής επαληθεύει την απάντηση με μια πιθανότητα p_v . Εάν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση, ανταμείβει τους ειλικρινείς εργάτες και τιμωρεί (*penalizes*) αυτούς που κλέβουν. Στην περίπτωση που ο αφέντης επεξεργαστής δεν κάνει επικύρωση δέχεται την απάντηση της πλειοψηφίας των εργατών επεξεργαστών αλλά δεν τιμωρεί κανένα διότι η πλειοψηφία μπορεί να ψεύδεται. Σε αυτή την περίπτωση, όπου δηλαδή ο αφέντης δεν κάνει επικύρωση, επιβραβεύει τους εργάτες σύμφωνα με ένα από τα τρία μοντέλα επιβράβευσης (*reward models*). Το μοντέλο στο οποίο επιβραβεύει μόνο την πλειοψηφία (R_m), το μοντέλο στο οποίο επιβραβεύει όλους τους εργάτες επεξεργαστές ανεξαρτήτως απάντησης (R_a) και το μοντέλο στο οποίο δεν επιβραβεύει κανένα (R_o).

Οι εργάτες επεξεργαστές σχηματίζουν ομάδες στις οποίες κάνουν σύμπραξη (*colluding groups*). Μέσα σε μια ομάδα σύμπραξης οι εργάτες επεξεργαστές δρουν ομοιογενώς. Επιλέγουν είτε να κλέψουν μη υπολογίζοντας το αποτέλεσμα και δίνοντας μια κοινή ψευδή απάντηση της οποίας η πιθανότητα να είναι η ορθή απάντηση είναι απειροελάχιστη. Είτε επιλέγουν να είναι ειλικρινείς και ένας από αυτούς υπολογίζει την απάντηση την οποία επιστρέφουν όλοι στον αφέντη επεξεργαστή. Είτε επιλέγουν να τυχαιοποιήσουν (*randomize*) την επιλογή τους επιλέγοντας να είναι ειλικρινείς ή όχι με την ίδια πιθανότητα ($\frac{1}{2}$ πιθανότητα κάθε επιλογής). Επιπρόσθετα ισχύει η υπόθεση πως όλες οι ομάδες οι οποίες συμπτύτουν επιστρέφουν την ίδια απάντηση δημιουργώντας έτσι ένα ισχυρότερο μοντέλο από αυτό στο οποίο οι ομάδες δεν θα επέστρεφαν την ίδια απάντηση. Ακόμη ο αφέντης επεξεργαστής βρίσκεται σε άγνοια σχετικά με τις ομάδες οι οποίες συμπτύτουν.

Στο παιχνίδι αυτό ο σκοπός του αφέντης επεξεργαστής είναι να πάρει το αποτέλεσμα με μια επιθυμητή πιθανότητα ενώ θα πάρει επίσης και ένα επιθυμητό όφελος (*utility*

value). Οι εργάτες επεξεργαστές αποφασίζουν κατά πόσο θα είναι ειλικρινείς ή θα κλέβουν αναλόγως με το κέδρος ή την ζημιά τους. Στο άρθρο παρουσιάζονται διάφορα παιχνίδια στα οποία επιτυγχάνεται μια μοναδική ισορροπία Nash και από τα οποία ο αφέντης επεξεργαστής μπορεί να επιλέξει αυτό το οποίο τον ικανοποιεί περισσότερο.

3.2.2 Ορισμοί και Ορολογία

Οι ορισμοί που χρησιμοποιούνται στο άρθρο είναι οι βασικοί ορισμοί που χρησιμοποιούνται στην θεωρία παιγνίων. Υποθέτουμε πως ο αφέντης επεξεργαστής πάντα επιλέγει ένα περιττό αριθμό από εργάτες επεξεργαστές. Οι ομάδες σύγκλισης των εργατών μοντελοποιούνται με τον εξής τρόπο, με το να θεωρούμε ένα σύνολο από εργάτες σαν ένα σύνολο από υποσύνολα $W = \{W_1, \dots, W_l\}$ τα οποία $\sum_{i=1}^l |W_i| = n$ και $W_i \cap W_j = \emptyset$ και για κάθε $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq l$. Αναφερόμαστε σε κάθε ένα από αυτά τα υποσύνολα ως μια ομάδα από εργάτες ή απλά μια ομάδα. Όσοι εργάτες δεν βρίσκονται σε κάποια ομάδα θεωρούνται ως μια ομάδα αποτελούμενη από ένα μέλος. Το μέγεθος και η σύνθεση της ομάδας είναι γνωστή μόνο στα μέλη της. Μια ασθενής σύγκλιση μοντελοποιείται με το να έχουμε κάθε εργάτη να σχηματίζει μια ομάδα από μόνος του.

Για παιχνίδια στα οποία συμμετέχουν μόνο ο αφέντης και ένας εργάτης το στρατηγικό τους προφίλ αποτελείται μόνο από τις επιλογές τους. Για παράδειγμα το m_{cn} αντιπροσωπεύει την ανταμοιβή (payoff) του αφέντη στην περίπτωση κατά την οποία ο εργάτης κλέβει και ο αφέντης κάνει επικύρωση. Εκτός από το μέγεθος και την σύνθεση των ομάδων τα παιχνίδια τα οποία μελετούνται θεωρούνται παιχνίδια που παρέχουν πλήρη πληροφορίες.

Ο Πίνακας 3.1 παρουσιάζει τους βασικούς ορισμούς και ορολογίες που χρησιμοποιούνται.

$W = \{W_1, \dots, W_l\}$	το σύνολο των ομάδων των εργατών
M	ο αφέντης επεξεργαστής
$S_i = \{C, \bar{C}\}$	το σύνολο των γνήσιων στρατηγικών οι οποίες είναι διαθέσιμες για την ομάδα W_i
$S_M = \{V, \bar{V}\}$	το σύνολο των γνήσιων στρατηγικών για τον αφέντη
s	στρατηγικό προφίλ
s_i	η στρατηγική που χρησιμοποιείται από την ομάδα W_i στο

	στρατηγικό προφίλ s
s_M	η στρατηγική που χρησιμοποιείται από τον αφέντη στο στρατηγικό προφίλ s
$s - i$	η στρατηγική που χρησιμοποιείται από κάθε παίκτη εκτός από W_i στο στρατηγικό προφίλ s
$s - M$	η στρατηγική που χρησιμοποιείται από κάθε παίκτη εκτός από τον αφέντη στο στρατηγικό προφίλ s
$w_s^{(i)}$	η ανταμοιβή της ομάδας W_i για το στρατηγικό προφίλ s
m_s	η ανταμοιβή του αφέντη για το στρατηγικό προφίλ s
$p_{s_i}^{(i)}$	η πιθανότητα η ομάδα W_i να χρησιμοποιεί την στρατηγική s_i
p_{sM}	η πιθανότητα ο αφέντης να χρησιμοποιεί την στρατηγική s_M
σ	μικτό στρατηγικό προφίλ
σ_i	κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις γνήσιες στρατηγικές που χρησιμοποιούνται από την ομάδα W_i στο σ
σ_M	κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις γνήσιες στρατηγικές που χρησιμοποιούνται από τον αφέντη στο σ
$\sigma - i$	κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις γνήσιες στρατηγικές που χρησιμοποιούνται από κάθε παίκτη εκτός από W_i στο σ
$\sigma - M$	κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις γνήσιες στρατηγικές που χρησιμοποιούνται από κάθε παίκτη εκτός από τον αφέντη στο σ
$U_i(s_i, \sigma - i)$	το αναμενόμενο όφελος της ομάδας W_i με μικτό στρατηγικό προφίλ σ
$U_M(s_M, \sigma - M)$	το αναμενόμενο όφελος του αφέντη με μικτό στρατηγικό προφίλ σ
$\text{supp}(\sigma_i)$	το σύνολο των στρατηγικών της ομάδας W_i με πιθανότητα > 0 στο σ
$\text{supp}(\sigma_M)$	το σύνολο των στρατηγικών του αφέντη με πιθανότητα > 0 στο σ

Πίνακας 3.1

Οι συνθήκες για να υπάρξει μια ισορροπία Nash ανάμεσα στις ομάδες που σχηματίζονται είναι οι ακόλουθες (είναι διατυπωμένες με ένα παρεμφερή τρόπο με αυτό που ορίστηκε στην εισαγωγή της μελέτης αυτή, όμως παραθέτονται ξανά για σκοπούς ευκρίνειας).

Για κάθε πεπερασμένο παιχνίδι, ένα μικτό στρατηγικό προφίλ σ^* είναι μια μικτή στρατηγική ισορροπία Nash (ΜΣΙΝ) αν και μόνο αν για κάθε παίκτη (ομάδα W_i ή αφέντη M)

$$U_i(s_i, \sigma_{-i}^*) = U_i(s_j, \sigma_{-i}^*), \forall s_i, s_j \in \text{supp}(\sigma_i^*), \quad (1)$$

$$U_i(s_i, \sigma_{-i}^*) \geq U_i(s_k, \sigma_{-i}^*), \forall s_i, s_k: s_i \in \text{supp}(\sigma_i^*), s_k \notin \text{supp}(\sigma_i^*) \quad (2)$$

Στο άρθρο αυτό καθορίζονται επίσης και μια σειρά από ορισμούς για κάθε ανταμοιβή οι τιμές των οποίων έχουν θετική αξία. Ανάμεσα στις ανταμοιβές αυτές ο αφέντης είναι σε θέση να καθορίζει την τιμωρία όσον κλέβουν WP_C και την επιβράβευση όταν κάνουν τον υπολογισμό οι εργάτες MC_A . Με το να επιλέγει ο αφέντης την τιμή αυτών των παραμέτρων και το η είναι σε θέση να καθορίσει την επιθυμητή ισορροπία ανάμεσα στο κόστος του και το κατά πόσο θα λάβει ορθό αποτέλεσμα. Ο πίνακας που ακολουθεί περιγράφει τις ανταμοιβές που χρησιμοποιούνται στο άρθρο.

WP_C	η τιμωρία του εργάτη επειδή βρέθηκε να κλέβει
WC_T	το κόστος της ομάδας για τον υπολογισμό της εργασίας
WB_A	το κέρδος του εργάτη από την αποδοχή του αφέντη
MP_W	η τιμωρία του αφέντη για την αποδοχή της λανθασμένης απάντησης
MC_A	το κόστος του αφέντη από την αποδοχή της απάντησης του εργάτη
MC_V	το κόστος του αφέντη από την επικύρωση της απάντησης του εργάτη
MB_R	το κέρδος του αφέντη από την αποδοχή της ορθής απάντησης

Πίνακας 3.2

3.2.3 Παρουσίαση των παιχνιδιών

Στο άρθρο αυτό γίνεται μια εκτενής αναφορά η οποία παρουσιάζει τα διάφορα παιχνίδια που μελετούνται σύμφωνα με το πλήθος των συμμετεχόντων και το μοντέλο επιβράβευσης. Σε κάθε παιχνίδι που μελετάται υπάρχει ένα γενικό μοντέλο ανταμοιβής (general payoff model) το οποίο βοηθάει στο να καθοριστούν οι παράμετροι για τις οποίες υπάρχει μια IN. Οι εξισώσεις (1) και (2) της ΜΣΙΝ προσαρμόζονται στο κάθε παιχνίδι χωρίς όμως να γίνονται υποθέσεις για τις ανταμοιβές που θα εφαρμοστούν. Έτσι από το γενικό μοντέλο ανταμοιβής βρίσκονται οι συνθήκες οι οποίες πρέπει να ισχύουν έτσι ώστε να υπάρξει μια μοναδική IN. Επίσης στην ανάλυση αυτή των παιχνιδιών που γίνεται παρουσιάζονται και τα μοντέλα επιβράβευσης σε σχέση με τις συνθήκες που έχουν βρεθεί.

Παιχνίδι Π1:1

Το πρώτο παιχνίδι το οποίο μελετάται είναι το παιχνίδι 1:1, στο παιχνίδι αυτό έχουμε μόνο ένα αφέντη και μόνο ένα εργάτη. Συνεπώς δεν υπάρχουν ομάδες που συμπράττουν και γίνεται αναφορά στην ομάδα σαν εργάτης.

Στην εργασία FGM παρουσιάζεται το γενικό μοντέλο ανταμοιβής για το παιχνίδι αυτό [8] και αναλύονται όλες οι στρατηγικές οι πλήρως ΜΣΙΝ, η ΜΣΙΝ και η ΓΣΙΝ. Συγκεκριμένα τόσο η p_c όσο και η p_v μπορούν να πάρουν τιμές 0 ή 1 ή στο ανοικτό διάστημα (0,1). Συνεπώς στην εργασία FGM παρουσιάζονται οι συνθήκες που πρέπει να ισχύουν για να έχουμε μια ΙΝ. Επίσης παρουσιάζεται η εξίσωση επιβράβευσης του αφέντη και του εργάτη και η πιθανότητα ο αφέντης να αποδεκτή την λανθασμένη απάντηση.

Το γενικό μοντέλο ανταμοιβής το οποίο παρουσιάζεται στην εργασία FGM έχει ως ακολούθως:

- Περίπτωση $p_c \in (0,1)$, $p_v \in (0,1)$: Από την Εξίσωση (1), υπάρχει μια πλήρη ΜΣΙΝ αν $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ και $U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ ταυτόχρονα. Αυτές οι εξισώσεις καθορίζουν την τιμή του p_c και p_v στην ΜΣΙΝ ως ακολούθως.

$$p_c m_{cV} + (1 - p_c) m_{\bar{c}V} = p_c m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\bar{V}}$$

$$p_c = \frac{m_{\bar{c}\bar{V}} - m_{\bar{c}V}}{m_{cV} - m_{\bar{c}V} - m_{c\bar{V}} + m_{\bar{c}\bar{V}}}.$$

$$p_v w_{cV} + (1 - p_v) w_{\bar{c}V} = p_v w_{\bar{c}V} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{V}}$$

$$p_v = \frac{w_{\bar{c}\bar{V}} - w_{\bar{c}V}}{w_{cV} - w_{\bar{c}V} - w_{\bar{c}V} + w_{\bar{c}\bar{V}}}.$$

- Περίπτωση $p_c = 0$, $p_v \in (0,1)$: Για τον εργάτη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), $U_W(\bar{C}, p_v) \geq U_W(C, p_v)$ πρέπει να ευσταθεί,

$$p_v w_{\bar{c}V} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{V}} \geq p_v w_{cV} + (1 - p_v) w_{c\bar{V}}$$

Τότε, αν $w_{c\bar{V}} + w_{\bar{c}V} - w_{\bar{c}\bar{V}} - w_{cV} > 0$,

$$p_v \geq \frac{w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}{w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{c\bar{v}}}$$

Αλλιώς, αν $w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{c\bar{v}} < 0$,

$$p_v \leq \frac{w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}{w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{c\bar{v}}}$$

Για τον αφέντη, από την Εξίσωση (1), $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ πρέπει να ευσταθεί, αυτό υπονοεί

$$\begin{aligned} p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} &= p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} \\ m_{c\bar{v}} &= m_{\bar{c}v}, \end{aligned}$$

μιας και $p_c = 0$. Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες υπάρχει μια ΜΣΙΝ.

- Περίπτωση $p_c=1, p_v \in (0,1)$: Για τον εργάτη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), πρέπει να είναι αλήθεια ότι $U_W(C, p_v) \geq U_W(\bar{C}, p_v)$. Έτσι,

$$p_v w_{c\bar{v}} + (1 - p_v) w_{\bar{c}v} \geq p_v w_{c\bar{v}} + (1 - p_v) w_{\bar{c}v}$$

Τότε, αν $w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v} > 0$

$$p_v \geq \frac{w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}{w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}$$

Αλλιώς, αν $w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v} < 0$

$$p_v \leq \frac{w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}{w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}$$

Για τον αφέντη, από την Εξίσωση (1), $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ και μιας και $p_c = 1$,

$$\begin{aligned} p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} &= p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} \\ m_{c\bar{v}} &= m_{\bar{c}v}. \end{aligned}$$

Έτσι, κάτω από αυτές τις συνθήκες, υπάρχει μια ΜΣΙΝ.

- Περίπτωση $p_c \in (0,1), p_v=0$: Για τον αφέντη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), πρέπει να ευσταθεί ότι $U_M(\bar{V}, p_c) \geq U_M(V, p_c)$. Τότε

$$p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} \geq p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v}$$

Τότε, αν $m_{c\bar{v}} + m_{\bar{c}v} - m_{c\bar{v}} - m_{\bar{c}v} > 0$

$$p_c \geq \frac{m_{c\bar{v}} - m_{\bar{c}v}}{m_{c\bar{v}} + m_{\bar{c}v} - m_{c\bar{v}} - m_{\bar{c}v}}$$

Αλλιώς, αν $m_{cv}^- + m_{cv}^- - m_{cv}^- - m_{cv}^- < 0$

$$p_c \leq \frac{m_{\bar{c}\nu} - m_{\bar{c}\bar{\nu}}}{m_{\bar{c}\nu} + m_{c\bar{\nu}} - m_{\bar{c}\bar{\nu}} - m_{c\nu}}$$

Για τον εργάτη από την Εξίσωση (1), $U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ και με βάση του ότι $p_v = 0$ έχουμε πως

$$\begin{aligned} p_v w_{c\nu} + (1 - p_v) w_{c\bar{\nu}} &= p_v w_{\bar{c}\nu} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}} \\ w_{c\bar{\nu}} &= w_{\bar{c}\bar{\nu}}. \end{aligned}$$

Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες υπάρχει μια ΜΣΙΝ.

- Περίπτωση $p_c \in (0,1), p_v=1$: Για τον αφέντη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2) $U_M(V, p_c) \geq U_M(\bar{V}, p_c)$ και

$$p_c m_{c\nu} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\nu} \geq p_c m_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\bar{\nu}}$$

Τότε, αν $m_{cv} - m_{cv}^- - m_{cv}^- + m_{cv}^- > 0$

$$p_c \geq \frac{m_{\bar{c}\bar{\nu}} - m_{\bar{c}\nu}}{m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

Αλλιώς αν $m_{cv} - m_{cv}^- - m_{cv}^- + m_{cv}^- < 0$

$$p_c \leq \frac{m_{\bar{c}\bar{\nu}} - m_{\bar{c}\nu}}{m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

Για τον εργάτη από την Εξίσωση (1) $U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ και μιας και $p_v = 1$

$$\begin{aligned} p_v w_{c\nu} + (1 - p_v) w_{c\bar{\nu}} &= p_v w_{\bar{c}\nu} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}} \\ w_{c\nu} &= w_{\bar{c}\nu}. \end{aligned}$$

Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες έχουμε μια ΜΣΙΝ.

Τέλος, οι ακόλουθες είναι συνθήκες για να έχουμε μια γνήσια στρατηγική ΙΝ με προφίλ s.

- Περίπτωση $s = \{C, V\}$: $m_{cv} \geq m_{cv}^-$ και $w_{cv} \geq w_{cv}^-$.
- Περίπτωση $s = \{\bar{C}, V\}$: $m_{cv}^- \geq m_{cv}^-$ και $w_{cv}^- \geq w_{cv}^-$.
- Περίπτωση $s = \{C, \bar{V}\}$: $m_{cv}^- \geq m_{cv}^-$ και $w_{cv}^- \geq w_{cv}^-$.
- Περίπτωση $s = \{\bar{C}, \bar{V}\}$: $m_{cv}^- \geq m_{cv}^-$ και $w_{cv}^- \geq w_{cv}^-$.

Από την άλλη, το αναμενόμενο όφελος του αφέντη και του εργάτη σε κάθε ισορροπία, και η πιθανότητα της αποδοχής της λανθασμένης απάντησης είναι

$$\begin{aligned}
 U_M &= p_c p_v m_{cV} + (1 - p_c) p_v m_{c\bar{V}} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{c\bar{V}}, \\
 U_W &= p_c p_v w_{cV} + p_c (1 - p_v) w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) p_v w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{c\bar{V}}, \\
 P_{wrong} &= (1 - p_v) p_c
 \end{aligned}$$

Στο παιχνίδι αυτό για το μοντέλο επιβράβευσης R_m οι ανταμοιβές έχουν ως ακολούθως:

$m_{cV} = -MC_V$	$w_{cV} = -WP_C$
$m_{c\bar{V}} = MB_R - MC_V - MC_A$	$w_{c\bar{V}} = WB_A - WC_T$
$m_{c\bar{V}} = -MP_W - MC_A$	$w_{c\bar{V}} = WB_A$
$m_{c\bar{V}} = MB_R - MC_A$	$w_{c\bar{V}} = WB_A - WC_T$

Για το μοντέλο επιβράβευσης R_a οι ανάλυση είναι ακριβώς ίδια με αυτήν που έγινε πιο πάνω. Τέλος για το τρίτο μοντέλο επιβράβευσης R_b οι ανταμοιβές έχουν ως ακολούθως:

$m_{cV} = -MC_V$	$w_{cV} = -WP_C$
$m_{c\bar{V}} = MB_R - MC_V - MC_A$	$w_{c\bar{V}} = WB_A - WC_T$
$m_{c\bar{V}} = -MP_W$	$w_{c\bar{V}} = 0$
$m_{c\bar{V}} = MB_R$	$w_{c\bar{V}} = -WC_T$

Παιχνίδι Π1:1ⁿ

Το δεύτερο παιχνίδι το οποίο μελετάται είναι το παιχνίδι 1:1ⁿ δηλαδή το παιχνίδι στο οποίο ο αφέντης επεξεργαστής εκτελεί η στιγμιότυπα του ένα προς ένα παιχνιδιού που αναφέρθηκε προηγουμένως. Οι εργάτες παίζουν μόνοι τους απέναντι στον αφέντη επεξεργαστή συνεπώς δεν συμπράττουν και έτσι σε αυτό το παιχνίδι δεν θεωρείται πως υπάρχουν συμπράξεις. Πιο συγκεκριμένα όλες οι ομάδες θεωρείται πως έχουν ένα μέλος. Ο αφέντης επεξεργαστής όπως προαναφέρθηκε εκτελεί η στιγμιότυπα ένα για κάθε εργάτη και αποφασίζει κατά πόσο θα κάνει επικύρωση ή όχι με πιθανότητα p_v μόνο μια φορά. Επιπρόσθετα όταν ο αφέντης επεξεργαστής δεν κάνει επικύρωση επιβραβεύει σύμφωνα με τα μοντέλα επιβράβευσης που αναφέρθηκαν στο παιχνίδι ένα προς ένα.

Όσον αφορά το γενικό μοντέλο ανταμοιβής στο παιχνίδι αυτό ισχύουν οι ίδιες συνθήκες για να έχουμε μια ΙΝ και το όφελος του εργάτη είναι το ίδιο όπως και πριν. Τα μόνα που διαφοροποιούνται στο μοντέλο αυτό είναι η πιθανότητα ο αφέντης επεξεργαστής να δεκτή την λάθος απάντηση και το όφελος του αφέντη. Ακόμα δηλώνεται η πιθανότητα η πλειοψηφία των εργατών να κλέβει ως P_C . Στο γενικό αυτό μοντέλο ανταμοιβής έχουμε το W να είναι ένα σύνολο διαμοιρασμένο σε δύο υποσύνολα (F, T) του W , $W = \{(F, T) \mid F \cap T = \emptyset, F \cup T = W\}$. F είναι το σύνολο των εργατών οι οποίοι κλέβουν και T το σύνολο των εργατών οι οποίοι είναι ειλικρινείς. Η πιθανότητα η πλειοψηφία να κλέβει, η πιθανότητα να λάβει την λανθασμένη απάντηση ο αφέντης και το όφελος του αφέντη όπως παρουσιάζονται στην εργασία FGM έχουν ως εξής:

$$\begin{aligned}
 P_C &= \sum_{\substack{(F,T) \in W \\ |F| > |T|}} \prod_{f \in F} p_C^{(f)} \prod_{t \in T} (1 - p_C^{(t)}), \\
 P_{wrong} &= (1 - p_V) P_C, \\
 U_M &= p_V \sum_{(F,T) \in W} \prod_{f \in F} p_C^{(f)} \prod_{t \in T} (1 - p_C^{(t)}) m_V + \\
 &\quad (1 - p_V) \sum_{(F,T) \in W} \prod_{f \in F} p_C^{(f)} \prod_{t \in T} (1 - p_C^{(t)}) m_{\bar{V}}.
 \end{aligned}$$

Όπου $m_V = m_{cv}(|F|) + m_{-cv}(|T|)$ και $m_{\bar{V}} = m_{-cv}(|F|) + m_{cv}(|T|)$.

Στο παιχνίδι αυτό γίνεται η υπόθεση πως το κόστος της επικύρωσης είναι ανεξάρτητο από το πλήθος των εργατών και πως φτάνει και ένας εργάτης να είναι ειλικρινείς για να μπορέσουμε να λάβουμε το σωστό αποτέλεσμα κάνοντας επικύρωση. Συνεπώς κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις η πιθανότητα να λάβουμε το σωστό αποτέλεσμα **δεν** είναι $1 - P_{wrong}$ μιας και αν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση και όλοι οι εργάτες κλέβουν, ο αφέντης δεν λαμβάνει το ορθό αποτέλεσμα.

Οι πίνακες 5.1 και 5.3 του παραθέτονται στο επόμενο κεφάλαιο δίνουν όλα τα αποτελέσματα για τα παιχνίδια 1:1 και 1:1ⁿ καθώς και για τα μοντέλα επιβράβευσης.

Παιχνίδι Π0:n

Το επόμενο παιχνίδι που μελετάται είναι το παιχνίδι 0:n στο παιχνίδι αυτό ο αφέντης επεξεργαστής αναθέτει μια εργασία σε n εργάτες επεξεργαστές για να παίξουν το παιχνίδι αναμεταξύ τους. Στο παιχνίδι αυτό οι εργάτες προσπαθούν να βρίσκονται μέσα στην πλειοψηφία έτσι ώστε να πείσουν το αφέντη επεξεργαστή στην περίπτωση που δεν κάνει επικύρωση. Στην ανάλυση αυτή λαμβάνονται επίσης υπόψη και οι συμπράξεις.

Έτσι στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής για να γίνει εύκολα η ανάλυση θεωρούνται τρία σύνολα τα οποία δεν έχουν κοινά στοιχεία. Το F που είναι το σύνολο όλων των ομάδων που επιλέγουν να κλέψουν σαν γνήσια στρατηγική, $F = \{W_i \mid W_i \in W \wedge p_c^{(i)} = 1\}$. Το T που είναι το σύνολο όλων των ομάδων που επιλέγουν να είναι ειλικρινείς σαν γνήσια στρατηγική, $T = \{W_i \mid W_i \in W \wedge p_c^{(i)} = 0\}$ και το R που είναι το σύνολο των ομάδων που επιλέγουν να τυχαιοποιήσουν την απόφαση τους, $R = \{W_i \mid W_i \in W \wedge p_c^{(i)} \in (0,1)\}$. Έχουμε όπου $F_{-i} = F \setminus \{W_i\}$, $T_{-i} = T \setminus \{W_i\}$ και $R_{-i} = R \setminus \{W_i\}$. Επίσης $E[w_s^{(i)}]$ είναι η αναμενόμενη ανταμοιβή της ομάδας W_i για το στρατηγικό προφίλ s αναλογιζόμενοι την πιθανότητα πάνω στην επιλογή του αφέντη αν θα επικυρώσει ή όχι. Τότε για κάθε ομάδα $W_i \in W$ και για κάθε στρατηγικό προφίλ $s_{-i} = R_{-i}, F_{-i}, T_{-i}$, έχουμε

$$U_i(s_{-i}, s_i = \mathcal{C}) = \sum_{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_{-i}} \prod_{W_f \in R_F} p_c^{(f)} \prod_{W_t \in R_T} (1 - p_c^{(t)}) E[w_{\substack{F_{-i} \cup R_F, \\ T_{-i} \cup R_T, \\ s_i = \mathcal{C}}}^{(i)}],$$

$$U_i(s_{-i}, s_i = \overline{\mathcal{C}}) = \sum_{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_{-i}} \prod_{W_f \in R_F} p_c^{(f)} \prod_{W_t \in R_T} (1 - p_c^{(t)}) E[w_{\substack{F_{-i} \cup R_F, \\ T_{-i} \cup R_T, \\ s_i = \overline{\mathcal{C}}}}^{(i)}].$$

Για να βρεθούν συνθήκες για μια επιθυμητή ισορροπία, μελετάται το

$$\Delta U_i(s) = U_i(s_{-i}, s_i = \mathcal{C}) - U_i(s_{-i}, s_i = \overline{\mathcal{C}}).$$

Για λόγους ευκρίνειας, ορίζεται $W_{F-i} = \bigcup_{S \in F_{-i} \cup R_F} S$, $W_{T-i} = \bigcup_{S \in T_{-i} \cup R_T} S$ και για κάθε διαχωρισμό $(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_i$, έχουμε $\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = E[w_{s_i=\mathcal{C}}^{(i)}] - E[w_{s_i=\overline{\mathcal{C}}}^{(i)}]$, όταν $|W_{F-i}| > |W_{T-i}|$, $\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = E[w_{s_i=\mathcal{C}}^{(i)}] - E[w_{s_i=\overline{\mathcal{C}}}^{(i)}]$, όταν $|W_{F-i}| < |W_{T-i}|$, και

$\Delta w_X^{(i)} = E[w_{S_i=C}^{(i)}] - E[w_{S_i=C}^{(i)}]$, όταν $|W_F - i| = |W_T - i|$. Βασιζόμενοι στο ότι οι ανταμοιβές εξαρτώνται μόνο από το αποτέλεσμα τις πλειοψηφίας, έχουμε

$$\begin{aligned} \Delta U_i(s) = & \Delta w_C^{(i)} \sum_{\substack{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_{-i} \\ |W_F - i| - |W_T - i| > |W_i|}} \prod_{W_j \in R_F} p_C^{(f)} \prod_{W_t \in R_T} (1 - p_C^{(t)}) + \\ & \Delta w_X^{(i)} \sum_{\substack{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_{-i} \\ ||W_F - i| - |W_T - i|| < |W_i|}} \prod_{W_j \in R_F} p_C^{(f)} \prod_{W_t \in R_T} (1 - p_C^{(t)}) + \\ & \Delta w_C^{(i)} \sum_{\substack{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}_{-i} \\ |W_T - i| - |W_F - i| > |W_i|}} \prod_{W_j \in R_F} p_C^{(f)} \prod_{W_t \in R_T} (1 - p_C^{(t)}). \end{aligned} \quad (3)$$

Ξαναδιατυπώνοντας τις συνθήκες ισορροπία από τις εξισώσεις (1) και (2) σε σχέση με την εξίσωση (3), για κάθε ομάδα $i \in R$ η οποία δεν επιλέγει μια γνήσια στρατηγική, η συνθήκη ισορροπίας είναι $\Delta U_i(s) = 0$. Για κάθε ομάδα $i \in F$, η οποία επιλέγει να κλέψει σαν γνήσια στρατηγική, η συνθήκη είναι $\Delta U_i(s) \geq 0$ και για κάθε ομάδα $i \in T$, πρέπει να ευσταθεί πως $\Delta U_i(s) \leq 0$. Στην εργασία FGM παρουσιάζεται και αποδεικνύεται το Λήμμα 1.

Λήμμα 1. Όταν δίνεται ένα παιχνίδι όπως καθορίστηκε, αν $\Delta w_c^{(i)} \geq \Delta w_x^{(i)} \geq \Delta w_c^{(i)}$, για κάθε ομάδα $W_i \in W$, τότε δεν υπάρχει μια μοναδική ισορροπία όπου $R \neq \emptyset$.

Στην εργασία FGM μελετούνται συνθήκες για την απόκτηση μιας μοναδικής ισορροπίας κάτω από διαφορετικά μοντέλα ανταμοιβής. Σε όλα αυτά τα μοντέλα ευσταθή πως $\Delta w_c^{(i)} \geq \Delta w_x^{(i)} \geq \Delta w_c^{(i)}$, για όλες τις $W_i \in W$. Τότε με βάση το Λήμμα 1, δεν υπάρχει μια μοναδική ισορροπία όπου $R \neq \emptyset$. Σχετικά με ισορροπίες όπου $R = \emptyset$, αν η εργασία η οποία ανατίθεται δεν έχει ένα δυαδικό αποτέλεσμα, μια μοναδική ισορροπία όπου όλες οι ομάδες επιλέγουν να κλέψουν δεν είναι χρήσιμη. Τότε, κάνουμε τα $\Delta w_c^{(i)} < 0, \Delta w_x^{(i)} < 0$ και $\Delta w_c^{(i)} < 0$ για κάθε ομάδα $W_i \in W$ έτσι ώστε $\Delta U_i \geq 0$ να μην έχει καμία λύση και καμία ομάδα να μην μπορεί να κλέψει σαν γνήσια στρατηγική. Συνεπώς, η μόνη ισορροπία που υπάρχει είναι αν όλες οι ομάδες επιλέξουν να είναι ειλικρινείς, δηλαδή $\Delta U_i \leq 0$. Συνεπώς $p_c^{(i)} = 0, \forall W_i \in W$ και άρα $P_{wrong} = 0$.

Στο μοντέλο επιβράβευσης R_m για να έχουμε μια μοναδική IN πρέπει,

$$\begin{aligned}
p_v &> \frac{|W_i|WB_A + WC_T}{|W_i|(WP_C + 2WB_A)}, \forall W_i \in W \\
U_M &= MB_R - p_v MC_V - nMC_A \\
U_{W_i} &= |W_i|WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W.
\end{aligned}$$

Για να έχουμε μια μοναδική ΙΝ στο μοντέλο επιβράβευσης R_a πρέπει,

$$\begin{aligned}
p_v &> \frac{WC_T}{|W_i|(WP_C + WB_A)}, \forall W_i \in W, \\
U_M &= MB_R - p_v MC_V - nMC_A, \\
U_{W_i} &= |W_i|WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W.
\end{aligned}$$

Τέλος στο μοντέλο επιβράβευσης R_b για να έχουμε μια μοναδική ΙΝ πρέπει,

$$\begin{aligned}
p_v &> \frac{WC_T}{|W_i|(WP_C + WB_A)}, \forall W_i \in W, \\
U_M &= MB_R - p_v(MC_V + nMC_A), \\
U_{W_i} &= p_v |W_i|WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W.
\end{aligned}$$

Παιχνίδι Π1:n

Το τελευταίο παιχνίδι το οποίο παρουσιάζεται είναι το παιχνίδι 1:n το οποίο είναι μια παραλλαγή του προηγούμενου παιχνιδιού με την διαφορά πως τώρα και ο αφέντης επεξεργαστής συμμετέχει στο παιχνίδι ως παίκτης. Συνεπώς οι εξισώσεις (1) και (2) εφαρμόζονται στο παιχνίδι αυτό και στον αφέντη. Οι υπόλοιπες συνθήκες και εξισώσεις μένουν οι ίδιες. Άρα στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής θα έχουμε επίσης,

$$U_M(R, F, T, s_M = \mathcal{V}) = \sum_{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}} \prod_{f \in R_F} p_C^{(f)} \prod_{t \in R_T} (1 - p_C^{(t)})^{m_{F \cup R_F, T \cup R_T, s_M = \mathcal{V}}}$$

$$U_M(R, F, T, s_M = \bar{\mathcal{V}}) = \sum_{(R_F, R_T) \in \mathcal{R}} \prod_{f \in R_F} p_C^{(f)} \prod_{t \in R_T} (1 - p_C^{(t)})^{m_{F \cup R_F, T \cup R_T, s_M = \bar{\mathcal{V}}}}$$

Όπως και πριν η επιθυμητή ΜΣΙΝ συμβαίνει όταν $p_C = 0$. Με βάση αυτό έχουμε τις εξής συνθήκες για το όφελος του αφέντη στα μοντέλα επιβράβευσης.

Για το μοντέλο επιβράβευσης R_m αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A = MB_R - nMC_A$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A \geq MB_R - nMC_A$. Συνεπώς πρέπει να ισχύει $MC_V = 0$. Για το μοντέλο επιβράβευσης R_a αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A = MB_R - nMC_A$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A \geq MB_R - nMC_A$. Συνεπώς και πάλι πρέπει να ισχύει $MC_V = 0$. Τέλος για το μοντέλο επιβράβευσης R_θ αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A = MB_R$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_V - nMC_A \geq MB_R$. Συνεπώς $MC_V = MC_A = 0$. Άρα για να είναι ειλικρινής οι ομάδες θα πρέπει η επικύρωση να μην κοστίζει στον αφέντη επεξεργαστή.

3.2.4 Σχεδιασμός Μηχανισμών

Στο άρθρο παρουσιάζονται δύο ρεαλιστικά σενάρια στα οποία καθορίζονται ποια από τα πιο πάνω παιχνίδια που αναφέρθηκαν και κάτω από ποιες παραμέτρους πρέπει να χρησιμοποιηθούν ώστε το όφελος του αφέντη επεξεργαστή να μεγιστοποιηθεί.

Σενάριο 1

Το πρώτο σενάριο που παρουσιάζεται είναι ένα εθελοντικό υπολογιστικό σύστημα όπως το SETI@home [3,17] όπου οι χρήστες δωρίζουν μέρος του χρόνου του επεξεργαστή τους όταν δεν τον χρησιμοποιούν για να γίνει ο υπολογισμός κάποιων μεγάλων εργασιών. Στο σενάριο αυτό γίνεται η υπόθεση πως $WB_A > WC_T = 0$ μιας και οι εργάτες δεν επωμίζονται κάποιο κόστος από τον υπολογισμό της εργασίας ενώ ανταμείβονται με το να αναγνωρίζεται η προσφορά τους. Ο αφέντης έχει κάποιο κόστος με το να ανταμείβει τον εργάτη MC_A και επίσης το κόστος της επικύρωσης $MC_V > 0$. Ακόμη γίνονται οι υποθέσεις πως $MB_R > MC_A$ αν δεκτή το σωστό αποτέλεσμα και $MP_W > MC_V$ αν δεκτή το λανθασμένο αποτέλεσμα.

Με βάση τις προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν στο σενάριο αυτό τα Παιχνίδια Π1:1 και Π1:1ⁿ καταλήγουν σε ένα σημείο ισορροπίας. Επίσης για το Παιχνίδι Π1: n το MC_V πρέπει να είναι ίσο με μηδέν για να υπάρχει μια μοναδική ισορροπία και άρα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο σενάριο αυτό. Στον Πίνακα 4.7 που παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο συνοψίζονται οι διάφορες περιπτώσεις στις οποίες το σενάριο αυτό μπορεί να εφαρμοστεί.

Σενάριο 2

Το δεύτερο σενάριο που παρουσιάζεται είναι μια εταιρεία η οποία αγοράζει υπολογιστική δύναμη από χρήστες στο διαδίκτυο και την πουλάει σε πελάτες που την χρειάζονται. Η εταιρεία αυτή πληρώνει τους χρήστες, δηλαδή του εργάτες αν αναλογιστούμε το μοντέλο μας, ένα ποσό $S = WB_A = MC_A$ και χρεώνει τους πελάτες της ένα ποσό $MB_R > MC_A$ για τις υπηρεσίες που τους παρέχει. Επίσης ο υπολογισμός μιας εργασίας για τους εργάτες στοιχίζει $WC_T > 0$ και θα πρέπει επίσης να έχουν κίνητρα για να συμμετάσχουν συνεπώς το $U_{W_i} > 0$ για κάθε W_i που ανήκει στο W . Όπως και πριν υποθέτουμε πως $MP_W > MC_V > 0$ και πάλι τα παιχνίδια 1:1 και 1:1ⁿ καταλήγουν σε ένα σημείο ισορροπίας. Επίσης για το παιχνίδι 1: n το MC_V πρέπει να είναι ίσο με μηδέν για να υπάρχει μια μοναδική ισορροπία και άρα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ούτε και στο σενάριο αυτό. Ο Πίνακας 4.9 στο επόμενο κεφάλαιο συνοψίζει τις διάφορες περιπτώσεις.

Στο σενάριο αυτό εκτός από τον πλήθος των εργατών και το παιχνίδι ο αφέντης επεξεργαστής μπορεί να επιλέξει και την επιβράβευση των εργατών WB_A αλλά και την τιμωρία τους WP_C . Όμως ο αφέντης μπορεί να καθορίσει μόνο μια από αυτές τις παραμέτρους ενώ οι άλλες θα έχουν προκαθοριστεί.

Στο άρθρο αυτό έχουμε επίσης το MC_A και το WB_A να αναφέρονται απλά ως S . Επίσης για τα παιχνίδια $(0:n, R_a)$ και $(0:n, R_\theta)$ γίνεται η παρατήρηση πως είναι προς το συμφέρον του αφέντη επεξεργαστή να επιλέξει την μικρότερη δυνατή p_v . Συνεπώς

γίνεται η υπόθεση $p_v^{(0:n,Ra)} = \frac{WC_T}{WP_C + S} + \gamma^{(0:n,Ra)}$ και $p_v^{(0:n,R\emptyset)} = \frac{WC_T}{S} + \gamma^{(0:n,R\emptyset)}$ για ένα αυθαίρετα μικρό $\gamma^{(0:n,Ra)} > 0$ και $\gamma^{(0:n,R\emptyset)} > 0$.

Αν ο αφέντης επεξεργαστής επιλέξει να καθορίσει το n το πλήθος των εργατών τότε μπορεί να το κάνει μόνο για τα παιχνίδια $(0:n, R_a)$ και $(0:n, R_\emptyset)$ και είναι προς το συμφέρον του να θέσει το $n=1$. Από τα δύο αυτά παιχνίδια το $(0:n, R_a)$ είναι καλύτερο αν και μόνο αν :

$$WC_T + WC_T MC_V / S > S + WC_T MC_V / (WP_C + S).$$

Αν ο αφέντης επεξεργαστής επιλέξει να καθορίσει την τιμωρία των εργατών που κλέβουν WP_C τότε το παιχνίδι $(0:n, R_\emptyset)$ είναι καλύτερο από το $(0:n, R_a)$ αν $n > WC_T MC_V / (S(WP_C - WC_T))$ για ένα αρκετά μικρό $\gamma^{(0:n,R\emptyset)}$. Αλλιώς το $(0:n, R_a)$ είναι καλύτερο για αρκετά μικρό $\gamma^{(0:n,Ra)}$ και αρκετά μεγάλο $WP_C^{(0:n, R_a)}$. Τα παιχνίδια $(1:1, R_m)$ και $(1:1^n, R_m)$ αποκλείονται και πάλι.

Τέλος αν ο αφέντης επεξεργαστής επιλέξει να καθορίσει το S τότε αυτό πρέπει να βρίσκεται στο διάστημα (WC_T, MB_R) . Το όφελος του αφέντη για το παιχνίδι $(0:n, R_a)$ είναι το μέγιστο όταν $S_{\max}^{(0:n,Ra)} = \pm \sqrt{MC_V WC_T / n} - WP_C$. Υποθέτοντας πως $WC_T < S_{\max}^{(0:n,Ra)} < MB_R$ τότε $U_M^{(0:n,Ra)}(S = S_{\max}^{(0:n,Ra)}) = MB_R - 2\sqrt{nMC_V WC_T} + nWP_C$ και $U_M^{(0:n, R\emptyset)} = MB_R - WC_T MC_V / S^{(0:n, R\emptyset)} - nWC_T - \gamma^{(0:n,R\emptyset)} (MC_V + n S^{(0:n, R\emptyset)})$. Μιας και $U_M^{(1:1n, Rm)} \leq MB_R$ το παιχνίδι $(0:n, R_a)$ είναι καλύτερο από το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ όποτε $n > 4MC_V WC_T / WP_C^2$. Το παιχνίδι $(0:n, R_\emptyset)$ είναι καλύτερο από το $(0:n, R_a)$ αν $MB_R > WC_T MC_V / (2\sqrt{nMC_V WC_T} - n(WP_C + WC_T))$ για αρκετά μικρό $\gamma^{(0:n,R\emptyset)}$ και $S^{(0:n, R\emptyset)}$ αυθαίρετα κοντά στο MB_R . Για το σενάριο στο οποίο το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ είναι καλύτερο υποθέτουμε πως $MP_W \geq 2MC_V$, τότε το $p_c \leq 1/2$.

Σύμφωνα με τον [Ισχυρισμό 2, 8] και έχοντας $P_C = 1/2$ για $p_c = 1/2$ τότε το $P_C \leq 1/2$. Χρησιμοποιώντας το ότι $p_c \leq 1/2$, $P_C \leq 1/2$ και $MP_W > 2MC_V$, τότε το όφελος του αφέντη για το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ είναι

$$U_M^{(1:1n, Rm)} \geq \frac{1}{2} MB_R - p_v^{(1:1n, Rm)} MC_V - \frac{1}{2} (1 - p_v^{(1:1n, Rm)}) MP_W - nS^{(1:1n, Rm)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} MB_R - p_v^{(1:n, R_m)} MC_V - \frac{1}{2} MP_W + \frac{1}{2} p_v^{(1:n, R_m)} MP_W - nS^{(1:n, R_m)} \\
&\geq \frac{1}{2} (MB_R - MP_W) - nS^{(1:n, R_m)}.
\end{aligned}$$

Συγκρίνοντας τα παιχνίδια $(1:1^n, R_m)$ και $(0:n, R_a)$ όταν $WC_T < \sqrt{MC_V WC_T / n} - WP_C < MB_R$, έχουμε $(MB_R - MP_W)/2 - nS^{(1:n, R_m)} \geq MB_R - 2\sqrt{nMC_V WC_T} + nWP_C$. Συνεπώς το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ είναι καλύτερο όποτε,

$$WC_T \leq S^{(1:n, R_m)} \leq 2\sqrt{\frac{MC_V WC_T}{n}} - \frac{1}{2n} (MB_R + MP_W) - WP_C.$$

Κεφάλαιο 4

Μελέτη του ανοικτού προβλήματος

4.1 Παρουσίαση του ανοικτού προβλήματος	34
4.2 Ανάλυση των παιχνιδιών όταν κάνουμε επαλήθευση	36
4.3 Ανάλυση των δύο ρεαλιστικών σεναρίων όταν κάνουμε επαλήθευση	52
4.4 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα παιχνίδια	54
4.4.1 Παιχνίδι Π1:1 και Π1:1 ⁿ	55
4.4.2 Παιχνίδι Π0:n	67
4.4.3 Παιχνίδι Π1: n	68
4.4.4 Σύνοψη	68
4.5 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα δύο ρεαλιστικά σενάρια	70
4.5.1 Σενάριο 1	70
4.5.2 Σενάριο 2	75
4.5.3 Σύνοψη	81

4.1 Παρουσίαση του ανοικτού προβλήματος

Μετά την μελέτη του άρθρου που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και το οποίο αποτελεί τον κύριο κορμό αυτής της μελέτης εντοπίστηκε ένα ανοικτό πρόβλημα με το οποίο και θα ασχοληθεί η μελέτη αυτή.

Όπως προαναφέρθηκε η εργασία FGM παρουσιάζει πως μπορούμε να βρούμε μηχανισμούς για να υπάρξει ένας αξιόπιστος διαδικτυακός υπολογισμός με την βοήθεια της θεωρία παιγνίων και τον κόστους ευαίσθητων μηχανισμών. Το μοντέλο το οποίο χρησιμοποιείται όπως ήδη ειπώθηκε είναι αυτό του αφέντη- εργάτη επεξεργαστή. Οι

εργάτες επεξεργαστές επιλέγουν αν θα είναι ειλικρινείς ή όχι απέναντι στον αφέντη επεξεργαστή αναλόγως με τι τους συμφέρει. Από την άλλη ο αφέντης επεξεργαστής παίζει το παιχνίδι επιλέγοντας αν θα κάνει ή όχι επικύρωση με σκοπό να πετύχει το ελάχιστο δυνατόν κόστος λαμβάνοντας όμως την αληθινή απάντηση στην εργασία που είχε αναθέσει στους εργάτες επεξεργαστές.

Στο άρθρο επισημάνθηκε πως ο αφέντης επεξεργαστής μπορεί να κάνει επικύρωση για να ελέγξει κατά πόσο ο εργάτης επεξεργαστής ήταν ειλικρινής στην απάντησή του ή όχι. Με το να κάνει επικύρωση όμως ο αφέντης επεξεργαστής δεν είναι σε θέση να πάρει την σωστή απάντηση αν όλοι οι εργάτες επεξεργαστές των κλέβουν δηλαδή του δίνουν μια λανθασμένη απάντηση. Συνεπώς μια εναλλακτική στρατηγική για τον αφέντη επεξεργαστή η οποία θα απέκλειε την περίπτωση όταν κάνει έλεγχο στους εργάτες του να μην καταλήγει να παίρνει την σωστή απάντηση είναι να κάνει ένα διαφορετικό έλεγχο. Ο έλεγχος ο οποίος θα μπορούσε να κάνει αντί για αυτό είναι μια επαλήθευση (audit). Με το να κάνει επαλήθευση ο αφέντης επεξεργαστής, δηλαδή με το να υπολογίσει ο ίδιος την εργασία για να ελέγξει το αποτέλεσμα που λαμβάνεται, ακόμη και στην περίπτωση που όλοι οι εργάτες επεξεργαστές του λένε ψέματα αυτός θα είναι σε θέση να έχει το ορθό αποτέλεσμα της εργασίας.

Η εργασία FGM είχε ως υπόθεση πως το να γίνεται ο έλεγχος των εργατών με επικύρωση είναι πιο ανέξοδο από το να γίνεται επαλήθευση, να υπολογίζεται η εργασία. Η μελέτη αυτή θα εξετάσει τόσο την περίπτωση κατά την οποία το κόστος επικύρωσης είναι μικρότερο από το κόστος επαλήθευσης, όσο και την περίπτωση κατά την οποία τα το κόστος επικύρωσης είναι το ίδιο με το κόστος επαλήθευσης.

Πιο συγκεκριμένα αναλύουμε την περίπτωση κατά την οποία το κόστος του αφέντη επεξεργαστή όταν κάνει επικύρωση είναι το ίδιο με το κόστος του όταν κάνει επαλήθευση $MC_V = MC_U$ όπου το MC_U είναι το κόστος του αφέντη επεξεργαστή για να επαληθεύσει την απάντηση. Επίσης αναλύετε η περίπτωση κατά την οποία το $MC_V < MC_U$. Κατά την ανάλυση αυτή γίνεται μια σύγκριση ανάμεσα στο κόστος της επαλήθευσης και της επικύρωσης για τα διάφορα παιχνίδια και τα μοντέλα επιβράβευσης για να αποφανθεί ποία μέθοδος είναι πιο συμφέρουσα για τον αφέντη επεξεργαστή στην κάθε περίπτωση.

4.2 Ανάλυση των παιχνιδιών όταν κάνουμε επαλήθευση

Πριν προχωρήσουμε στην σύγκριση των δύο μεθόδων ελέγχου πρέπει να ορίσουμε για κάθε παιχνίδι και για κάθε μοντέλο επιβράβευσης τις συνθήκες που πρέπει να ισχύουν για να έχουμε μια ισορροπία Nash όταν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επαλήθευση.

Παιχνίδι Π1:1

Στο παιχνίδι 1:1 το γενικό μοντέλο ανταμοιβής παραμένει το ίδιο όπως παρουσιάστηκε και στην εργασία FGM. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής δεν εμπλέκονται συγκεκριμένα οι ανταμοιβές του αφέντη και των εργατών, αλλά έχουμε μόνο τις γενικές συνθήκες κάτω από τις οποίες έχουμε μια IN. Όμως υπάρχουν διαφοροποιήσεις στα μοντέλα επιβράβευσης.

Το πρώτο μοντέλο επιβράβευσης είναι το μοντέλο R_m . Στο μοντέλο αυτό όταν ο αφέντης δεν κάνει επαλήθευση επιβραβεύει μόνο την πλειοψηφία. Στο μοντέλο αυτό οι ανταμοιβές έχουν ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}m_{cv} &= MB_R - MC_U \\m_{cv}^- &= MB_R - MC_U - MC_A \\m_{cv}^- &= -MP_W - MC_A \\m_{cv}^- &= MB_R - MC_A\end{aligned}$$

Οι ανταμοιβές για τους εργάτες παραμένουν οι ίδιες με αυτές που είχαμε όταν ο αφέντης έκανε επικύρωση. Πιο πάνω παρατηρούμε πως η διαφορά που υπάρχει στο μοντέλο R_m όταν ο αφέντης κάνει επικύρωση με το μοντέλο όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση είναι στο m_{cv} . Με άλλα λόγια η ανταμοιβή του αφέντη όταν ο εργάτης επεξεργαστής κλέβει και ο αφέντης κάνει έλεγχο περιλαμβάνει και το MB_R μιας και ότι ενέργειες και να κάνει ο εργάτης επεξεργαστής ο αφέντης θα πάρει την ανταμοιβή διότι λαμβάνει το αποτέλεσμα της εργασίας από την επαλήθευση που κάνει ο ίδιος.

Το δεύτερο μοντέλο επιβράβευσης είναι το R_a κατά το οποίο όταν ο αφέντης δεν κάνει επαλήθευση επιβραβεύει όλους τους εργάτες. Εδώ όπως και στην περίπτωση που ο αφέντης έκανε επικύρωση το μοντέλο επιβράβευσης R_a έχει την ίδια ανάλυση με το μοντέλο επιβράβευσης R_m .

Το τρίτο και τελευταίο μοντέλο επιβράβευσης είναι το R_o στο οποίο όταν ο αφέντης δεν κάνει επαλήθευση δεν επιβραβεύει κανένα εργάτη επεξεργαστή. Στο μοντέλο αυτό οι ανταμοιβές έχουν ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} m_{cv} &= MB_R - MC_U \\ m_{cv}^- &= MB_R - MC_U - MC_A \\ m_{cv}^- &= -MP_W \\ m_{cv}^- &= MB_R \end{aligned}$$

Οι ανταμοιβές για τους εργάτες παραμένουν οι ίδιες με αυτές που είχαμε όταν ο αφέντης έκανε επικύρωση. Πιο πάνω παρατηρούμε πως όπως και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_m και R_a η διαφορά που υπάρχει στο μοντέλο R_o όταν ο αφέντης κάνει επικύρωση με το μοντέλο όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση είναι στο m_{cv} . Με άλλα λόγια η ανταμοιβή του αφέντη όταν ο εργάτης κλέβει και ο αφέντης κάνει έλεγχο περιλαμβάνει και το MB_R μιας και ότι ενέργειες και να κάνει ο εργάτης ο αφέντης θα πάρει την ανταμοιβή διότι λαμβάνει το αποτέλεσμα της εργασίας από την επαλήθευση που κάνει ο ίδιος.

Συνεπώς υπήρξαν αλλαγές στις ανταμοιβές του αφέντη στα διάφορα μοντέλα επιβράβευσης εξαιτίας της διαφορετικής μεθόδου ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε. Λόγο αυτών των αλλαγών υπολογίσαμε εκ νέου με βάση τις νέες ανταμοιβές τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε αν τις εφαρμόσουμε στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής. Οι Πίνακες 4.2 και 4.4 που παρουσιάζονται σε επόμενες σελίδες δίνουν όλα τα αποτελέσματα για το παιχνίδι 1:1, αφού θέσουμε όπου $n=1$.

Ο τρόπος με τον οποίο έγινε ο υπολογισμός των συνθηκών, των τιμών των p_c και p_v , και των οφελών του αφέντη και του επεξεργαστή για κάθε IN στο παιχνίδι 1:1 όταν ο

αφέντης κάνει επαλήθευση παρουσιάζεται πιο κάτω. Θα υπολογίσουμε τα αποτελέσματα για τα μοντέλα επιβράβευσης R_m και το R_a με βάση το γενικό μοντέλο ανταμοιβής το οποίο παρουσιάζεται στην εργασία FGM. Τα αποτελέσματα για το μοντέλο επιβράβευσης R_a βγαίνουν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που θα δείξουμε πιο κάτω αν αντικαταστήσουμε στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής τις δικές του ανταμοιβές για την περίπτωση που ο αφέντης κάνει επαλήθευση.

Για να μπορέσουμε να δείξουμε τον τρόπο εξαγωγής των αποτελεσμάτων μας θα παραθέσουμε το γενικό μοντέλο ανταμοιβής της εργασίας FGM για το παιχνίδι 1:1 και ταυτόχρονα θα αναθέτουμε σ' αυτό τις ανταμοιβές του αφέντη όταν αυτός κάνει επαλήθευση για τα μοντέλα επιβράβευσης R_m και R_a . Τα μοντέλα αυτά αναλύονται μαζί διότι έχουν τις ίδιες ανταμοιβές για τον αφέντη και τον εργάτη.

Περίπτωση $p_c \in (0,1), p_v \in (0,1)$

Από την Εξίσωση (1), υπάρχει μια πλήρη ΜΣΙΝ αν $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ και

$U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ ταυτόχρονα. Αυτές οι εξισώσεις καθορίζουν την τιμή του p_c και p_v στην ΜΣΙΝ ως ακολούθως.

$$p_c m_{cV} + (1 - p_c) m_{\bar{c}V} = p_c m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\bar{V}}$$

$$p_c = \frac{m_{\bar{c}\bar{V}} - m_{\bar{c}V}}{m_{cV} - m_{\bar{c}V} - m_{c\bar{V}} + m_{\bar{c}\bar{V}}}.$$

$$p_c = \frac{MB_R - MC_A - MB_R + MC_U + MC_A}{MB_R - MC_U - MB_R + MC_U + MC_A + MP_W + MC_A + MB_R - MC_A}$$

$$p_c = \frac{MC_U}{MB_R + MP_W + MC_A}$$

$$p_v w_{cV} + (1 - p_v) w_{\bar{c}V} = p_v w_{c\bar{V}} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{V}}$$

$$p_v = \frac{w_{\bar{c}\bar{V}} - w_{\bar{c}V}}{w_{cV} - w_{\bar{c}V} - w_{c\bar{V}} + w_{\bar{c}\bar{V}}}.$$

$$p_v = \frac{WB_A - WC_T - WB_A}{-WP_C - WB_A - WB_A + WC_T + WB_A - WC_T}$$

$$p_v = \frac{-WC_T}{-WP_C - WB_A}$$

$$p_v = \frac{WC_T}{WP_C + WB_A}$$

Ακόμη για την περίπτωση αυτή

$$P_{\text{wrong}} = (1 - p_v)p_c$$

$$U_M = p_cp_v m_{c\nu} + (1 - p_c)p_v m_{c\bar{\nu}} + p_c(1 - p_v)m_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c)(1 - p_v)m_{c\bar{\nu}}$$

$$U_M = \frac{p_cp_v(MB_R - MC_U) + (1 - p_c)p_v(MB_R - MC_U - MC_A)}{+ p_c(1 - p_v)(-MP_W - MC_A) + (1 - p_c)(1 - p_v)(MB_R - MC_A)}$$

$$U_M = p_v(MB_R - MC_U - (1 - p_c)MC_A) + (1 - p_v)(MB_R(1 - p_c) - p_cMP_W - MC_A)$$

$$U_W = p_cp_v w_{c\nu} + p_c(1 - p_v)w_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c)p_v w_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c)(1 - p_v)w_{c\bar{\nu}}$$

$$U_W = \frac{p_cp_v(-WP_C) + p_c(1 - p_v)(WB_A) + (1 - p_c)p_v(WB_A - WC_T)}{+ (1 - p_c)(1 - p_v)(WB_A - WC_T)}$$

$$U_W = WB_A - WC_T$$

Περίπτωση $p_c = 0, p_v \in (0,1)$

Για τον εργάτη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), $U_W(\bar{C}, p_v) \geq U_W(C, p_v)$ πρέπει να ευσταθεί,

$$p_v w_{c\bar{\nu}} + (1 - p_v)w_{c\bar{\nu}} \geq p_v w_{c\nu} + (1 - p_v)w_{c\bar{\nu}}$$

Τότε, αν $w_{c\nu}^- + w_{c\nu}^- - w_{c\nu}^- - w_{c\nu}^- > 0$,

$$\Rightarrow WB_A + WB_A - WC_T - WB_A + WC_T + WP_C > 0,$$

$$\Rightarrow WB_A + WP_C > 0$$

$$p_v \geq \frac{w_{c\bar{\nu}} - w_{c\bar{\nu}}}{w_{c\bar{\nu}} + w_{c\bar{\nu}} - w_{c\bar{\nu}} - w_{c\nu}}$$

$$p_v \geq \frac{WB_A - WB_A + WC_T}{WB_A + WB_A - WC_T - WB_A + WC_T + WP_C}$$

$$p_v \geq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$$

Αλλιώς, αν $w_{cv}^- + w_{cv}^- - w_{cv}^- - w_{cv} < 0$,

$$\Rightarrow WB_A + WP_C < 0$$

$$p_v \leq \frac{w_{c\bar{v}} - w_{\bar{c}v}}{w_{c\bar{v}} + w_{\bar{c}v} - w_{\bar{c}v} - w_{cv}}$$

$$p_v \leq \frac{WB_A - WB_A + WC_T}{WB_A + WB_A - WC_T - WB_A + WC_T + WP_C}$$

$$p_v \leq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$$

Για τον αφέντη, από την Εξίσωση (1), $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ πρέπει να ευσταθεί, αυτό υπονοεί

$$p_c m_{cv} + (1 - p_c) m_{\bar{c}v} = p_c m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\bar{v}}$$

$$m_{\bar{c}v} = m_{\bar{c}\bar{v}},$$

$$MB_R - MC_U - MC_A = MB_R - MC_A$$

$$MC_U = 0$$

μιας και $p_c = 0$. Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες υπάρχει μια ΜΣΙΝ και έχουμε

$$U_M = p_c p_v m_{cv} + (1 - p_c) p_v m_{\bar{c}v} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{\bar{c}\bar{v}}$$

$$U_M = \frac{p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A)}{+ p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A)}$$

$$U_M = MB_R - MC_A$$

$$U_W = p_c p_v w_{cv} + p_c (1 - p_v) w_{c\bar{v}} + (1 - p_c) p_v w_{\bar{c}v} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{v}}$$

$$U_W = \frac{p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T)}{+ (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T)}$$

$$U_W = WB_A - WC_T$$

$$P_{wrong} = (1 - p_v) p_c = 0$$

Περίπτωση $p_c=1$, $p_v \in (0,1)$

Για τον εργάτη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), πρέπει να είναι αλήθεια ότι $U_W(C, p_v) \geq U_W(\bar{C}, p_v)$. Έτσι,

$$p_v w_{c\nu} + (1 - p_v) w_{c\bar{\nu}} \geq p_v w_{\bar{c}\nu} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}}$$

Τότε, αν $w_{c\nu} + w_{c\bar{\nu}} - w_{\bar{c}\nu} - w_{\bar{c}\bar{\nu}} > 0$

$$\Rightarrow -WP_C + WB_A - WC_T - WB_A - WB_A + WC_T > 0$$

$$\Rightarrow -WP_C - WB_A > 0$$

$$\Rightarrow WP_C + WB_A < 0$$

$$p_v \geq \frac{w_{\bar{c}\bar{\nu}} - w_{c\bar{\nu}}}{w_{c\nu} + w_{c\bar{\nu}} - w_{\bar{c}\nu} - w_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

$$p_v \geq \frac{WB_A - WC_T - WB_A}{-WP_C + WB_A - WC_T - WB_A - WB_A + WC_T}$$

$$p_v \geq \frac{-WC_T}{-WP_C - WB_A}$$

$$p_v \geq \frac{WC_T}{WP_C + WB_A}$$

Αλλιώς, αν $w_{c\nu} + w_{c\bar{\nu}} - w_{\bar{c}\nu} - w_{\bar{c}\bar{\nu}} < 0$

$$\Rightarrow -WP_C + WB_A - WC_T - WB_A - WB_A + WC_T < 0$$

$$\Rightarrow -WP_C - WB_A < 0$$

$$\Rightarrow WP_C + WB_A > 0$$

$$p_v \leq \frac{w_{\bar{c}\bar{\nu}} - w_{c\bar{\nu}}}{w_{c\nu} + w_{c\bar{\nu}} - w_{\bar{c}\nu} - w_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

$$p_v \leq \frac{WB_A - WC_T - WB_A}{-WP_C + WB_A - WC_T - WB_A - WB_A + WC_T}$$

$$p_v \leq \frac{-WC_T}{-WP_C - WB_A}$$

$$p_v \leq \frac{WC_T}{WP_C + WB_A}$$

Για τον αφέντη, από την Εξίσωση (1), $U_M(V, p_c) = U_M(\bar{V}, p_c)$ και μιας και $p_c = 1$,

$$p_c m_{cV} + (1 - p_c) m_{c\bar{V}} = p_c m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) m_{cV}$$

$$m_{cV} = m_{c\bar{V}}.$$

$$MB_R - MC_U = -MP_W - MC_A$$

$$MC_U = MB_R + MP_W + MC_A$$

Έτσι, κάτω από αυτές τις συνθήκες, υπάρχει μια ΜΣΙΝ και

$$U_M = p_c p_v m_{cV} + (1 - p_c) p_v m_{c\bar{V}} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{cV}$$

$$U_M = p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A)$$

$$U_M = p_v (MB_R - MC_U) - (1 - p_v) (MP_W + MC_A)$$

$$U_W = p_c p_v w_{cV} + p_c (1 - p_v) w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) p_v w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{cV}$$

$$U_W = p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T)$$

$$U_W = p_v (-WP_C) + (1 - p_v) (WB_A)$$

$$U_W = (1 - p_v) WB_A - p_v WP_C$$

$$P_{wrong} = (1 - p_v) p_c = 1 - p_v$$

Περίπτωση $p_c \in (0,1), p_v=0$

Για τον αφέντη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2), πρέπει να ευσταθεί ότι

$U_M(\bar{V}, p_c) \geq U_M(V, p_c)$. Τότε

$$p_c m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) m_{cV} \geq p_c m_{cV} + (1 - p_c) m_{c\bar{V}}$$

Τότε, αν $m_{c\bar{V}} + m_{c\bar{V}} - m_{cV} - m_{cV} > 0$

$$\Rightarrow MB_R - MC_U - MC_A - MP_W - MC_A - MB_R + MC_A - MB_R + MC_U > 0$$

$$\Rightarrow -MC_A - MP_W - MB_R > 0$$

$$\Rightarrow MC_A + MP_W + MB_R < 0$$

$$p_c \geq \frac{m_{\bar{c}\gamma} - m_{c\bar{\gamma}}}{m_{\bar{c}\gamma} + m_{c\bar{\gamma}} - m_{\bar{c}\bar{\gamma}} - m_{c\gamma}}$$

$$p_c \geq \frac{MB_R - MC_U - MC_A - MB_R + MC_A}{MB_R - MC_U - MC_A - MP_W - MC_A - MB_R + MC_A - MB_R + MC_U}$$

$$p_c \geq \frac{-MC_U}{-MC_A - MP_W - MB_R}$$

$$p_c \geq \frac{MC_U}{MC_A + MP_W + MB_R}$$

Αλλιώς, αν $m_{\bar{c}\gamma} + m_{c\bar{\gamma}} - m_{\bar{c}\bar{\gamma}} - m_{c\gamma} < 0$

$$\Rightarrow MB_R - MC_U - MC_A - MP_W - MC_A - MB_R + MC_A - MB_R + MC_U < 0$$

$$\Rightarrow -MC_A - MP_W - MB_R < 0$$

$$\Rightarrow MC_A + MP_W + MB_R > 0$$

$$p_c \leq \frac{m_{\bar{c}\gamma} - m_{c\bar{\gamma}}}{m_{\bar{c}\gamma} + m_{c\bar{\gamma}} - m_{\bar{c}\bar{\gamma}} - m_{c\gamma}}$$

$$p_c \leq \frac{MB_R - MC_U - MC_A - MB_R + MC_A}{MB_R - MC_U - MC_A - MP_W - MC_A - MB_R + MC_A - MB_R + MC_U}$$

$$p_c \leq \frac{-MC_U}{-MC_A - MP_W - MB_R}$$

$$p_c \leq \frac{MC_U}{MC_A + MP_W + MB_R}$$

Για τον εργάτη από την Εξίσωση (1), $U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ και με βάση του ότι

$p_v = 0$ έχουμε πως

$$p_v w_{c\gamma} + (1 - p_v) w_{c\bar{\gamma}} = p_v w_{\bar{c}\gamma} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\gamma}}$$

$$w_{c\bar{\gamma}} = w_{\bar{c}\gamma}.$$

$$WB_A = WB_A - WC_T$$

$$WC_T = 0$$

Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες υπάρχει μια ΜΣΙΝ και

$$U_M = p_c p_v m_{c\nu} + (1 - p_c) p_v m_{\bar{c}\nu} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{\bar{c}\bar{\nu}}$$

$$U_M = \frac{p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A)}{1}$$

$$U_M = (1 - p_c) MB_R - p_c MP_W - MC_A$$

$$U_W = p_c p_v w_{c\nu} + p_c (1 - p_v) w_{\bar{c}\nu} + (1 - p_c) p_v w_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}}$$

$$U_W = \frac{p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T)}{1}$$

$$U_W = WB_A$$

$$P_{wrong} = (1 - p_v) p_c = p_c$$

Περίπτωση $p_c \in (0,1), p_v=1$

Για τον αφέντη η Εξίσωση (1) ευσταθεί. Από την Εξίσωση (2) $U_M(V, p_c) \geq U_M(\bar{V}, p_c)$ και

$$p_c m_{c\nu} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\nu} \geq p_c m_{c\bar{\nu}} + (1 - p_c) m_{\bar{c}\bar{\nu}}$$

Τότε, αν $m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}} > 0$

$$\Rightarrow MB_R - MC_U - MB_R + MC_U + MC_A + MP_W + MC_A + MB_R - MC_A > 0$$

$$\Rightarrow MP_W + MC_A + MB_R > 0$$

$$p_c \geq \frac{m_{\bar{c}\bar{\nu}} - m_{\bar{c}\nu}}{m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

$$p_c \geq \frac{MB_R - MC_A - MB_R + MC_U + MC_A}{MB_R - MC_U - MB_R + MC_U + MC_A + MP_W + MC_A + MB_R - MC_A}$$

$$p_c \geq \frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}$$

Αλλιώς αν $m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}} < 0$

$$\Rightarrow MB_R - MC_U - MB_R + MC_U + MC_A + MP_W + MC_A + MB_R - MC_A < 0$$

$$\Rightarrow MP_W + MC_A + MB_R < 0$$

$$pc \leq \frac{m_{\bar{c}\bar{\nu}} - m_{\bar{c}\nu}}{m_{c\nu} - m_{\bar{c}\nu} - m_{c\bar{\nu}} + m_{\bar{c}\bar{\nu}}}$$

$$p_c \leq \frac{MB_R - MC_A - MB_R + MC_U + MC_A}{MB_R - MC_U - MB_R + MC_U + MC_A + MP_W + MC_A + MB_R - MC_A}$$

$$p_c \leq \frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}$$

Για τον εργάτη από την Εξίσωση (1) $U_W(C, p_v) = U_W(\bar{C}, p_v)$ και μιας και $p_v = 1$

$$p_v w_{c\nu} + (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}} = p_v w_{\bar{c}\nu} + (1 - p_v) w_{c\bar{\nu}}$$

$$w_{c\nu} = w_{\bar{c}\bar{\nu}}.$$

$$-WP_C = WB_A - WC_T$$

$$WC_T = WB_A + WP_C$$

Έτσι κάτω από αυτές τις συνθήκες έχουμε μια ΜΣΙΝ και

$$U_M = pc p_v m_{c\nu} + (1 - pc) p_v m_{\bar{c}\bar{\nu}} + pc(1 - p_v) m_{c\bar{\nu}} + (1 - pc)(1 - p_v) m_{\bar{c}\nu}$$

$$U_M = \begin{aligned} & p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) \\ & + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A) \end{aligned}$$

$$U_M = p_c (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) (MB_R - MC_U - MC_A)$$

$$U_M = MB_R - MC_U - (1 - p_c) MC_A$$

$$U_W = pc p_v w_{c\nu} + pc(1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{\nu}} + (1 - pc) p_v w_{\bar{c}\nu} + (1 - pc)(1 - p_v) w_{c\bar{\nu}}$$

$$U_W = \begin{aligned} & p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) \\ & + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T) \end{aligned}$$

$$U_W = -WP_C$$

$$P_{wrong} = (1 - p_v) p_c = 0$$

Περίπτωση $s = \{C, V\}$:

Οι συνθήκες για να έχουμε μια γνήσια IN είναι οι εξής:

$$m_{cv} \geq m_{c\bar{v}}$$

$$MB_R - MC_U \geq -MP_W - MC_A$$

$$MC_U \leq MP_W + MC_A + MB_R$$

και

$$w_{cv} \geq w_{c\bar{v}}$$

$$-WP_C \geq WB_A - WC_T$$

$$WC_T \geq WB_A + WP_C$$

$$U_M = pc p_v m_{cv} + (1 - pc) p_v m_{c\bar{v}} + pc(1 - p_v) m_{c\bar{v}} + (1 - pc)(1 - p_v) m_{c\bar{v}}$$

$$U_M = \frac{p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A)}{1}$$

$$U_M = MB_R - MC_U$$

$$U_W = pc p_v w_{cv} + pc(1 - p_v) w_{c\bar{v}} + (1 - pc) p_v w_{c\bar{v}} + (1 - pc)(1 - p_v) w_{c\bar{v}}$$

$$U_W = \frac{p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T)}{1}$$

$$U_W = -WP_C$$

Περίπτωση $s = \{\bar{C}, V\}$:

Οι συνθήκες για να έχουμε μια γνήσια IN είναι οι εξής:

$$m_{c\bar{v}} \geq m_{cv}$$

$$MB_R - MC_U - MC_A \geq MB_R - MC_A$$

$$MC_U \leq 0$$

$\Rightarrow MC_U = 0$ διότι η ανταμοιβές έχουν θετική τιμή

και

$$w_{cv}^- \geq w_{cv}$$

$$WB_A - WC_T \geq -WP_C$$

$$WC_T \leq WB_A + WP_C$$

$$U_M = p_c p_v m_{cv} + (1 - p_c) p_v m_{c\bar{v}} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{v}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{\bar{c}\bar{v}}$$

$$U_M = \begin{aligned} & p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) \\ & + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A) \end{aligned}$$

$$U_M = MB_R - MC_U - MC_A$$

$$\Rightarrow U_M = MB_R - MC_A \text{ διότι } MC_U = 0$$

$$U_W = p_c p_v w_{cv} + p_c (1 - p_v) w_{c\bar{v}} + (1 - p_c) p_v w_{c\bar{v}} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{\bar{c}\bar{v}}$$

$$U_W = \begin{aligned} & p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) \\ & + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T) \end{aligned}$$

$$U_W = WB_A - WC_T$$

Περίπτωση $s = \{C, \bar{V}\}$:

Οι συνθήκες για να έχουμε μια γνήσια IN είναι οι εξής:

$$m_{cv}^- \geq m_{cv}$$

$$-MP_W - MC_A \geq MB_R - MC_U$$

$$MC_U \geq MP_W + MC_A + MB_R$$

και

$$w_{cv}^- \geq w_{cv}$$

$$WB_A \geq WB_A - WC_T$$

$$WC_T \geq 0$$

$$U_M = p_c p_v m_{cV} + (1 - p_c) p_v m_{c\bar{V}} + p_c (1 - p_v) m_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) m_{c\bar{V}}$$

$$U_M = p_c p_v (MB_R - MC_U) + (1 - p_c) p_v (MB_R - MC_U - MC_A) + p_c (1 - p_v) (-MP_W - MC_A) + (1 - p_c) (1 - p_v) (MB_R - MC_A)$$

$$U_M = -MP_W - MC_A$$

$$U_W = p_c p_v w_{cV} + p_c (1 - p_v) w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) p_v w_{c\bar{V}} + (1 - p_c) (1 - p_v) w_{c\bar{V}}$$

$$U_W = p_c p_v (-WP_C) + p_c (1 - p_v) (WB_A) + (1 - p_c) p_v (WB_A - WC_T) + (1 - p_c) (1 - p_v) (WB_A - WC_T)$$

$$U_W = WB_A$$

Παιχνίδι Π1:1ⁿ

Για το παιχνίδι 1:1ⁿ στο οποίο ο αφέντης επεξεργαστής εκτελεί η στιγμιότυπα του ένα προς ένα παιχνιδιού έχουμε το γενικό μοντέλο ανταμοιβής να είναι το ίδιο με αυτό στο οποίο ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση.

Το γενικό μοντέλο ανταμοιβής είναι το ίδιο με το γενικό μοντέλο ανταμοιβής του παιχνιδιού 1:1 όσον αφορά τις συνθήκες για να υπάρξει ισορροπία και το όφελος του εργάτη. Όμως η πιθανότητα να λάβει το λάθος αποτέλεσμα ο αφέντης και το όφελός του αλλάζουν. Συνεπώς η ανάλυση που γίνεται για να λάβουμε τα αποτελέσματα για τα διάφορα μοντέλα ανταμοιβής ακολουθεί το πρότυπο της ανάλυσης που έγινε στο παιχνίδι Π1:1. Όμως αυτή την φορά οι πράξεις οι οποίες θα γίνουν για να λάβουμε τα αποτελέσματα για το P_{wrong} και το όφελος του αφέντη U_M είναι πιο περίπλοκες και μακροσκελής και δεν υπάρχει λόγος να κουράζουμε τον αναγνώστη με αυτές. Έτσι παρουσιάζουμε αμέσως σε περιληπτική μορφή στους Πίνακες 4.2 και 4.4, που βρίσκονται σε επόμενες σελίδες, τα αποτελέσματα της ανάλυσης μας για το παιχνίδι 1:1ⁿ.

Παιχνίδι Π0:n

Στο παιχνίδι Π0:n στο οποίο έχουμε τον αφέντη επεξεργαστή να αναθέτει μια εργασία σε n εργάτες επεξεργαστές οι οποίοι παίζουν το παιχνίδι αναμεταξύ τους έχουμε το γενικό μοντέλο ανταμοιβής να είναι το ίδιο με αυτό στο οποίο ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση και όχι επαλήθευση. Επίσης εξακολουθεί να ισχύει η συνθήκη πως για να έχουμε μια μοναδική ισορροπία πρέπει το $p_c^{(i)} = 0 \quad \forall W_i \in W$ και $P_{\text{wrong}} = 0$, όλες οι ομάδες να επιλέξουν να πουν την αλήθεια.

Έτσι με βάση το γενικό αυτό μοντέλο ανταμοιβής υπολογίζουμε τα αποτελέσματα που θα έχουμε σε καθένα από τα μοντέλα επιβράβευσης ξεχωριστά. Ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζουμε αυτά τα αποτελέσματα είναι με το να αντικαταστήσουμε στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής μας κατάλληλα τις ανταμοιβές που παρουσιάζονται στο Πίνακα 3.2. Ο τρόπος αντικατάστασης των ανταμοιβών αυτών και οι πράξεις που γίνονται είναι παρεμφερής με τον τρόπο που έγιναν οι πράξεις στο Παιχνίδι Π1:1. Συνεπώς για να μην κουράζουμε τον αναγνώστη θα παραθέσουμε μόνο τα τελικά αποτελέσματα των πράξεων αυτών.

Μοντέλο επιβράβευσης R_m

για κάθε $W_i \in W$,

$$\begin{aligned} \Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} &= -p_v |W_i| (WP_C + 2WB_A) + |W_i| WB_A + WC_T, \\ \Delta w_{\mathcal{X}}^{(i)} &= -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T, \\ \Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} &= -p_v |W_i| WP_C - |W_i| WB_A + WC_T. \end{aligned}$$

Για να κάνουμε το $\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} < 0$ πρέπει

$$p_v > \frac{|W_i| WB_A + WC_T}{|W_i| (WP_C + 2WB_A)}, \forall W_i \in W.$$

Τα αναμενόμενα οφέλη είναι:

$$U_M = MB_R - p_v MC_U - n MC_A$$

$$U_{W_i} = |W_i| WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W.$$

Μοντέλο επιβράβευσης R_a

για κάθε $W_i \in W$,

$$\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T,$$

$$\Delta w_{\mathcal{X}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T,$$

$$\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T.$$

Τότε οι συνθήκες για να αποκτήσουμε μια μοναδική ΙΝ και αναμενόμενα τα οφέλη είναι

$$p_v > \frac{WC_T}{|W_i| (WP_C + WB_A)}, \forall W_i \in W,$$

$$U_M = MB_R - p_v MC_U - n MC_A,$$

$$U_{W_i} = |W_i| WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W.$$

Μοντέλο επιβράβευσης R_0

για κάθε $W_i \in W$,

$$\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T,$$

$$\Delta w_{\mathcal{X}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T,$$

$$\Delta w_{\mathcal{C}}^{(i)} = -p_v |W_i| (WP_C + WB_A) + WC_T.$$

Οι συνθήκες για να αποκτήσουμε μια μοναδική ΙΝ και τα αναμενόμενα οφέλη είναι

$$\begin{aligned} p_v &> \frac{WC_T}{|W_i|(WP_C + WB_A)}, \forall W_i \in W, \\ U_M &= MB_R - p_v(MC_U + nMC_A), \\ U_{W_i} &= p_v|W_i|WB_A - WC_T, \text{ για κάθε } W_i \in W. \end{aligned}$$

Με μια πρώτη ματιά στα αποτελέσματα που έχουμε για κάθε μοντέλο επιβράβευσης όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση παρατηρούμε πως είναι τα ίδια με την περίπτωση που ο αφέντης κάνει επικύρωση. Το γεγονός αυτό δεν μας ξαφνιάζει μιας και για να έχουμε μια μοναδική ισορροπία πρέπει όλες οι ομάδες να επιλέξουν να πουν την αλήθεια. Συνεπώς δεν συναντάμε στην ανάλυσή μας την περίπτωση όπου ο αφέντης κάνει έλεγχο στους εργάτες και όλοι τον κλέβουν, που συνιστά και την ειδοποιό διαφορά ανάμεσα στην μέθοδο της επικύρωσης και της επαλήθευσης.

Παιχνίδι Π1:n

Τέλος και στο παιχνίδι 1:n στο οποίο έχουμε και τον αφέντη επεξεργαστή να συμμετέχει, το γενικό μοντέλο ανταμοιβής να είναι το ίδιο με αυτό στο οποίο ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση και όχι επαλήθευση. Το γενικό αυτό μοντέλο ανταμοιβής είναι το ίδιο με το Παιχνίδι Π0:n με την διαφορά ότι τώρα έχουμε τις Εξισώσεις (1) και (2) να εφαρμόζονται και στον αφέντη. Επίσης και εδώ εξακολουθεί να ισχύει η συνθήκη πως για να έχουμε μια μοναδική ισορροπία πρέπει το $p_c^{(i)} = 0$ $\forall W_i \in W$ και $\mathbf{P}_{\text{wrong}} = 0$.

Συνεπώς τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από την ανάλυση μας για τα μοντέλα επιβράβευσης στο Παιχνίδι Π0:n όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση παραμένουν τα ίδια. Όμως έχουμε και κάποιες επιπρόσθετες συνθήκες που πρέπει να ισχύουν για το όφελος του αφέντη. Ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζουμε αυτά τα αποτελέσματα είναι

με το να αντικαταστήσουμε στο γενικό μοντέλο ανταμοιβής μας κατάλληλα τις ανταμοιβές που παρουσιάζονται στο Πίνακα 3.2. Ο τρόπος αντικατάστασης των ανταμοιβών αυτών ακολουθεί και πάλι την μορφή που περιγράφηκε για τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων στο Παιχνίδι Π0:n. Συνεπώς για να μην κουράζουμε τον αναγνώστη θα παραθέσουμε μόνο τα τελικά αποτελέσματα των πράξεων αυτών.

Για το μοντέλο επιβράβευσης R_m αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A = MB_R - nMC_A$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A \geq MB_R - nMC_A$. Συνεπώς πρέπει να ισχύει $MC_U = 0$. Για το μοντέλο επιβράβευσης R_a αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A = MB_R - nMC_A$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A \geq MB_R - nMC_A$. Συνεπώς και πάλι πρέπει να ισχύει $MC_U = 0$. Τέλος για το μοντέλο επιβράβευσης R_θ αν $p_V < 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A = MB_R$ και αν $p_V = 1$, $MB_R - MC_U - nMC_A \geq MB_R$. Συνεπώς $MC_U = MC_A = 0$. Άρα για να είναι ειλικρινής οι ομάδες θα πρέπει η επαλήθευση να μην κοστίζει στον αφέντη επεξεργαστή.

Τα αποτελέσματα που έχουμε για κάθε μοντέλο επιβράβευσης όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση παρατηρούμε πως είναι τα ίδια με την περίπτωση που ο αφέντης κάνει επικύρωση. Αυτό οφείλεται στην συνθήκη $p_c^{(i)} = 0 \quad \forall W_i \in W$ και $P_{wrong} = 0$, διότι ουσιαστικά ο αφέντης δεν χρειάζεται να κάνει επικύρωση ή επαλήθευση.

4.3 Ανάλυση των δύο ρεαλιστικών σεναρίων όταν κάνουμε επαλήθευση

Στην εργασία FGM που μελετάται παρουσιάστηκαν δύο ρεαλιστικά σενάρια τα οποία λειτουργούσαν κάτω από την προϋπόθεση πως ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση. Τώρα θα παρουσιάσουμε τα δύο αυτά σενάρια όταν ο επεξεργαστής κάνει επαλήθευση.

Σενάριο 1

Υπενθυμίζουμε ότι το Σενάριο 1 ασχολείται με εθελοντικά υπολογιστικά προγράμματα όπως το SETI@home [3,17]. Οι υποθέσεις που κάνουμε για τις συνθήκες που ισχύουν στο σενάριο αυτό παραμένουν οι ίδιες. Με βάση τις υποθέσεις αυτές τα Παιχνίδια Π1:1 και Π1:1ⁿ καταλήγουν σε ένα σημείο ισορροπίας. Επίσης για το Παιχνίδι Π1: n το MC_U

πρέπει να είναι ίσο με μηδέν για να υπάρχει μια μοναδική ισορροπία και άρα δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο σενάριο αυτό.

Στον Πίνακα 4.8 συνοψίζονται οι διάφορες περιπτώσεις που μπορούμε να εφαρμόσουμε για το σενάριο αυτό όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση. Το P_{wrong} , το όφελος του αφέντη και του εργάτη προσαρμόζονται ανάλογα με την περίπτωση.

Σενάριο 2

Όσον αφορά το δεύτερο σενάριο, στο οποίο υπάρχει μια εταιρεία η οποία αγοράζει υπολογιστική δύναμη από χρήστες στο διαδίκτυο και την πουλάει σε πελάτες που την χρειάζονται. Οι υποθέσεις που γίνονται για τις συνθήκες που ισχύουν παραμένουν οι ίδιες. Ο Πίνακας 4.10 που παρουσιάζεται σε επόμενο υποκεφάλαιο συνοψίζει τις διάφορες περιπτώσεις που μπορούμε να εφαρμόσουμε στο σενάριο αυτό όταν ο αφέντης κάνει επαλήθευση.

Εργαζόμαστε στο σενάριο αυτό κάτω από την προϋπόθεση ότι ο αφέντης κάνει επαλήθευση. Αναλύοντας τις περιπτώσεις όπου ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να καθορίσει το πλήθος των επεξεργαστών ή την τιμωρίας των εργατών που κλέβουν καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η ανάλυση μας συμπίπτει με την ανάλυση που παρουσιάστηκε προηγουμένως για την περίπτωση όπου ο αφέντης κάνει επικύρωση. Έτσι οι περιπτώσεις που συμφέρουν στο αφέντη όταν αυτός καθορίζει το πλήθος των επεξεργαστών ή την τιμωρίας των εργατών που κλέβουν, είναι οι ίδιες ανεξαρτήτως αν αυτός κάνει επικύρωση ή επαλήθευση και βρίσκονται στο κεφάλαιο όπου παρουσιάσαμε την εργασία FGM.

Όμως έχουμε αλλαγές στην ανάλυση της περίπτωσης όπου ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να καθορίσει το S δηλαδή το κόστος που έχει όταν αποδέχεται την απάντηση των εργατών επεξεργαστών. Το όφελος του αφέντη για το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ έχει ως εξής

$$\begin{aligned}
U_M^{(1:1n,R_m)} &\geq MB_R - (1 - p_v^{(1:1n,R_m)}) \frac{1}{2} (MB_R + MP_W) - (1 - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) n S^{(1:1n,R_m)} \\
&\quad - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)} MP_W \\
&= MB_R - (\frac{1}{2} - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) (MB_R + MP_W) - (1 - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) n S^{(1:1n,R_m)} \\
&\quad - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)} MP_W \\
&\geq -\frac{1}{2} MB_R - \frac{1}{2} MP_W + \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)} MB_R - (1 - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) n S^{(1:1n,R_m)} \\
&\geq \frac{1}{2} (p_v^{(1:1n,R_m)} MB_R - MB_R - MP_W) - (1 - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) n S^{(1:1n,R_m)}
\end{aligned}$$

Συγκρίνοντας τα παιχνίδια $(1:1^n, R_m)$ και $(0:n, R_a)$ όταν $WC_T < \sqrt{MC_U WC_T / n} - WP_C < MB_R$, τότε, $\frac{1}{2} (p_v^{(1:1n,R_m)} MB_R - MB_R - MP_W)$

$-(1 - \frac{1}{2} p_v^{(1:1n,R_m)}) n S^{(1:1n,R_m)} \geq MB_R - 2\sqrt{n MC_U WC_T} + n WP_C$. Συνεπώς το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$

είναι καλύτερο όταν,

$$\begin{aligned}
WC_T &\leq S^{(1:1n,R_m)} \\
&\leq \frac{1}{(1 - \frac{1}{2} p_v) n} MB_R - \frac{2}{(1 - \frac{1}{2} p_v)} \sqrt{\frac{MC_U WC_T}{n}} \\
&\quad + \frac{1}{1 - \frac{1}{2} p_v} WP_C - \frac{1}{(2 - p_v) n} (p_v MB_R - MB_R - MP_W)
\end{aligned}$$

4.4 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα παιχνίδια

Όπως προαναφέραμε ένας από του στόχους της μελέτης αυτής είναι να γίνει μια σύγκριση ανάμεσα στα διάφορα παιχνίδια και μοντέλα επιβράβευσης όταν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επαλήθευση αντί επικύρωση. Στο υποκεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με την περίπτωση κατά την οποία το κόστος της επικύρωσης είναι το ίδιο με το κόστος της επαλήθευσης, $MC_V = MC_U$, αλλά και την περίπτωση κατά την οποία το κόστος επικύρωσης είναι μικρότερο από το κόστος επαλήθευσης, $MC_V < MC_U$. Για τον

σκοπό αυτό αρχικά θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της σύγκρισης για τα παιχνίδια $(1:1, R_m)$, $(1:1^n, R_m)$, $(1:1, R_a)$ και $(1:1^n, R_a)$.

Ας σημειωθεί πως θα ήταν ανώφελο να μελετούσαμε την περίπτωση όπου το $MC_V > MC_U$. Ο λόγος είναι απλός, ο αφέντης όταν κάνει επαλήθευση λαμβάνει το αποτέλεσμα του υπολογισμού ακόμη και αν όλοι οι εργάτες κλέβουν κάτι που δεν συμβαίνει όταν κάνει επικύρωση. Έτσι αν η μέθοδος της επαλήθευσης ήταν και πιο φθηνή από την επικύρωση δεν θα είχε κανένα λόγο να ακολουθήσει ως μέθοδο ελέγχου την επικύρωση.

4.4.1 Παιχνίδι Π1:1 και Π1:1ⁿ

Οι πιο κάτω πίνακες περιγράφουν το **παιχνίδι 1:1ⁿ** για τα μοντέλα επιβράβευσης R_m και R_a (και για το παιχνίδι 1:1 για $n=1$) για την περίπτωση που ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση (Πίνακας 4.1) και επαλήθευση (Πίνακας 4.2).

Περίπτωση : $MC_V = MC_U$

Ξεκινούμε λοιπόν αναλύοντας την περίπτωση κατά την οποία το $MC_V = MC_U$ με βάση τους πιο πάνω πίνακες.

Στην περίπτωση αυτή όπως παρατηρούμε, όταν η πιθανότητα οι εργάτες επεξεργαστές να κλέψουν βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ το όφελος του αφέντη επεξεργαστή όταν αυτός κάνει επικύρωση (U_{M_V}) είναι μικρότερο ή ίσο από το όφελος του όταν αυτός κάνει επαλήθευση (U_{M_U}), $U_{M_V} \leq U_{M_U}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο διότι ο αφέντης με το να επιλέξει μια στρατηγική (επαλήθευση) με την οποία παίρνει σε κάθε περίπτωση την ορθή απάντηση όταν υπάρχει πιθανότητα οι εργάτες να μην είναι ειλικρινείς αυξάνει το όφελος του. Ακόμη και όταν η πιθανότητα να κάνει επαλήθευση είναι μηδενική όπως φαίνεται από την τέταρτη γραμμή των πινάκων ο αφέντης θα έχει το ίδιο όφελος.

Equilibrium p_C, p_V	Conditions	P_{wrong}	U_M	U_{W_i}
$\frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$		$(1 - p_V)P_C$	$p_V((1 - p_C^n)MB_R - MC_V - (1 - p_C)nMC_A) + (1 - p_V)(MB_R(1 - P_C) - MP_W P_C - nMC_A)$	$WB_A - WC_T$
$0, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C} \leq p_V < 1$ $0 < p_V$	$MC_V = 0$	0	$MB_R - nMC_A$	$WB_A - WC_T$
$1, \frac{0 < p_V \leq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}}{p_V < 1}$	$MC_V = MP_W + MC_A$	$1 - p_V$	$-p_V MC_V - (1 - p_V)(MP_W + nMC_A)$	$(1 - p_V)WB_A - p_V WP_C$
$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, 0$ $p_C < 1$	$WC_T = 0$	P_C	$MB_R(1 - P_C) - MP_W P_C - nMC_A$	WB_A
$\frac{MC_V}{MC_A + MP_W} \leq p_C < 1, 1$ $0 < p_C$	$WC_T = WB_A + WP_C$	0	$(1 - \prod_{j \in W} p_C^{(j)})MB_R - MC_V - \sum_{(W_F, W_T) \in W} \prod_{j \in W_F} p_C^{(j)} \cdot \prod_{k \in W_T} (1 - p_C^{(k)}) W_T MC_A$	$-WP_C$
1, 1	$MC_V \leq MP_W + MC_A$ $WC_T \geq WB_A + WP_C$	0	$-MC_V$	$-WP_C$
0, 1	$MC_V = 0$ $WC_T \leq WB_A + WP_C$	0	$MB_R - nMC_A$	$WB_A - WC_T$
1, 0	$MC_V \geq MP_W + MC_A$	1	$-MP_W - nMC_A$	WB_A

Πίνακας 4.1 ($1:1^n$, R_m, R_a , επικύρωση)

Equilibrium p_c, p_v	Conditions	P_{wrong}	U_M	U_{Wi}
$\frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$		$(1-p_v)P_c$	$p_v(MB_R - MC_U - (1-p_c)nMC_A) + (1-p_v)(MB_R(1-P_c) - MP_W P_c - nMC_A)$	$WB_A - WC_T$
$0, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C} \leq p_v \leq 1$ $0 \leq p_v$	$MC_U = 0$	0	$MB_R - nMC_A$	$WB_A - WC_T$
$1, 0 \leq p_v \leq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$ $p_v \leq 1$	$MC_U = MP_W + MC_A + MB_R$	$1-p_v$	$p_v(MB_R - MC_U) - (1-p_v)(MP_W + nMC_A)$	$(1-p_v)WB_A - p_v WP_C$
$0 \leq p_c \leq \frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, 0$ $p_c \leq 1$	$WC_T = 0$	P_c	$MB_R(1-P_c) - MP_W P_c - nMC_A$	WB_A
$\frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W} \leq p_c \leq 1, 1$ $0 \leq p_c$	$WC_T = WB_A + WP_C$	0	$MB_R - MC_U - \sum_{j=1}^n \frac{p_v^{(j)}}{1-p_v^{(j)}} \frac{MP_W}{1-p_v^{(j)}} p_c^{(j)} - \sum_{k=1}^n \frac{p_v^{(k)}}{1-p_v^{(k)}} W_T MC_A$	$-WP_C$
1,1	$MC_U \leq MP_W + MC_A + MB_R$ $WC_T \geq WB_A + WP_C$	0	$MB_R - MC_U$	$-WP_C$
0,1	$MC_U = 0$ $WC_T \leq WB_A + WP_C$	0	$MB_R - nMC_A$	$WB_A - WC_T$
1,0	$MC_U \geq MP_W + MC_A + MB_R$	1	$-MP_W - nMC_A$	WB_A

Πίνακας 4.2 (1:1ⁿ, R_m, R_a, επαλήθευση)

Επίσης στην περίπτωση αυτή όπου οι εργάτες επεξεργαστές κλέβουν με μια πιθανότητα, αν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επαλήθευση αυτή η πιθανότητα μειώνεται, με άλλα λόγια $P_{Cv} > P_{Cu}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο μιας και με την μέθοδο της επαλήθευσης ο αφέντης πάντα θα γνωρίζει αν οι εργάτες τον κλέβουν και έτσι η πιθανότητα να τον κλέψουν θα είναι μικρότερη από την περίπτωση που οι εργάτες μπορεί και να μην πιαστούν να τον κλέβουν (επικύρωση). Η πιθανότητα όμως που έχει ο αφέντης επεξεργαστής για να εκτελέσει έλεγχο στους εργάτες είναι η ίδια όποια μέθοδο ελέγχου και να χρησιμοποιήσει.

Στην περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες επεξεργαστές επιλέγουν να πουν ψέματα και ο αφέντης να κάνει έλεγχο με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ τότε το όφελος του αφέντη επεξεργαστή όταν αυτός κάνει επικύρωση (U_{Mv}) είναι μικρότερο από το όφελος του όταν αυτός κάνει επαλήθευση (U_{Mu}), $U_{Mv} < U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό δεν μας εκπλήσσει καθόλου για τον ίδιο λόγο που ίσχυε και στην περίπτωση που οι εργάτες έκλέβαν με μια πιθανότητα, αφού οι εργάτες τώρα επιλέγουν ξεκάθαρα να κλέψουν.

Ακόμη έχουμε την περίπτωση κατά την οποία ο αφέντης κάνει έλεγχο στον εργάτη και ο εργάτης δεν είναι ειλικρινής. Στην περίπτωση αυτή όταν το $MC_V = MP_W + MC_A$ και το $MC_U = MP_W + MC_A + MB_R$ τότε το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση ισούται με αυτό όταν κάνει επαλήθευση $U_{Mv} = U_{Mu}$. Αν όμως το $MC_V < MP_W + MC_A$ και το $MC_U < MP_W + MC_A + MB_R$ τότε το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση είναι μικρότερο από όταν κάνει επαλήθευση $U_{Mv} < U_{Mu}$. Μπορεί να μην αναμέναμε να λάβουμε κάποιες συνθήκες για πού θα πρέπει να ίσχυαν για να έχουμε το $U_{Mv} < U_{Mu}$ αλλά το γενικότερο αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο. Όταν ο αφέντης ακολουθεί σαν γνήσια στρατηγική να κάνει έλεγχο στον εργάτη και αυτός τον κλέβει, τότε με την επαλήθευση θα πάρει το αποτέλεσμα του υπολογισμού και το όφελος του θα είναι μεγαλύτερο από την επικύρωση που δεν θα λάβει το αποτέλέσμα αυτό.

Τέλος έχουμε τις περιπτώσεις κατά τις οποίες οι εργάτες δεν κλέβουν και την περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες κλέβουν σαν γνήσια στρατηγική και ο αφέντης επεξεργαστής δεν τους κάνει έλεγχο σαν γνήσια στρατηγική. Εδώ το όφελος του

αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι ίσο με όταν κάνει επικύρωση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αναμέναμε τα αποτελέσματα αυτά μιας και οι εργάτες δεν κλέβουν ή ο αφέντης δεν κάνει έλεγχο. Συνεπώς δεν εμφανίζεται η διαφορά που έχουν οι δύο μέθοδοι ελέγχου μεταξύ τους και άρα δεν επηρεάζεται το όφελος του αφέντη.

Περίπτωση : $MC_V < MC_U$

Η δεύτερη περίπτωση που αναλογιζόμαστε είναι η περίπτωση κατά την οποία το $MC_V < MC_U$ με βάση τους πιο πάνω πίνακες.

Εξετάζοντας την περίπτωση κατά την οποία τόσο οι εργάτες επεξεργαστές κλέβουν με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα (0,1) όσο και ο αφέντης επεξεργαστής κάνει έλεγχο στους εργάτες με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα (0,1) καταλήγουμε στα ακόλουθα. Όταν το $MC_U < MC_V +$

$\frac{MC_V}{MC_A + MP_W} MB_R$ δηλαδή ενόσω ισχύει η ανίσωση το όφελος του αφέντη όταν κάνει

επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από το να κάνει επικύρωση, $U_{M_V} < U_{M_U}$. Αναμέναμε το αποτέλεσμα αυτό διότι με την επαλήθευση ο αφέντης παίρνει μια επιπλέον ανταμοιβή αλλά αν το κόστος της επικύρωσης γίνει πολύ μικρό όπως δηλώνει η συνθήκη μας τότε πλέον δεν θα είναι προς το συμφέρον του αφέντη να κάνει επαλήθευση. Θα προτιμήσει να κάνει επικύρωση παίρνοντας το ρίσκο να μην λάβει το ορθό αποτέλεσμα.

Στην περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες επεξεργαστές δεν κλέβουν σαν γνήσια στρατηγική τότε δεν μπορεί να υπάρξει κάποια σύγκριση για το όφελος του αφέντη επεξεργαστή. Το $MC_V = MC_U = 0$ για να υπάρξει μια ισορροπία και έτσι δεν περιλαμβάνεται στην εξίσωση του οφέλους του αφέντη επεξεργαστή. Θα μπορούσαμε να πούμε πως ένα τέτοιο αποτέλεσμα δεν μας αιφνιδιάζει μιας και οι εργάτες δεν κλέβουν και άρα δεν αλλάζει κάτι στο όφελος του αφέντη όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει.

Το αποτέλεσμα της ανάλυσης που εξάγουμε όταν οι εργάτες κλέβουν και ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να τους ελέγξει με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα (0,1) είναι πως το $MC_U < MC_V + MB_R$ για να εξακολουθεί το όφελος

του αφέντη επεξεργαστή όταν κάνει επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$. Όπως και στην περίπτωση πιο πάνω που οι εργάτες έκλεβαν με μια πιθανότητα το αποτέλεσμα δεν μας προκαλεί καμία έκπληξη για τον ίδιο ακριβώς λόγο.

Ακόμη έχουμε την ανάλυση για την περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες κλέβουν με μια πιθανότητα στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ και ο αφέντης επεξεργαστής κάνει έλεγχο σαν γνήσια στρατηγική. Στην περίπτωση αυτή ενώσω εξακολουθεί να ισχύει η ανίσωση $MC_U < MC_V + \prod_{j \in w} p_c^{(j)}$ τότε το όφελος του αφέντη επεξεργαστή όταν κάνει επαλήθευση εξακολουθεί να είναι μεγαλύτερο από την περίπτωση κατά την οποία κάνει επικύρωση. Όμως κάτι τέτοιο δεν ευσταθεί διότι η τιμή $\prod_{j \in w} p_c^{(j)}$ είναι μια θετική τιμή και έτσι η πιο πάνω συνθήκη αντιφάσκει στην αρχική μας υπόθεση, $MC_V < MC_U$ συνεπώς έχουμε $U_{Mv} > U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό δεν ήταν αναμενόμενο όμως μπορεί να αιτιολογηθεί διότι ενώ ο αφέντης κάνει έλεγχο υπάρχει η πιθανότητα ο εργάτης να μην κλέψει και άρα να μην έχουμε κανένα όφελος από την επαλήθευση, άρα το όφελος του αφέντη από την επικύρωση θα είναι μεγαλύτερο από την επαλήθευση.

Τέλος εξετάζουμε την περίπτωση που οι εργάτες επεξεργαστές κλέβουν και ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επαλήθευση. Εδώ όταν το $MC_U < MC_V + MB_R$ τότε το όφελος του αφέντη επεξεργαστή όταν κάνει επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από το όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$. Αναμέναμε το αποτέλεσμα αυτό διότι ο αφέντης κάνει έλεγχο, και με την επαλήθευση θα πάρει μια επιπλέον ανταμοιβή αλλά αν το κόστος της επικύρωσης γίνει πολύ μικρό όπως δηλώνει η συνθήκη μας τότε πλέον δεν θα είναι προς το συμφέρον του αφέντη να κάνει επαλήθευση. Θα προτιμήσει να κάνει επικύρωση ακόμη και αν δεν λάβει το ορθό αποτέλεσμα.

Αφού αναλύσαμε το τι γίνεται στα παιχνίδια 1:1 και 1:1ⁿ για τα μοντέλα επιβράβευσης R_m και R_a τώρα θα συνεχίσουμε αναλύοντας το τι γίνεται όταν το μοντέλο επιβράβευσης μας είναι το R_b για τα συγκεκριμένα παιχνίδια. Στο μοντέλο αυτό όπως προαναφέραμε όταν ο αφέντης επεξεργαστής δεν κάνει έλεγχο στους εργάτες επεξεργαστές δεν επιβραβεύει κανένα επεξεργαστή.

Οι πιο κάτω πίνακες περιγράφουν το **παιχνίδι 1:1ⁿ** για το μοντέλο επιβράβευσης **R₀** (και για το παιχνίδι 1:1 για n=1) για την περίπτωση που ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση (Πίνακας 4.3) και επαλήθευση (Πίνακας 4.4).

Περίπτωση: $MC_V = MC_U$

Παίρνοντας τους πιο πάνω πίνακες δίνουμε μια ανάλυση για την περίπτωση όπου το $MC_V = MC_U$.

Πρώτα εξετάζουμε την περίπτωση κατά την οποία ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να κάνει έλεγχο με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα (0,1) και οι εργάτες επεξεργαστές επιλέγουν να μην πουν την αλήθεια με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα (0,1). Στην περίπτωση αυτή το όφελος του αφέντη επεξεργαστή όταν κάνει επαλήθευση (U_{Mu}) είναι μεγαλύτερο από την περίπτωση κατά την οποία κάνει επικύρωση (U_{Mv}), δηλαδή $U_{Mv} < U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο διότι ο αφέντης με το να επιλέξει μια στρατηγική (επαλήθευση) με την οποία παίρνει σε κάθε περίπτωση την ορθή απάντηση αυξάνει το όφελος του μιας και λαμβάνει το ορθό αποτέλεσμα. Ενώ αν έκανε επικύρωση και οι εργάτες τον έκλεβαν τότε δεν θα λάμβανε το ορθό αποτέλεσμα και το όφελός του θα ήταν μικρότερο από το αν έκανε επαλήθευση.

Επίσης η πιθανότητα να κλέψουν οι εργάτες επεξεργαστές όταν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση είναι μεγαλύτερη από το αν ο αφέντης επέλεγε να κάνει επαλήθευση, $P_{Cv} > P_{Cu}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο μιας και με την μέθοδο της επαλήθευσης ο αφέντης πάντα θα γνωρίζει αν οι εργάτες τον κλέβουν και έτσι η πιθανότητα να τον κλέψουν θα είναι μικρότερη από την περίπτωση που οι εργάτες μπορεί και να μην πιαστούν να τον κλέβουν (επικύρωση). Τέλος όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει ο αφέντης η πιθανότητα όταν επιλέξει να τυχαιοποιήσει την απάντηση του θα είναι η ίδια.

Equilibrium p_C, p_V	Conditions	P_{wrong}	U_M	U_{W_i}
$\frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$		$(1 - p_V)P_C$	$p_V((1 - p_C^n)MB_{\mathcal{R}} - MC_V - (1 - p_C)nMC_A) + (1 - p_V)(MB_{\mathcal{R}}(1 - P_C) - MP_W P_C)$	$-p_V WP_C$
0, $\frac{WC_T}{WB_A + WP_C} \leq p_V < 1$ $0 < p_V$	$MC_A = MC_V = 0$	0	$MB_{\mathcal{R}}$	$p_V WB_A - WC_T$
1, $0 < p_V \leq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$ $p_V < 1$	$MC_V = MP_W$	$1 - p_V$	$-MC_V$	$-p_V WP_C$
$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, 0$ $p_C < 1$	$WC_T = 0$	P_C	$MB_{\mathcal{R}}(1 - P_C) - MP_W P_C$	0
$\frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} \leq p_C < 1$, 1 $0 < p_C$	$WC_T = WB_A + WP_C$	0	$(1 - \prod_{j \in W} p_C^{(j)})MB_{\mathcal{R}} - MC_V - \sum_{(W_F, W_T) \in \mathcal{W}} \prod_{j \in W_F} p_C^{(j)} \cdot \prod_{k \in W_T} (1 - p_C^{(k)}) W_T MC_A$	$-WP_C$
1, 1	$MC_V \leq MP_W$ $WC_T \geq WB_A + WP_C$	0	$-MC_V$	$-WP_C$
0, 1	$MC_V = MC_A = 0$ $WC_T \leq WB_A + WP_C$	0	$MB_{\mathcal{R}}$	$WB_A - WC_T$
1, 0	$MC_V \geq MP_W$	1	$-MP_W$	0

Πίνακας 4.3 (1:1ⁿ, R_θ, επικύρωση)

Equilibrium p_c, p_v	Conditions	P_{wrong}	U_M	U_{Wi}
$\frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$		$(1 - p_v) P_c$	$p_v(MB_R - MC_U - (1 - p_c)MC_A) + (1 - p_v)(MB_R(1 - P_c) - MP_W P_c)$	$-p_v WP_C$
$0, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C} \leq p_v \leq 1$ $0 \leq p_v$	$MC_A = MC_U = 0$	0	MB_R	$p_v WB_A - WC_T$
$1, 0 \leq p_v \leq \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$ $p_v \leq 1$	$-MB_R + MC_U = MP_W$	$1 - p_v$	$MB_R - MC_U$	$-p_v WP_C$
$0 \leq p_c$ $\leq \frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, 0$ $p_c \leq 1$	$WC_T = 0$	P_c	$MB_R(1 - P_c) - MP_W P_c$	0
$\frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W} \leq p_c \leq 1, 1$ $0 \leq p_c$	$WC_T = WB_A + WP_C$	0	$MB_R - MC_U - \sum_{k=1}^n \frac{P_{k+1} p_c^{(k)}}{P_{k+1}(1 - p_c^{(k)})} W_T MC_A$	$-WP_C$
1,1	$-MB_R + MC_U \leq MP_W$ $WC_T \geq WB_A + WP_C$	0	$MB_R - MC_U$	$-WP_C$
0,1	$MC_U = MC_A = 0$ $WC_T \leq WB_A + WP_C$	0	MB_R	$WB_A - WC_T$
1,0	$-MB_R + MC_U \geq MP_W$	1	$-MP_W$	0

Πίνακας 4.4 (1:1ⁿ, R_θ , επαλήθευση)

Στην συνέχεια εξετάζουμε την περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες επεξεργαστές κλέβουν σαν γνήσια στρατηγική και ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να κάνει έλεγχο με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$. Εδώ παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη επεξεργαστή είναι μεγαλύτερο όταν κάνει επαλήθευση από το όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$. Αυτό ήταν κάτι που αναμέναμε διότι οι εργάτες κλέβουν και άρα ο αφέντης με την επαλήθευση θα λάβει το ορθό αποτέλεσμα και θα αυξήσει το όφελός του ενώ με την επικύρωση δεν θα το λάβει άρα το όφελός του δεν θα αυξηθεί.

Επίσης στην περίπτωση που οι εργάτες επεξεργαστές επιλέγουν να μην είναι ειλικρινείς με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ ή επιλέγουν σαν γνήσια στρατηγική να μην είναι ειλικρινείς και ο αφέντης επεξεργαστής κάνει έλεγχο σαν γνήσια στρατηγική, τότε λαμβάνουμε τα ίδια αποτελέσματα με την πιο πάνω περίπτωση. Το όφελος του αφέντη επεξεργαστή είναι μεγαλύτερο όταν κάνει επαλήθευση από το όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$. Αυτό ήταν αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που αναφέραμε και στην πιο πάνω περίπτωση.

Τέλος έχουμε τις περιπτώσεις κατά τις οποίες οι εργάτες επεξεργαστές επιλέγουν να είναι ειλικρινείς σαν γνήσια στρατηγική ή ο αφέντης επεξεργαστής επιλέγει να μην κάνει έλεγχο σαν γνήσια στρατηγική. Τότε όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει ο αφέντης επεξεργαστής δεν κάνει διαφορά μιας και το όφελος του όταν κάνει επαλήθευση στις περιπτώσεις αυτές είναι το ίδιο με το όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} = U_{Mu}$. Αυτό ήταν αναμενόμενο, οφείλεται στο γεγονός πως το μοντέλο ελέγχου με επαλήθευση είναι πιο δυνατό από αυτό της επικύρωσης όταν δεν έχουμε αποκλείσει το ενδεχόμενο οι εργάτες να κλέβουν ή ο αφέντης να μην κάνει έλεγχο. Συνεπώς στην περίπτωση που μελετάμε τα μοντέλα καταλήγουν να είναι ισοδύναμα.

Περίπτωση: $MC_v < MC_u$

Προχωρώντας ένα βήμα πιο κάτω στην ανάλυσή μας παρουσιάζουμε το ενδεχόμενο το κόστος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση να είναι μεγαλύτερο από το κόστος του

όταν κάνει επικύρωση, $MC_V < MC_U$. Έτσι με βάση τα αποτελέσματα των Πινάκων 4.3 και 4.4 προχωρούμε στην ανάλυση.

Βρισκόμενοι λοιπόν στα παιχνίδια $1:1^n$ και $1:1$ για το μοντέλο επιβράβευσης R_0 κοιτάζουμε αρχικά την περίπτωση κατά την οποία ο αφέντης κάνει έλεγχο με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ και οι εργάτες κλέβουν με μια πιθανότητα που επίσης βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$. Όταν το $MC_U <$

$MC_V + \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} MB_R$ δηλαδή όταν το κόστος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση

είναι μικρότερο από την τιμή $MC_V + \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} MB_R$ τότε το όφελος του αφέντη

όταν κάνει επαλήθευση εξακολουθεί να είναι μεγαλύτερο από όταν επιλέγει να κάνει επικύρωση, $U_{M_V} < U_{M_U}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο διότι με την επαλήθευση ο αφέντης παίρνει μια επιπλέον ανταμοιβή αλλά αν το κόστος της επικύρωσης γίνει πολύ μικρό όπως δηλώνει η συνθήκη μας τότε πλέον δεν θα είναι προς το συμφέρον του αφέντη να κάνει επαλήθευση. Θα προτιμήσει να κάνει επικύρωση παίρνοντας το ρίσκο να μην λάβει το ορθό αποτέλεσμα.

Στις περιπτώσεις όπου έχουμε τους εργάτες να είναι ειλικρινείς σαν γνήσια στρατηγική έχουμε σαν προϋπόθεση για την ύπαρξη αυτής της ισορροπίας πως το κόστος του ελέγχου που κάνει ο αφέντης (MC_V ή MC_U) είναι ίσο με το κόστος του αφέντη όταν δέχεται την απάντηση του εργάτη (MC_A). Βρισκόμαστε στο μοντέλο επιβράβευσης R_0 και έτσι το $MC_A = 0$ συνεπώς και το κόστος ελέγχου είναι ίσο με μηδέν. Έτσι στις περιπτώσεις αυτές το $MC_V = MC_U = 0$ και κατά συνέπεια η ανάλυσή μας συμπίπτει με την προηγούμενη ανάλυση (όπου $MC_V = MC_U$) για τις περιπτώσεις αυτές, με άλλα λόγια το $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αναμέναμε πως κάτι τέτοιο θα ίσχυε στις περιπτώσεις αυτές μια και οι εργάτες είναι ειλικρινείς και άρα αν ο αφέντης κάνει έλεγχο τότε δεν θα λάβει κάποιο επιπλέον όφελος αν κάνει επαλήθευση αντί επικύρωση.

Στην συνέχεια εξετάζουμε τις περιπτώσεις κατά τις οποίες οι εργάτες κλέβουν σαν γνήσια στρατηγική και ο αφέντης κάνει έλεγχο με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ ή κάνει έλεγχο στους εργάτες σαν γνήσια στρατηγική. Εδώ παρατηρούμε πως μια και το $MC_V < MC_U$ για να εξακολουθεί το όφελος του αφέντη να

είναι μεγαλύτερο όταν αυτός κάνει έλεγχο με επαλήθευση θα πρέπει το $MC_U < MC_V + MB_R$. Συνεπώς όταν ισχύει η ανίσωση $MC_V < MC_U < MC_V + MB_R$ το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από το όταν κάνει επικύρωση, $U_{M_V} < U_{M_U}$. Όπως και στην περίπτωση πιο πάνω που οι εργάτες έκλεβαν με μια πιθανότητα και ο αφέντης έκανε έλεγχο με μια πιθανότητα το αποτέλεσμα δεν μας προκαλεί καμία έκπληξη για τον ίδιο ακριβώς λόγο.

Επίσης υπάρχουν και οι περιπτώσεις όπου ο αφέντης δεν κάνει έλεγχο στους εργάτες. Στις περιπτώσεις αυτές όπως παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη ανάλυση όταν το $MC_V = MC_U$ το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι το ίδιο με το όταν κάνει επικύρωση. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως όταν το $MC_V < MC_U$ το όφελος του αφέντη παραμένει το ίδιο όποιο έλεγχο και αν επιλέξει να κάνει, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Ο λόγος που οδηγούμαστε στο ακόλουθο συμπέρασμα είναι διότι στις εξισώσεις του οφέλους του αφέντη δεν εμφανίζεται καθόλου το κόστος που κάνει για τον έλεγχο. Οι περιπτώσεις αυτές μας δίνουν ακριβώς το αποτέλεσμα που αναμέναμε δηλαδή $U_{M_V} = U_{M_U}$ μιας και ο αφέντης δεν χρησιμοποιεί καμία από τις μεθόδους ελέγχου και έτσι το όφελος του δεν επηρεάζεται από αυτές.

Τέλος εξετάζουμε την περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες κλέβουν με μια πιθανότητα η οποία βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $(0,1)$ και ο αφέντης κάνει έλεγχο στους εργάτες σαν γνήσια στρατηγική. Στην περίπτωση αυτή όταν το $MC_U < \prod_{j \in W} p_c^{(j)} + MC_V$ τότε το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από όταν κάνει επικύρωση. Όμως κάτι τέτοιο δεν ευσταθεί διότι η τιμή $\prod_{j \in W} p_c^{(j)}$ είναι μια θετική τιμή και έτσι η πιο πάνω συνθήκη αντιφάσκει στην αρχική μας υπόθεση, $MC_V < MC_U$ συνεπώς έχουμε $U_{M_V} > U_{M_U}$. Το αποτέλεσμα αυτό δεν ήταν αναμενόμενο όμως μπορεί να αιτιολογηθεί διότι ενώ ο αφέντης κάνει έλεγχο υπάρχει η πιθανότητα ο εργάτης να μην κλέψει και άρα να μην έχουμε κανένα όφελος από την επαλήθευση, άρα το όφελος του αφέντη από την επικύρωση θα είναι μεγαλύτερο από την επαλήθευση.

4.4.2 Παιχνίδι Π0:n

Το επόμενο παιχνίδι που συλλογίζομαστε είναι το Παιχνίδι Π0: n. Στο παιχνίδι αυτό για τους λόγους που αναφέρθηκαν σ' αυτό και στο προηγούμενο κεφάλαιο για να υπάρξει μια ισορροπία ο μόνος τρόπος είναι όλοι οι εργάτες να επιλέξουν σαν γνήσια τους στρατηγική να πουν την αλήθεια. Κατά συνέπεια τόσο η πιθανότητα οι εργάτες να κλέψουν όσο και η πιθανότητα να έχει λάβει ο αφέντης την λάθος απάντηση είναι μηδενική, $p_c^{(i)} = 0$, $P_{\text{wrong}} = 0$.

Περίπτωση: $MC_V = MC_U$

Για τον λόγο αυτό σε όποιο μοντέλο επιβράβευσης και να βρισκόμαστε όταν το κόστος επαλήθευσης είναι ίσο με το κόστος επικύρωσης $MC_V = MC_U$ τότε το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση είναι το ίδιο με το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αναμέναμε το αποτέλεσμα αυτό διότι για να υπάρξει ισορροπία το $p_c^{(i)} = 0$ και έτσι δεν έχουμε την περίπτωση όλοι οι εργάτες να κλέβουν και ο αφέντης κάνει έλεγχο η οποία συνιστά και την μεγαλύτερη διαφορά ανάμεσα στα δύο μοντέλα ελέγχου, της επαλήθευσης και της επικύρωσης. Συνεπώς δεν θα άλλαζε κάτι στο όφελος του αφέντη οποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθούσε.

Περίπτωση: $MC_V < MC_U$

Όταν το $MC_V < MC_U$ τότε για το συγκεκριμένο παιχνίδι και για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης για να έχουμε το όφελος του αφέντη να είναι μεγαλύτερο όταν κάνει επαλήθευση από όταν κάνει επικύρωση τότε το $MC_V > MC_U$ κάτι τέτοιο όμως αντιφάσκει στην συνθήκη της περίπτωσης που εξετάζουμε. Κατά συνέπεια όταν το $MC_V < MC_U$ τότε το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση είναι μεγαλύτερο από όταν κάνει επαλήθευση, $U_{M_V} > U_{M_U}$. Το αποτέλεσμα αυτό αν και εκ πρώτης όψεως δεν ήταν το αναμενόμενο εντούτοις αν το σκεφτούμε καλύτερα είναι πολύ λογικό. Στο παιχνίδι αυτό οι εργάτες δεν κλέβουν συνεπώς όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει ο αφέντης αυτή δεν θα του αυξήσει το όφελος του. Άρα από την στιγμή που η επικύρωση έχει μικρότερο κόστος από την επαλήθευση το όφελος του αφέντη θα αυξηθεί αν ακολουθήσει μια πιο ανέξοδη μέθοδο.

4.4.3 Παιχνίδι Π1: n

Στο παιχνίδι αυτό η ανάλυση που είχε γίνει ήταν η ίδια με το Παιχνίδι Π0: n , με την διαφορά πως επειδή υπήρχε η συμμετοχή του αφέντη στο παιχνίδι είχαμε και κάποια επιπρόσθετη ανάλυση για τις συνθήκες που έπρεπε να ισχύουν εξαιτίας της συμμετοχής του αφέντη. Για να υπάρξει ισορροπία εξακολουθούσε να ισχύει πως $p_c = 0$. Όμως σε όλα τα μοντέλα επιβράβευσης η ανάλυση που έγινε δείχνει πως το κόστος του αφέντη όταν κάνει έλεγχο πρέπει να είναι μηδενικό, $MC_V = MC_U = 0$.

Για τον λόγο αυτό στην περίπτωση όπου το $MC_V = MC_U$ για οποιοδήποτε μοντέλο επιβράβευσης το $U_{M_V} = U_{M_U}$. Η ανάλυση για την περίπτωση όπου το $MC_V < MC_U$ δεν μπορεί να υφίσταται διότι όπως προαναφέραμε $MC_V = MC_U = 0$. Τα αποτελέσματα αυτά αν και μη αναμενόμενα δεν μας ξαφνιάζουν αν αναλογιστούμε ότι για να έχουμε μια IN το $MC_V = MC_U = 0$ και άρα τα αποτελέσματα μας έπονται.

4.4.4 Σύνοψη

Θέλοντας να συνοψίσουμε τα αποτελέσματα που εξάγουμε από την ανάλυση που κάνουμε ανάμεσα στις δύο μεθόδους ελέγχου για όλα τα παιχνίδια παρουσιάζουμε τους δύο πίνακες που ακολουθούν. Ο Πίνακας 4.5 παρουσιάζει την περίπτωση όπου το $MC_V = MC_U$ και ο Πίνακας 4.6 την περίπτωση όπου $MC_V < MC_U$. Οι πίνακες όμως αυτοί παρουσιάζουν μόνο τις ενδιαφέρουσες περιπτώσεις όπου το $U_{M_V} \neq U_{M_U}$.

(Παιχνίδι, Μοντέλο)	p_c, p_v	Συνθήκη	Οφέλη
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1), (0,1)$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1), 1$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$1, (0,1)$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$1, 1$	$MC_V < MP_W + MC_A$ $MC_U < MP_W + MC_A + MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$(0,1), (0,1)$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$1, (0,1)$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$(0,1), 1$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$1, 1$		$U_{Mv} < U_{Mu}$

Πίνακας 4.5 ($MC_V = MC_U$)

(Παιχνίδι, Μοντέλο)	p_c, p_v	Συνθήκη	Οφέλη
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1), (0,1)$	$MC_U < MC_V + \frac{MC_V}{MC_A + MP_W} MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$1, (0,1)$	$MC_U < MC_V + MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1), 1$	$MC_U > MC_V$	$U_{Mv} > U_{Mu}$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$1, 1$	$MC_U < MC_V + MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$(0,1), (0,1)$	$MC_U < MC_V + \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$1, (0,1)$	$MC_U < MC_V + MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$1, 1$	$MC_U < MC_V + MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$(0,1), 1$	$MC_U > MC_V$	$U_{Mv} > U_{Mu}$
$(0:n, R_m)$ $(0:n, R_a)$ $(0:n, R_\emptyset)$	$0, (0,1)$	$MC_U > MC_V$	$U_{Mv} > U_{Mu}$
$(0:n, R_m)$ $(0:n, R_a)$ $(0:n, R_\emptyset)$	$0, 1$	$MC_U > MC_V$	$U_{Mv} > U_{Mu}$

Πίνακας 4.6 ($MC_V < MC_U$)

4.5 Σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου για τα δύο ρεαλιστικά σενάρια

Προχωράμε παρουσιάζοντας την ανάλυση της σύγκρισης που έγινε ανάμεσα στα δύο ρεαλιστικά σενάρια τα οποία αναλογιζόμαστε. Ακόμη παρουσιάζουμε ποία είναι τα πιο συμφέροντα σενάρια τα οποία θα πρέπει να επιδιώξει να παίξει ο αφέντης και ποία μέθοδο ελέγχου είναι προς το συμφέρον του να χρησιμοποιήσει.

4.5.1 Σενάριο 1

Ξεκινούμε με το πρώτο πραγματικό σενάριο που αναφέρθηκε, το σενάριο που ασχολείται με εθελοντικά υπολογιστικά προγράμματα όπως το SETI@home. Στους πιο κάτω πίνακες συνοψίζονται τα αποτελέσματα που παίρνουμε από την ανάλυση όταν ο αφέντης επεξεργαστής κάνει επικύρωση (Πίνακας 4.7) και επαλήθευση (Πίνακας 4.8).

Περίπτωση: $MC_V = MC_U$

Αρχικά αναλύουμε την περίπτωση κατά την οποία έχουμε $MC_V = MC_U$. Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε πως για τα **Παιχνίδια Π1:1 και Π1:1ⁿ** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης έχουμε την πιθανότητα οι εργάτες να κλέβουν και ο αφέντης κάνει επαλήθευση (p_{Cu}) να είναι σ' ένα μικρότερο διάστημα απ' όταν κάνει επικύρωση (p_{Cv}), $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$. Αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο διότι αν ο αφέντης έκανε επαλήθευση τότε σε κάθε περίπτωση θα ανακάλυπτε τους εργάτες που κλέβουν ενώ με την επικύρωση μπορεί και να μην τους ανακάλυπτε. Συνεπώς η πιθανότητα οι εργάτες να κλέψουν μειώνεται αν κάθε φορά που ο αφέντης θα κάνει έλεγχο αυτός θα είναι με επαλήθευση.

Επίσης ακόμα μια παρατήρηση είναι πως το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση είναι το ίδιο με όταν κάνει επαλήθευση, $U_{Mv} = U_{Mu}$. Αυτό είναι αναμενόμενο διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες για τα παιχνίδια αυτά ο αφέντης δεν κάνει έλεγχο. Συνεπώς δεν θα έχουμε διαφορά στο όφελος του όποια μέθοδο και να χρησιμοποιεί.

(Game, Model)	Equilibrium p_C, p_V	P_{wrong}	U_M	U_{W_i}
$(1:1, \mathcal{R}_m), (1:1, \mathcal{R}_a)$	$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, p_C < 1, p_V = 0$	p_C	$MB_R - p_C(MB_R + MP_W) - MC_A$	WB_A
$(1:1, \mathcal{R}_\emptyset)$	$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, p_C < 1, p_V = 0$	p_C	$MB_R - p_C(MB_R + MP_W)$	0
$(1:1^n, \mathcal{R}_m), (1:1^n, \mathcal{R}_a)$	$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, p_C < 1, p_V = 0$	P_C	$MB_R - P_C(MB_R + MP_W) - nMC_A$	WB_A
$(1:1^n, \mathcal{R}_\emptyset)$	$0 \leq p_C \leq \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, p_C < 1, p_V = 0$	P_C	$MB_R - P_C(MB_R + MP_W)$	0
$(0:n, \mathcal{R}_m)$	$p_C = 0, \frac{WB_A}{WP_C + 2WB_A} < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V MC_V - nMC_A$	$ W_i WB_A$
$(0:n, \mathcal{R}_a)$	$p_C = 0, 0 < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V MC_V - nMC_A$	$ W_i WB_A$
$(0:n, \mathcal{R}_\emptyset)$	$p_C = 0, 0 < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V(MC_V + nMC_A)$	$p_V W_i WB_A$

Πίνακας 4.7 (Σενάριο 1, επικύρωση)

(Game ,Model)	Equilibrium p_c, p_v	P_{wrong}	U_M	U_{Wi}
(1:1, R_m), (1:1, R_a)	$0 \leq p_c \leq \frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, p_v=0$ $p_c \leq 1$	p_c	$MB_R - p_c(MB_R + MP_W) - MC_A$	WB_A
(1:1, R_θ)	$0 \leq p_c \leq \frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, p_v=0$ $p_c \leq 1$	p_c	$MB_R - p_c(MB_R + MP_W)$	0
(1:1 ⁿ , R_m), (1:1 ⁿ , R_a)	$0 \leq p_c \leq \frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, p_v=0$ $p_c \leq 1$	P_C	$MB_R - P_C (MB_R + MP_W) - nMC_A$	WB_A
(1:1 ⁿ , R_θ)	$0 \leq p_c \leq \frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, p_v=0$ $p_c \leq 1$	P_C	$MB_R - P_C (MB_R + MP_W)$	0
(0:n, R_m)	$p_c=0, \frac{WB_A}{WB_A + nWB_A} \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v MC_U - nMC_A$	$ W_i WB_A$
(0:n, R_a)	$p_c=0, 0 \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v MC_U - nMC_A$	$ W_i WB_A$
(0:n, R_θ)	$p_c=0, 0 \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v (MC_U + nMC_A)$	$p_v W_i WB_A$

Πίνακας 4.8 (Σενάριο 1, επαλήθευση)

Για το **Παιχνίδι Π0:n** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης παρατηρούμε πως όταν το $MC_V = MC_U$ τότε το όφελος του αφέντη όταν επικύρωση είναι το ίδιο με όταν κάνει επαλήθευση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αυτό ήταν αναμενόμενο διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες για το παιχνίδι αυτό οι εργάτες είναι ειλικρινείς και άρα δεν θα εμφανιστεί η διαφορά ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου ώστε να επηρεαστεί το όφελος του αφέντη.

Περίπτωση: $MC_V < MC_U$

Προχωρούμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα όταν έχουμε σαν προϋπόθεση πως $MC_V < MC_U$. Όταν έχουμε τα **Παιχνίδια Π1:1 και Π1:1ⁿ** για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m έχουμε την πιθανότητα οι εργάτες να κλέβουν και ο αφέντης κάνει επαλήθευση (p_{Cu}) να είναι σ' ένα μικρότερο διάστημα απ' ότι όταν κάνει επικύρωση (p_{Cv}), $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$, όταν ισχύει η συνθήκη $MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$. Για τα παιχνίδια 1:1 και 1:1ⁿ και για μοντέλο επιβράβευσης R_o έχουμε το $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$, όταν ισχύει η συνθήκη $MC_U < [(MC_V + MC_A)(MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W)] - MC_A$. Αυτό ήταν κάτι που αναμέναμε διότι αν ο αφέντης έκανε επαλήθευση τότε σε κάθε περίπτωση θα ανακάλυπτε τους εργάτες που κλέβουν ενώ με την επικύρωση μπορεί και να μην τους ανακάλυπτε. Συνεπώς η πιθανότητα οι εργάτες να κλέψουν μειώνεται αν κάθε φορά που ο αφέντης θα κάνει έλεγχο αυτός θα είναι με επαλήθευση.

Επίσης παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι το ίδιο με όταν κάνει επικύρωση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αυτό είναι αναμενόμενο διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες για τα παιχνίδια αυτά ο αφέντης δεν κάνει έλεγχο. Συνεπώς δεν θα έχουμε διαφορά στο όφελος του όποια μέθοδο και να χρησιμοποιεί και όποιο και αν είναι το κόστος της μεθόδου.

Για το **Παιχνίδι Π0:n** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης παρατηρούμε πως για να έχουμε το όφελος του αφέντη να είναι μεγαλύτερο όταν κάνει έλεγχο με επαλήθευση από το όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση πρέπει $MC_V > MC_U$. Η συνθήκη όμως αυτή αντιφάσκει στην αρχική μας υπόθεση ($MC_V < MC_U$) και συνεπώς το όφελος του

αφέντη όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση είναι μεγαλύτερο από όταν κάνει έλεγχο με επαλήθευση, $U_{Mv} > U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό αν και εκ πρώτης όψεως δεν ήταν το αναμενόμενο εντούτοις αν το σκεφτούμε καλύτερα είναι πολύ λογικό. Στο παιχνίδι αυτό οι εργάτες δεν κλέβουν συνεπώς όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει ο αφέντης αυτή δεν θα του αυξήσει το όφελος του. Άρα από την στιγμή που η επικύρωση έχει μικρότερο κόστος από την επαλήθευση το όφελος του αφέντη θα αυξηθεί αν ακολουθήσει μια πιο ανέξοδη μέθοδο.

Γενικότερα Συμπεράσματα

Γενικά παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη είναι μικρότερο από το κέρδος του όταν έχει δεκτή την σωστή απάντηση ανεξαρτήτως ποιας μεθόδου έλεγchu θα επιλέξει, $U_M < MB_R$. Τα παιχνίδια που ξεχωρίζουν ως τα πιο επικερδή για τον αφέντη είναι πρώτον το παιχνίδι $(0:n, R_0)$ όταν η πιθανότητα να κάνει έλεγchu p_v ρυθμίζεται να είναι αυθαίρετα μικρή. Ο έλεγχος που πρέπει να κάνει ο αφέντης θα πρέπει να είναι με επικύρωση αν $MC_V < MC_U$ ενώ αν $MC_V = MC_U$ τότε μπορεί να ακολουθήσει οποιαδήποτε από τις δύο μεθόδους ελέγχου. Το n δηλαδή το πλήθος των εργατών θα πρέπει να είναι ίσο με ένα.

Το δεύτερο παιχνίδι το οποίο ξεχωρίζει ως το πιο επικερδές έρχεται μαζί με ορισμένες προϋποθέσεις που αν τηρούνται το κάνουν πιο επικερδές για τον αφέντη ακόμη και από το προηγούμενο παιχνίδι. Αναφερόμαστε στο παιχνίδι $(1:1^n, R_0)$ το οποίο για μεγάλα κέρδη του αφέντη από την αποδοχή της ορθής απάντησης MB_R , είναι πιο συμφέρον για τον αφέντη αν το $P_C < (p_v (MC_V + nMC_A)) / (MB_R + MP_W)$. Ο αφέντης όμως θα πρέπει να χρησιμοποιεί σαν μέθοδο ελέγχου την επαλήθευση ανεξάρτητα από το αν είναι ή όχι ακριβότερη από την επικύρωση. Με άλλα λόγια για ένα πολύ μεγάλο κέρδος του αφέντη από την αποδοχή της ορθής απάντησης το παιχνίδι αυτό γίνεται η βέλτιστη επιλογή για τον αφέντη. Επίσης το πλήθος των εργατών θα πρέπει να είναι και πάλι ίσο με ένα.

4.5.2 Σενάριο 2

Προχωρούμε στο επόμενο ρεαλιστικό σενάριο στο οποίο μελετάτε, μια εταιρεία η οποία αγοράζει υπολογιστική δύναμη από χρήστες στο διαδίκτυο και την πουλάει σε πελάτες που την χρειάζονται. Στους πίνακες που παραθέτονται πιο κάτω συνοψίζονται τα αποτελέσματα που παίρνουμε από την ανάλυση όταν ο αφέντης κάνει επικύρωση (Πίνακας 4.9) και επαλήθευση (Πίνακας 4.10).

Περίπτωση: $MC_V = MC_U$

Εξετάζουμε πρώτα την περίπτωση όπου το $MC_V = MC_U$. Για το **Παιχνίδι Π1:1** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης έχουμε την πιθανότητα οι εργάτες να κλέβουν και ο αφέντης κάνει επαλήθευση (p_{Cu}) να είναι σ' ένα μικρότερο διάστημα απ' ότι όταν κάνει επικύρωση (p_{Cv}), $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$. Αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο διότι αν ο αφέντης έκανε επαλήθευση τότε σε κάθε περίπτωση θα ανακάλυπτε τους εργάτες που κλέβουν ενώ με την επικύρωση μπορεί και να μην τους ανακάλυπτε. Συνεπώς η πιθανότητα οι εργάτες να κλέψουν μειώνεται αν κάθε φορά που ο αφέντης θα κάνει έλεγχο αυτός θα είναι με επαλήθευση.

Ακόμη παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη όταν κάνει επικύρωση είναι το ίδιο με όταν κάνει επαλήθευση, $U_{Mv} = U_{Mu}$. Αν και αυτό ήταν κάτι που δεν αναμέναμε μπορεί να δικαιολογηθεί διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες στον υπολογισμό του οφέλους του αφέντη δεν περιλαμβάνεται το κόστος του ελέγχου.

Για το **Παιχνίδι Π1:1ⁿ** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης έχουμε και πάλι $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$. Αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που αναφέραμε στο πιο πάνω παιχνίδι. Αυτή την φορά όμως το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση και το $MC_V = MC_U$ είναι μεγαλύτερο παρά όταν κάνει επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο διότι ο αφέντης με το να επιλέξει μια στρατηγική (επαλήθευση) με την οποία παίρνει σε κάθε περίπτωση την ορθή απάντηση όταν υπάρχει πιθανότητα οι εργάτες να μην είναι ειλικρινείς αυξάνει το όφελος του.

(Game, Model)	Equilibrium P_C, p_V	Pure profit	U_M	U_{W_i}
$(1:1, \mathcal{R}_m), (1:1, \mathcal{R}_a)$	$\frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1 - p_V)P_C$	$MB_R - p_C(MB_R + MP_W) - MC_A$	$WB_A - WC_T$
$(1:1, \mathcal{R}_\emptyset)$	$\frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1 - p_V)P_C$	$MB_R - p_C(MB_R + MP_W)$	$-p_V WP_C$
$(1:1^n, \mathcal{R}_m), (1:1^n, \mathcal{R}_a)$	$\frac{MC_V}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1 - p_V)P_C$	$(p_V(1 - p_C^n) + (1 - p_V)(1 - P_C))MB_R$ $- p_V MC_V - (1 - p_V)P_C MP_W$ $- (1 - p_V p_C) n MC_A$	$WB_A - WC_T$
$(1:1^n, \mathcal{R}_\emptyset)$	$\frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1 - p_V)P_C$	$(p_V(1 - p_C^n) + (1 - p_V)(1 - P_C))MB_R$ $- p_V MC_V - (1 - p_V)P_C MP_W$ $- p_V(1 - p_C) n MC_A$	$-p_V WP_C$
$(0:n, \mathcal{R}_m)$	$0, \frac{ W_i WB_A + WC_T}{ W_i WP_C + 2WB_A} < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V MC_V - n MC_A$	$ W_i WB_A - WC_T$
$(0:n, \mathcal{R}_a)$	$0, \frac{ W_i WC_T}{ W_i WP_C + WB_A} < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V MC_V - n MC_A$	$ W_i WB_A - WC_T$
$(0:n, \mathcal{R}_\emptyset)$	$0, \frac{ W_i WC_T}{ W_i WP_C + WB_A} < p_V \leq 1$	0	$MB_R - p_V(MC_V + n MC_A)$	$p_V W_i WB_A - WC_T$

Πίνακας 4.9 (Σενάριο 2, επικύρωση)

(Game ,Model)	Equilibrium p_c, p_v	P_{wrong}	U_M	U_{Wi}
$(1:1, R_m), (1:1, R_a)$	$\frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1-p_v)p_c$	$MB_R - p_c(MB_R + MP_W) - MC_A$	$WB_A - WC_T$
$(1:1, R_\emptyset)$	$\frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1-p_v)p_c$	$MB_R - p_c(MB_R + MP_W)$	$-p_v WP_C$
$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$\frac{MC_U}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1-p_v) P_C$	$(1 - P_C(1-p_v))MB_R - p_v MC_U - (1-p_v) P_C MP_W - (1-p_c p_v)nMC_A$	$WB_A - WC_T$
$(1:1^n, R_\emptyset)$	$\frac{MC_U + MC_A}{MB_R + MC_A + MP_W}, \frac{WC_T}{WB_A + WP_C}$	$(1-p_v) P_C$	$(1 - P_C(1-p_v))MB_R - p_v MC_U - (1-p_v) P_C MP_W - (1-p_c)nMC_A$	$-p_v WP_C$
$(0:n, R_m)$	$0, \frac{p_v WB_A - WC_T }{p_v WB_A - WC_T + n WB_A } \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v MC_U - nMC_A$	$ W_i WB_A - WC_T$
$(0:n, R_a)$	$0, \frac{p_v WB_A - WC_T }{p_v WB_A - WC_T + n WB_A } \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v MC_U - nMC_A$	$ W_i WB_A - WC_T$
$(0:n, R_\emptyset)$	$0, \frac{p_v WB_A - WC_T }{p_v WB_A - WC_T + n WB_A } \leq p_v \leq 1$	0	$MB_R - p_v (MC_U + nMC_A)$	$p_v W_i WB_A - WC_T$

Πίνακας 4.10 (Σενάριο 2, επαλήθευση)

Όσον αφορά το **Παιχνίδι Π0:n** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης παρατηρούμε πως όταν το $MC_V = MC_U$ τότε το όφελος του αφέντη όταν επικύρωση είναι το ίδιο με όταν κάνει επαλήθευση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αυτό ήταν αναμενόμενο διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες για το παιχνίδι αυτό οι εργάτες είναι ειλικρινείς και άρα δεν θα εμφανιστεί η διαφορά ανάμεσα στις μεθόδους ελέγχου ώστε να επηρεαστεί το όφελος του αφέντη.

Περίπτωση: $MC_V < MC_U$

Συνεχίζουμε κοιτάζοντας την περίπτωση όπου $MC_V < MC_U$. Για το **Παιχνίδι Π1:1** και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m έχουμε την πιθανότητα οι εργάτες να κλέβουν και ο αφέντης κάνει επαλήθευση (p_{Cu}) να είναι σ' ένα μικρότερο διάστημα απ' ότι όταν κάνει επικύρωση (p_{Cv}), $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$, μόνο όταν ισχύει η συνθήκη $MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$. Αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο διότι αν ο αφέντης έκανε επαλήθευση τότε σε κάθε περίπτωση θα ανακάλυπτε τους εργάτες που κλέβουν ενώ με την επικύρωση μπορεί και να μην τους ανακάλυπτε. Συνεπώς η πιθανότητα οι εργάτες να κλέψουν μειώνεται αν κάθε φορά που ο αφέντης θα κάνει έλεγχο αυτός θα είναι με επαλήθευση.

Το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση για τα συγκεκριμένα μοντέλα είναι το ίδιο με όταν κάνει επικύρωση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Αν και αυτό ήταν κάτι που δεν αναμέναμε μπορεί να δικαιολογηθεί διότι όπως βλέπουμε από τους πιο πάνω πίνακες στον υπολογισμό του οφέλους του αφέντη δεν περιλαμβάνεται το κόστος του ελέγχου.

Εξετάζοντας το **Παιχνίδι Π1:1** για το μοντέλο επιβράβευσης R_θ όταν $MC_V < MC_U$ τότε έχουμε $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$ με την προϋπόθεση πως $MC_U < [(MC_V + MC_A)((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))] - MC_A$. Αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που ισχύει και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m που παρουσιάσαμε πιο πάνω. Το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι και πάλι όπως και στα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m το ίδιο με όταν κάνει επικύρωση, $U_{M_V} = U_{M_U}$. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό εξακολουθεί να είναι ο ίδιος.

Για το **Παιχνίδι Π1:1ⁿ** και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m κάτω από την υπόθεση πως το $MC_V < MC_U$, τότε έχουμε $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$, υπό την προϋπόθεση πως $MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$. Αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που ισχύει και για το Παιχνίδι Π1:1 που παρουσιάσαμε πιο πάνω. Παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη όταν κάνει επαλήθευση είναι μεγαλύτερο παρά όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$ αν $MC_U < MC_V + \frac{MC_V}{MC_A + MP_W}$

MB_R . Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο διότι με την επαλήθευση ο αφέντης παίρνει μια επιπλέον ανταμοιβή αλλά αν το κόστος της επικύρωσης γίνει πολύ μικρό όπως δηλώνει η συνθήκη μας τότε πλέον δεν θα είναι προς το συμφέρον του αφέντη να κάνει επαλήθευση. Θα προτιμήσει να κάνει επικύρωση παίρνοντας το ρίσκο να μην λάβει το ορθό αποτέλεσμα.

Όταν έχουμε το **Παιχνίδι Π1:1ⁿ** για το μοντέλο επιβράβευσης R_θ όταν $MC_V < MC_U$ τότε έχουμε $0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$ με την προϋπόθεση πως $MC_U < [(MC_V + MC_A)((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W)) - MC_A]$. Αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που ισχύει και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m που παρουσιάσαμε πιο πάνω. Το όφελος του αφέντη όταν κάνει έλεγχο με επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από το όφελος όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση, $U_{Mv} < U_{Mu}$, όταν ισχύει η συνθήκη $MC_U < MC_V + \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} MB_R$. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν κάτι αναμενόμενο για τον ίδιο λόγο που ισχύει και για τα μοντέλα επιβράβευσης R_a και R_m που παρουσιάσαμε πιο πάνω.

Τέλος έχουμε το **Παιχνίδι Π0:n** για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης και παρατηρούμε πως το όφελος του αφέντη όταν κάνει έλεγχο με επαλήθευση είναι μεγαλύτερο από το όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση αν $MC_V > MC_U$. Όμως αυτό αντιφάσκει στην αρχική μας υπόθεση ($MC_V < MC_U$) και συνεπώς το όφελος του αφέντη όταν κάνει έλεγχο με επικύρωση είναι μεγαλύτερο από όταν κάνει έλεγχο με επαλήθευση $U_{Mv} > U_{Mu}$. Το αποτέλεσμα αυτό αν και εκ πρώτης όψεως δεν ήταν το αναμενόμενο εντούτοις αν το σκεφτούμε καλύτερα είναι πολύ λογικό. Στο παιχνίδι αυτό οι εργάτες δεν κλέβουν συνεπώς όποια μέθοδο ελέγχου και να ακολουθήσει ο αφέντης αυτή δεν θα του αυξήσει το όφελος του. Άρα από την στιγμή που η επικύρωση έχει μικρότερο κόστος από την

επαλήθευση το όφελος του αφέντη θα αυξηθεί αν ακολουθήσει μια πιο ανέξοδη μέθοδο.

Γενικότερα Συμπεράσματα

Γενικά για το ρεαλιστικό αυτό σενάριο παρατηρούμε πως στους Πίνακες 4.9 και 4.10 υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες το όφελος του εργάτη είναι αρνητικό. Οι περιπτώσεις αυτές είναι τα παιχνίδια $(1:1, R_\theta)$ και $(1:1^n, R_\theta)$, και θα πρέπει να τα αποκλείσουμε διότι μιας και οι εργάτες μας δεν δρουν εθελοντικά δεν θα θέλουν ποτέ να εμπλακούν σε ένα παιχνίδι από το οποίο δεν θα αποκομίσουν κανένα απολύτως όφελος. Για τον λόγο αυτό όταν το $p_v < WC_T/|W_i|WB_A, \forall W_i \in W$ στο $(0:n, R_\theta)$ οι εργάτες και πάλι δεν θα θέλουν να συμμετάσχουν στο παιχνίδι αυτό. Ανάμεσα στα παιχνίδια $(0:n, R_m)$ και $(0:n, R_a)$ ο αφέντης επιλέγει το δεύτερο διότι το κατώτερο όριο της πιθανότητα να κάνει έλεγχο ο αφέντης είναι μικρότερο σε εμβέλεια από ότι στο παιχνίδι $(0:n, R_m)$ πράγμα που αυξάνει το όφελος του.

Στο ρεαλιστικό αυτό σενάριο όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο ο αφέντης είναι σε θέση να καθορίσει μια από της ακόλουθες παραμέτρους, το πλήθος των εργατών (n), το παιχνίδι, την τιμωρία του εργάτη που κλέβει (WP_C) και το κόστος του από την αποδοχή της απάντησης του εργάτη (MC_A) που ισοδυναμεί με την ανταμοιβή του εργάτη από την αποδοχή της απάντησης του από τον αφέντη (WB_A). Όπως προαναφέρθηκε ο αφέντης μπορεί να καθορίσει μια παράμετρο κάθε φορά ενώ οι υπόλοιπες παράμετροι είναι προκαθορισμένες.

Έτσι όταν καθορίζουμε το πλήθος των εργατών, n , τότε για τους λόγους που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο το παιχνίδι $(0:n, R_a)$ είναι το πιο συμφέρον αν και μόνο αν $WC_T + WC_T MC_V / S > S + WC_T MC_V / (WP_C + S)$. Επίσης είναι προς το συμφέρον του αφέντη να κάνει έλεγχο με επικύρωση για αυτό το παιχνίδι όταν $MC_V < MC_U$. Ενώ όταν $MC_V = MC_U$ τότε μπορεί να ακολουθήσει οποιαδήποτε από τις δύο μεθόδους ελέγχου.

Όταν ο αφέντης επιλέγει να καθορίσει την τιμωρία του εργάτη που κλέβει (WP_C) τότε το όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις που

αναφέρθηκαν σε κάποιες περιπτώσεις το παιχνίδι $(0:n, R_a)$ είναι καλύτερο ενώ σε άλλες περιπτώσεις το παιχνίδι $(0:n, R_\theta)$ είναι καλύτερο. Όμως και στα δυο αυτά παιχνίδια ο αφέντης θα πρέπει να κάνει επικύρωση όταν $MC_V < MC_U$, ενώ όταν $MC_V = MC_U$ τότε μπορεί να ακολουθήσει οποιαδήποτε από τις δύο μεθόδους ελέγχου επιθυμεί.

Τέλος όταν ο αφέντης επιλέγει να καθορίσει το S (MC_A ή WB_A) τότε το παιχνίδι $(1:1^n, R_m)$ είναι το καλύτερο όταν ισχύουν οι προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επίσης στο παιχνίδι αυτό θα πρέπει να γίνεται έλεγχος με επαλήθευση αν $MC_V = MC_U$ ή αν $MC_V < MC_U < MC_V + p_c^n MB_R$.

4.5.3 Σύνοψη

Θέλοντας να συνοψίσουμε τα αποτελέσματα που εξάγουμε από την ανάλυση που κάνουμε ανάμεσα στις δύο μεθόδους ελέγχου για τα δύο σενάρια παρουσιάζουμε τους δύο πίνακες που ακολουθούν. Ο Πίνακας 4.11 παρουσιάζει την περίπτωση όπου το $MC_V = MC_U$ και ο Πίνακας 4.12 την περίπτωση όπου $MC_V < MC_U$.

	(Παιχνίδι, Μοντέλο	p_c, p_v	Σύγκριση p_{Cu}, p_{Cv}		Σύγκριση U_{Mv}, U_{Mu}	
			Συνθήκη	Αποτέλεσμα	Συνθήκη	Αποτέλεσμα
Σενάριο 1	$(1:1, R_m), (1:1, R_a)$ $(1:1, R_\theta), (1:1^n, R_m),$ $(1:1^n, R_a), (1:1^n, R_\theta)$	$(0,1), 0$		$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(0:n, R_m),$ $(0:n, R_a),$ $(0:n, R_\theta)$	$0, (0,1)$				$U_{Mv} = U_{Mu}$
Σενάριο 2	$(1:1, R_m), (1:1, R_a),$ $(1:1, R_\theta)$	$(0,1), (0,1)$		$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a),$ $(1:1^n, R_\theta)$	$(0,1), (0,1)$		$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} < U_{Mu}$
	$(0:n, R_m), (0:n, R_a)$ $(0:n, R_\theta)$	$0, (0,1)$				$U_{Mv} = U_{Mu}$

Πίνακας 4.11 ($MC_V = MC_U$)

	(Παιχνίδι, Μοντέλο	p_c, p_v	Σύγκριση p_{Cu}, p_{Cv}		Σύγκριση U_{Mv}, U_{Mu}	
			Συνθήκη	Αποτέλεσμα	Συνθήκη	Αποτέλεσμα
Σενάριο 1	$(1:1, R_m), (1:1, R_a),$ $(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1), 0$	$MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(1:1, R_\theta), (1:1^n, R_\theta)$	$(0,1), 0$	$MC_U < [(MC_V + MC_A)((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W)) - MC_A]$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(0:n, R_m), (0:n, R_a)$ $(0:n, R_\theta)$	$0, (0,1)$				$U_{Mv} > U_{Mu}$

Σενάριο 2	$(1:1, R_m), (1:1, R_a)$	$(0,1),(0,1)$	$MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(1:1, R_\emptyset)$	$(0,1),(0,1)$	$MC_U < [(MC_V + MC_A)((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))] - MC_A$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$		$U_{Mv} = U_{Mu}$
	$(1:1^n, R_m), (1:1^n, R_a)$	$(0,1),(0,1)$	$MC_U < MC_V((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$	$MC_U < MC_V + \frac{MC_V}{MC_A + MP_W} MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
	$(1:1^n, R_\emptyset)$	$(0,1),(0,1)$	$MC_U < [(MC_V + MC_A)((MB_R + MC_A + MP_W) / (MC_A + MP_W))] - MC_A$	$0 \leq p_{Cu} \leq p_{Cv}$	$MC_U < MC_V + \frac{MC_V + MC_A}{MC_A + MP_W} MB_R$	$U_{Mv} < U_{Mu}$
	$(0:n, R_m), (0:n, R_a)$ $(0:n, R_\emptyset)$	$0,(0,1)$				$U_{Mv} > U_{Mu}$

Πίνακας 4.12 ($MC_V < MC_U$)

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

5.1 Γενικά Συμπεράσματα	84
5.2 Μελλοντικές Εργασίες	85
5.3 Εμπειρίες που αποκόμισα	86

5.1 Γενικά Συμπεράσματα

Στην μελέτη αυτή ασχοληθήκαμε με το πρόβλημα του αξιόπιστου διαδικτυακού υπολογισμού προσεγγίζοντας το από την πλευρά της θεωρίας παιγνίων. Μέσα από την έρευνα που έγινε εντοπίστηκε ένα ανοικτό πρόβλημα.

Το ανοικτό αυτό πρόβλημα βρισκόταν στα πλαίσια μιας μελέτης [8] η οποία παρουσίαζε κόστους-ευαίσθητους μηχανισμούς που οδηγούσαν σε ένα αξιόπιστο διαδικτυακό υπολογισμό. Το μοντέλο το οποίο πραγματευόταν ήταν ενός αφέντη – εργάτη στα πλαίσια ενός διαδικτυακού υπολογισμού και η μέθοδος ελέγχου που ακολουθούσε ο αφέντης ήταν η επικύρωση. Η μέθοδος της επικύρωσης άφηνε ανοικτό το περιθώριο στον αφέντη να μην λάβει την σωστή απάντηση αν αποφάσιζε να κάνει έλεγχο στους εργάτες και όλοι οι εργάτες να του έδιναν ένα ψεύτικο κατασκευασμένο αποτέλεσμα.

Έτσι η μελέτη αυτή παρουσίαζε την περίπτωση κατά την οποία η μέθοδος ελέγχου που θα ακολουθούσε ο αφέντης ήταν η επαλήθευση, όπου ο αφέντης θα υπολόγιζε το αποτέλεσμα της εργασίας αν πραγματοποιούσε έλεγχο στον εργάτη. Συνεπώς ανεξαρτήτως από την απάντηση που θα έδιναν οι εργάτες ο αφέντης θα λάμβανε την σωστή απάντηση.

Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της ανάλυσης κατά την οποία ο αφέντης θα ακολουθούσε σαν μέθοδο ελέγχου την επαλήθευση. Επίσης παρουσιάστηκε και μια σύγκριση ανάμεσα στις δύο μεθόδους ελέγχου και αφορούσε τόσο τα διάφορα παιχνίδια που θα μπορούσε να παίζει ο αφέντης, όσο και τα δύο ρεαλιστικά σενάρια τα οποία μας απασχόλησαν. Σχετικά με τα δύο ρεαλιστικά σενάρια ήμασταν σε θέση να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα ως προς το ποία παιχνίδια, με ποια μέθοδο ελέγχου και κάτω από ποιες συνθήκες θα ήταν τα πιο συμφέροντα για τον αφέντη, δηλαδή μεγιστοποιούσαν το όφελός του.

Θα μπορούσαμε να βγάλουμε ένα γενικό συμπέρασμα σχετικά με τα παιχνίδια που αναλογιστήκαμε. Σε όλα τα παιχνίδια και για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης εκτός από το παιχνίδι 0:n, όποιο και αν είναι το κόστος επαλήθευσης η μέθοδος αυτή κάτω από κάποιες συνθήκες είναι πιο συμφέρουσα ή το ίδιο συμφέρουσα με την μέθοδο της επικύρωσης. Όμως στο παιχνίδι 0:n για όλα τα μοντέλα επιβράβευσης η μέθοδος επικύρωσης είναι πιο συμφέρουσα από την επαλήθευση όταν το κόστος επαλήθευσης είναι μεγαλύτερο από αυτό της επικύρωσης. Το ίδιο θα μπορούσαμε να πούμε και για το ρεαλιστικό σενάριο το οποίο αφορά εθελοντικά υπολογιστικά προγράμματα.

Τέλος, κοιτάζοντας τα δύο μας ρεαλιστικά σενάρια βλέπουμε πως όποια μέθοδο ελέγχου και να εφαρμόσει κάτω από ορισμένες συνθήκες, ο αφέντης είναι πιο συμφέρον να αναθέσει την εργασία σ' ένα εργάτη και η πιθανότητα να κάνει έλεγχο να είναι μικρή.

5.2 Μελλοντικές εργασίες

Με την ολοκλήρωση αυτής της μελέτης παρατηρούμε πως υπάρχουν ακόμη πολλές εργασίες οι οποίες μπορούν να γίνουν πάνω στο θέμα αυτό. Για παράδειγμα μπορούν να σχεδιαστούν πιο περίπλοκοι μηχανισμοί οι οποίοι να επιτρέπουν στον αφέντη να ρυθμίζει περισσότερες από μια παραμέτρους κάθε φορά, δηλαδή να μπορεί να κάνει ένα συνδυασμό ανάμεσα στο n το πλήθος των εργατών, το MC_A το κόστος του αφέντη από την αποδοχή της απάντησης του εργάτη, και WP_C την τιμωρία του εργάτη επειδή των έκλεβε. Ακόμη μπορούν να εφαρμοστούν οι ήδη υπάρχοντες μηχανισμοί και οι

μηχανισμοί που αναπτύχθηκαν στην μελέτη αυτή, σε άλλα ρεαλιστικά σενάρια. Όπως σε άλλα @home συστήματα και σε υπολογιστικά πλέγματα.

Ακόμη θα ήταν ενδιαφέρον να μελετηθούν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες θα μπορούσαμε να έχουμε μια ισορροπία ανάμεσα στην αξιοπιστία και το κόστος όταν οι εργάτες δρουν εγωιστικά (*selfish*) και καταστροφικά (*destructively malicious*). Στην περίπτωση αυτή δεν θα μπορούσαμε να αποφύγουμε την πολλαπλότητα, όπως ήταν το κυρίως συμπέρασμα της εργασίας αυτής.

Τέλος, ένα ενδιαφέρον θέμα προς μελέτη θα ήταν η περίπτωση κατά την οποία οι εργάτες και ο αφέντης δεν θα είχαν πλήρης πληροφορίες για τις παραμέτρους του συστήματος, για παράδειγμα ο αφέντης να μην ήξερε το πλήθος των εργατών που συμμετέχουν στο παιχνίδι. Στην μελέτη αυτή θα μπορούσε να γίνει και μια σύγκριση με την περίπτωση στην οποία θα είχαν πλήρη πληροφορίες.

5.3 Εμπειρίες που αποκόμισα

Μέσα από την εκπόνηση της εργασίας αυτής έχω αποκτήσει γνώσεις πάνω στην θεωρία παιγνίων και τον σχεδιασμό μηχανισμών. Επίσης είχα την ευκαιρία να ασχοληθώ με το θέμα του αξιόπιστου διαδικτυακού υπολογισμού. Η εργασία αυτή με βοήθησε επίσης να βελτιώσω την τεχνική μου όσον αφορά την εύρεση χρήσιμων πληροφοριών. Ακόμη διεύρυνε τους ορίζοντες μου σε τομείς της πληροφορικής τους οποίους αγνοούσα.

Τέλος το θέμα της θεωρίας παιγνίων και του σχεδιασμού μηχανισμών μου κίνησε το ενδιαφέρον πάρα πολύ. Μάλιστα συνειδητοποίησα πως θα ήταν ένα θέμα πάνω στο οποίο θα ήθελα να συνεχίσω τις σπουδές μου.

Βιβλιογραφία

- [1] I. Abraham, D. Dolev, R. Goden, and J. Y. Halpern. Distributed computing meets game theory: Robust mechanisms for rational secret sharing and multiparty computation. In *proc of PODC 2006*, pp. 53-62, 2006.
- [2] D. Anderson. BOINC: A system for public-resource computing and storage. In *proc. of GRID 2004*, pp.4-10, 2004
- [3] D. Anderson, J. Cobb, E. Korpela, Matt Lebofsky, D. Werthimer. SETI@home: An Experiment in Public-Resource Computing. *Comm. ACM* 45, 2002.
- [4] Berkeley Open Infrastructure for Network Computing (BOINC). <http://boinc.berkeley.edu>
- [5] J. Douceur. The Sybil Attack. *1st Intl. Wkshp. on Peer-to-Peer Systems*, 2002.
- [6] J. Feigenbaum and S. Shenker. Distributed Algorithmic Mechanism Design: Recent Results and Future Directions. *6th Intl. Wkshp. on Discrete Algorithms and Methods for Mobile Computing and Communications*, 2002.
- [7] A. Fernández, C. Georgiou, L. Lopez, and A. Santos. Reliably executing tasks in the presence of untrusted processors. In *proc. of SRDS 2006*, pp. 39-50, 2006.
- [8] A. Fernández, C. Georgiou, and M. A. Mosteiro. Designing Mechanisms for Reliable Internet-based Computing, NCA 2008: 315-324
- [9] I. T. Foster and A. Iamnitchi. On death, taxes, and the convergence of P2P and grid computing. In *proc of IPTPS 2003*, pp. 118-128, 2003.

- [10] D. Fotakis. Memoryless facility location in one pass. In *proc of STACS 2006*, pp. 608-620, 2006.
- [11] P. Golle and I. Mironov. Uncheatable distributed computations. In *proc. of CT-RSA 2001*, pp. 425-440, 2001.
- [12] P. Golle and S. Stubblebine. Secure Distributed Computing in a Commercial Environment. *Proceedings of Financial Cryptography*, 2001.
- [13] M. Halldorsson, J. Y. Halpern, L. Li, and V. Mirrokni. On spectrum sharing games. In *proc. of PODC 2004*, pp. 107-114, 2004.
- [14] J. Y. Halpern. Computer science and game theory: A brief survey. *Palgrave Dictionary of Economics*, to appear.
- [15] J. Y. Halpern and V. Teague. Rational secret sharing and multiparty computation. In *proc. of STOC 2004*, pp. 623-632, 2004
- [16] K. M. Konwar, S. Rajasekaran, and A. A Shvartsman. Robust network supercomputing with malicious processes. In *proc. of DISC 2006*, pp. 474-488, 2006.
- [17] E. Korpela, D. Werthimer, D. Anderson, J. Cobb, and M. Lebofsky. SETI@home: Massively distributed computing for SETI. *Computing in Science and Engineering*, 3(1):78-83, 2001.
- [18] E. Koutsoupias and Ch. Papadimitriou. Worst-case equilibria. In *proc of STACS 1999*, pp. 404-413, 1999.
- [19] J. Ledlie, J. Shneidman, M Seltzer, J. Huth. Scooped, Again. *2nd Intl. Wkshp. on Peer-to-Peer Systems*, 2003.

- [20] A. Lopez-Ortiz. Algorithmic foundations of the Internet. *ACM SIGACT News Distributed Computing Column* 18, 2005.
- [21] M. Mavronicolas and P. Spirakis. The price of selfish routing. *Algorithmica*, 48(1):91-126, 2007.
- [22] T. Moscibroda, S. Schmid, and R. Wattenhofer. When selfish meets evil: byzantine players in a virus inoculation game. In *proc. of PODC 2006*, pp. 35-44, 2006.
- [23] Γ. Δ Μπαμπινιώτης, Λεξικό της Νέας Ελληνικής Γλώσσας, Β' Έκδοση, Κέντρο Λεξικολογίας Ε.Π.Ε, Αθήνα 2002.
- [24] J. F. Nash. Equilibrium points in n -person games. *National Academy of Sciences*, 36(1):48-49, 1950.
- [25] N. Nisan and A. Ronen. Algorithmic mechanism design. *Games and Economic Behaviour*, 35:166-196, 2001.
- [26] N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, and V.V. Vazirani, editors. *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, 2007.
- [27] M. J. Osborne. *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press, 2003.
- [28] T. Roughgarden and E. Tardos. How bad is selfish routing? *Journal of ACM*, 49(2):236-259, 2002.
- [29] J. Shneidman and D. Parkes. Rationality and Self-Interest in Peer to Peer Networks. *2nd Intl Wkshp on Peer-to-Peer Systems*, 2003.
- [30] J. Shneidman and D. Parkes. Using Redundancy to Improve Robustness of Distributed Mechanism Implementations. *4th ACM Conf on Electronic Commerce*, 2003.

- [31] M. Yurkewych, B.N. Levine, and A.L. Rosenberg. On the cost-ineffectiveness of redundancy in commercial P2P computing. In *proc. of CCS 2005*, pp. 280-288, 2005.

